

桁橋のお話し

0. 始めに

原初的な橋と言えば、何も加工をしない丸太を一本使った**丸木橋**を思うでしょう。しかし、実用には向きません。理由は二つあります。一つは通路幅が狭いこと、二つ目は、気が付き難いことですが、横に転がること（転倒）を抑える工夫が要ることです。丸木単独は、平らな支点個所では一点で接しますので、不安定な支持です。単純な素材を一本使う橋には**石橋**もあります（図1）。石材は木材に比べれば丈夫ですが、長い梁に使う材料の入手は、簡単ではありません。木材も、板に切り出して渡すだけの、欄干も使わない**板橋**があります。最も単純な例が、三河の八つ橋伝説の再現です（図2）。通路にするためには、板の長さに対して、或る程度の幅を持たせて振れが大きくなるようにします。実用的な橋にするには、最小限2本の丸太を並べ、左右をあまり加工しない横梁で繋いで転がりを抑えると共に、路面を構成します。その上の舗装に土を敷きます。これを**土橋**と言ひ、江戸時代まではごく普通に見られました（図3）。近代の単純2主桁橋も、原理的に同じ構造です。橋幅を持たせ、振れが大きくなるようにし、支点の構造に注意します。この小文は、数式を使わないで、初学者向けに桁橋の設計上の問題を説明することにします。

1. 漢字の梁と桁との使い分け

橋を横から見て一本の梁に見える薄板状の形式を**桁橋**と言ひます。橋梁工学では、**梁橋**とは使ひませんが、英語は、梁橋に当たる beam bridge と桁橋に当たる girder bridge と使い分けることがあります。意義としては、あまり加工しない細長い素材を使う橋を beam bridge と言ひ、幾つかの素材を組み合わせて曲げに持たせる構造に製作したものが girder bridge です。製鉄所で形鋼として出荷される I 形鋼、H 形鋼を、あまり加工をしないで架設する、支間の短い桁橋が beam bridge です。梁は、構造力学で曲げ部材の意義で使う用語です。戦前、トラスで曲げ部材を構成するとき、漢字で**構桁**と使ひ、プレートガーダーには**板桁**を当てました。桁橋の断面設計では、この全体を一本の立体的な梁として扱ひます。このとき、二つの問題が重要です。それは、振れ剛性の実現と支点での支持方法です。



図1 石の桁橋



図2 愛知県知立市のカキツバタ園（1980?）

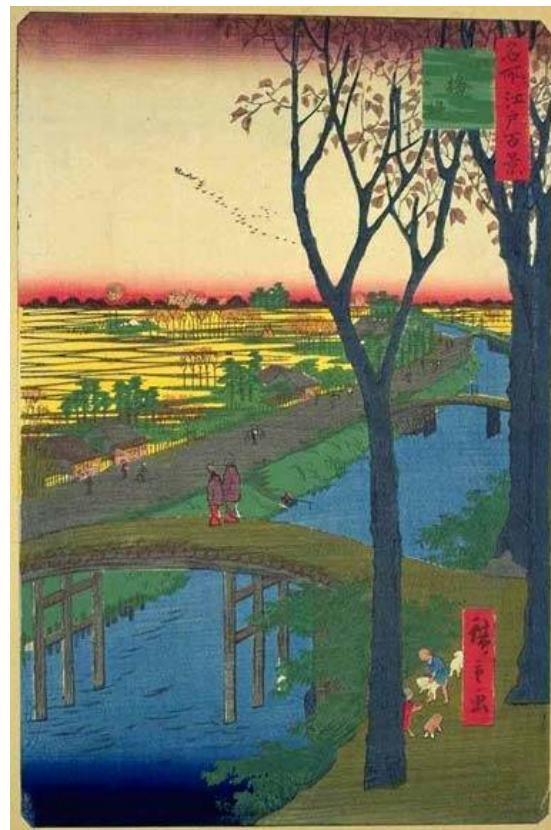


図3 広重の江戸名所百景に描かれた土橋

2. 力とモーメントの理解が必要であること

最初の幾つかの節は、幾らか遠回りですが、初学者向けの入門（テュトリアル）を意識して、構造力学の専門用語の紹介をします。数式での表し方は意図的に省きました。桁橋解析は、主として、垂直な平面内での力と変形を扱う二次元構造力学を踏まえ、平面構造力学と言うこともあります。板の曲げを扱うことと誤解されないようにするため、二次元と使います。橋の解析で扱う力は、主に重力です。高校までの物理では、錘を糸で吊り下げ、バネ秤で力の大きさを測るモデルなどを使い、向きと大きさを持つベクトルとして力の説明をします。モーメントも力の成分に加える考え方は、理工系の専門教育に入ってからです。英語の moment の訳には、能率と当てることもあります。幾つかの意味と使い方がありますので、意味を補う言葉を添えたカタカナ用語で使います。曲げモーメント・振りモーメントのように使うときは、力である性質と同時に、その働き（能率）を表します。注目点を決めて、その注目点と力の作用方向との相対的な位置関係で決まる、回転（曲げ）を加える力学量です。一方、図形の寸法や面積などは、図形の幾何学的な性質（プロパティ）を表す量です。力学と関係を持つ幾何学量に慣性モーメントの計算があります。こちらも注目点を考えて能率を計算する幾何学的な量です。力と曲げモーメントとは、どちらもベクトル量と考えることができます。力の一種としての曲げモーメントは、三次元的な空間で考えるとき、注目点を通る回転軸を考え、その軸回りの回転力で考えることができることから、軸性ベクトルとして扱うことができます。単にベクトル扱いをする力は、極性ベクトルの性質であると言います。三次元的には座標軸方向に成分を分けて扱いますので、力とモーメントとで合計6成分を考えます。元に戻って、二次元構造力学の場合を考えてみます。力は座標軸方向で2成分のベクトル扱いができますし、二次元座標面を紙に描いて矢印の図で説明することができます。しかし曲げモーメントは、紙に垂直な向きのベクトルですので、大きさを図に描いて表すことができません。このことは、初学者が二次元構造力学のモーメントを、感覚的に理解し難くしている一つの理由です。

3. 単位系の理解も重要であること

学問としての力学は、代数学のような抽象的な道具を使って説明します。現実の橋の解析では、具体的な数値で表す必要があります。このとき、単位の取り方で、同じ力学量が種々の顔を持ちます。長さの単位系はメートル法が常識になりました。アメリカではフィートとインチ、さらにはヤード、マイルなども使っています。日本でも、表（おもて）だって使うことができないだけで、尺貫法の単位系に基づく数値が多く見られます。種々の長さの単位系があるとき、メートル法は、換算に使う標準です。この場合でも、小さな数から大きな数までの表し方が便利になるように、キロ・センチ・ミリなどの補助単位を使い分けます。この思想は、数値の表記を、なるべく整数で、また、0を含む桁数が多くならないようにするためです。日常的には、例えば身長を 1m63cm のように言い、小数表記で 1.63m の使い方をしないものです。力を数値にして表すとき、理論と現実との整合に混乱が起きています。橋は重さを持たせることが使命です。分かり易くするため、力は、重力に換算します。材料の積算をするときは質量単位（例えば kg）を使いますが、それを重力として力学計算に使うとき、厳密に言えば力の単位に直します。力の物理的な単位（ディメンション）は、質量に加速度を掛けた、例えば $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{sec}^2$ です。これがニュートン単位です。橋の荷重は、質量に重力の加速度、約 $9.8\text{ m}/\text{sec}^2$ を掛けるのが正しいのですが、従来はこれを定数扱いにして重量単位に kgf の記号を添えました。「あなたの体重は？」と質問されたとき、日常的には質量の方を言い、例えば 70kg のように答えます。質問に正確に答える重力と言うなら、約 700 ニュートンと言うべきだ、と提案するようになりました。橋の設計のとき、20t の荷重車と言うところを 200 キロニュートンと表記します。橋は、宇宙空間や月面で建設することを当面考える必要はありませんが、そのときの荷重に 200 キロニュートンを使うのは間違いです。物理的に厳密に考えると、重力の加速度は地球上でも場所によって異なりますし、空気の浮力補正も必要です。これらの条件を捨象して、自動車荷重を 20tf とするとき、これを「呼び数扱いをする」と言い、実践的な判り易い方法です。昔の尺貫法で表してある数値は、使うことができないと思い込み、わざわざ $\text{kg}\cdot\text{m}$ 単位系に換算することが見られます。しかし、昔の設計資料を見ると、尺貫法の常識がないと理解できません。元の単位系の数値と単位を書くことまで日常的な場面で制限するのは、ブラックユーモアです。世俗の話しや技術の問題に学問を持ち込むのは、迷惑なこともあります。

4. 外力と内力の区別を理解すること

力は、重さや・手応え（てごたえ）などの感覚で理解しています。これは二つの物の接触面で働き、互いに相手からの力を受けますので、他方から受ける力が一方から見れば**外力**です。見方を逆にすると外力の向きも逆に考えます。これが**作用・反作用の法則**です。橋梁工学では、部材が受ける外力を**荷重**と言います。中間の材料、例えば棒を介して相手側を引っ張るまたは押す場合、力は棒の中を伝わります。これが**内力**です。構造力学の用語は**応力**(stress)です。仮に部材の一部を切断したとして、その面を接触面として働く想像上の外力が応力です。自動車のタイヤ、建物の基礎が地面と接触している、そのような現実理解できる面で作用している圧縮力は、**支圧応力**(bearing)と言います。接触面に引っ張り力が作用する場合には**付着応力**と言います。鉄筋とコンクリートとの接触面のような、やや局所的な個所で考える力です。接触面または仮の切断面に作用している**力の分布**がどうなっているかは、現実には不明です。部分的には種々の大きさの力が作用しています。注目している個所の、単位断面積当たりの応力の大きさとして**応力度**を使います。これは微分的な概念の力です。その全体をまとめる考え方は、数学的に言えば、積分のような平均化の処理をします。部材内部の応力度の分布を解析対象とする力学を**材料力学**と言います。以前は、英語の専門用語 strength of materials の訳語として**材料強弱学**と言いました。材料内部の応力度状態を確認することは現実には不可能です。種々の実験的な研究は、理論上の仮定を間接的な方法で検証し、その結果を構造物の部材設計に応用します。橋梁は大きな寸法ですので、実物を実験対象にすることは、簡単にはできません。多くの場合、扱い易いモデルを工夫して実験します。理論だけの知識、また、思いつきの形状デザインは、欠陥設計をする危険があります。

5. 座標系と関連づけた呼び方がある

力とモーメントとをベクトルで考えるとき、三次元的に考えて座標軸の向きと関連付けた成分に分け、正負の符号の約束を座標軸の正負の向きで扱います。このときの座標系を**世界座標系**と言います。圧縮力・引張力の名称は意味を持ちません。一方、内力を考えるときは、前もって部材の各部を表す(局所)座標系を決めます。細長い真っ直ぐな梁部材は、力学モデルとして細い針金に抽象化して考えます。断面図形の重心を通る軸を一つの座標軸とし、これを水平に置いた状態にして記号に x を当て、これと直交する二方向を y 、 z 軸とするのが一つの習慣です。しかし、記号の使い方の約束が参考書ごとに異なりますので、確認が必要です。この座標軸と関連させて、梁断面の応力の呼び方があります。二次元の構造力学で考える梁の変形の場合、**軸力・剪断力・曲げモーメント** (xz 面内) の三成分です。横方向の曲げ(xy 面内)も考えるとき、その面内に作用することを区別した**剪断力・曲げモーメント**も考えます。もう一つ、梁断面の重心軸回りの**捩れモーメント**を加えて、三次元的に六成分の応力があります。

6. 力と変形との関係には二つの仮定を使う

梁・柱・棒のような細長い部材の力と変形の間を求めるときは、断面の応力度の、または歪みの分布の、どちらかを仮定して他方を求めます。実践的には、**フックの法則**(Robert Hooke, 1635-1703)と**平面保持の仮定**を使います。前者は「変形が小さい範囲ならば、力と変形が比例する」と言うもので、数学的には、**線形計算**を保証する法則です。後者は「変形前に平面であった断面は、変形後も平面を保つ」とするものです。この二つは、軸力と曲げモーメントとを扱うときに主に応用されます。しかし、この仮定から出発して剪断応力度の分布を求め、剪断ひずみの分布を考えた変形を考えると、平面保持の仮定が成り立たなくなります(図 4)。変形前の平らな断面が、紙のソーサーのような凹凸に変形します。剪断変形は、この平均で考えます。梁の長手方向に剪断力が一定であると、変形が同じの薄いソーサーを単に重ねただけの状態ですので、特に問題にはなりません。しかし、横桁を取りつけた格点など、集中荷重が梁に作用している個所の左右では剪断力が大きく変化しますので、断面の凹凸変形の大きさが格点の左右で同じになりません。そうすると、左右の凹凸の差に相当する歪みを補正するような、二次的な応力度が発生します(図 5)。この現象を英語の用語では shear lag、日本語では**剪断遅れ**と言います。この二次応力度は、局部的に釣り合った状態で考えますので、集中荷重が作用している個所から離れると、直ぐに小さくなります。しかし、局部的には応力度が大きくなることもあって、亀裂が発生する、などの問題に繋がります。断面設計の段階でこれを検討するのは大変です。実践的な解決法が幾つか提案されています。断面の**有効幅**を考えること、また、**許容応力度**をやや低めに抑える、などがあります。このことの詳しい説明は、別の資料にまとめます。

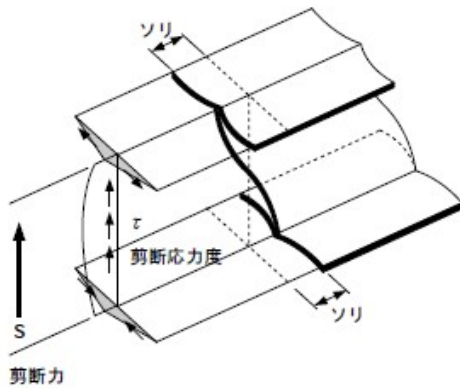


図4 剪断応力度による断面の変形(I断面の例)

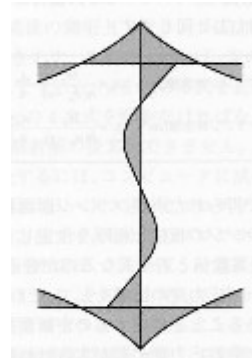


図5 ソリ変化による局部応力度の発生

7. 力と変形との関係は六成分を考える

部材断面の応力度と歪みとは、それぞれ平均化して、針金の座標系と関連付けた六成分の応力とその向きで考えた変形の関係にまとめます。微分的に切り出した単位長さの針金を考えて、その両端で、互いに向きが反対の応力の対と、両端での相対的な変形との関係が分かれば、全体長さについての力と変形を求めることができます。最も単純な針金モデルが柱であって、軸力と柱の伸縮だけの、それぞれ一成分を扱います。機械要素では、振れモーメント(トルク)と振れ変形だけを考える使い方があります。梁のモデルは、一平面内の変形を考えると、軸力・剪断力・曲げモーメントの三つと、それぞれの応力に対応する変形を考えます。桁橋を考えると、曲げ変形を主に扱いますが、超高層ビルなどは垂直に立ったビルの水平方向の剪断変形が主役です。曲げは二方向の面内で考えるのですが、実際の構造は部材断面に対称性を持たせますので、力学的には独立に計算します。しかし、一般的な針金モデルでは、例えば、軸力だけが作用するときであっても、軸方向の変位のほかに、垂直面内の曲げ変形、水平方向にも膨らむ変形や、軸回りの振れも出ることがあります。力学原理には相反作用の法則があって、もし垂直荷重の作用で曲げ変形が出る部材は、曲げモーメントが作用すると軸方向の変形が起こります。したがって、軸方向の伸縮変形を求める式は、六成分の力すべてが、なんらかの関与をする形でまとめます。数学的には、六成分の変形を六次の変位のマトリックス、FEMの用語で言う **flexibility matrix** にして扱います。このマトリックスは、相反作用の法則を満たすように対称マトリックスになります。六成分の応力と変形とが個別に計算できるように、部材断面を設計できれば、変位のマトリックスは対角線要素だけになります。断面図形が非対称であると、非対角線要素が0になりませんので、ここから、やや特別な材料力学の問題を考えなければなりません。

8. 剪断力を理解するのが一つの学習ステップである

梁の解析では剪断力と曲げモーメントを扱います。細長い小部材を手で曲げることは日常的な処理ですので、曲げモーメントは簡単に理解できます。しかし、初学者にとって剪断力の理解は一つの難関です。剪断力は、部材を或る面で垂直に切断するような作用をする力です。実際には切断は起こりませんが、力が作用している一つの状態です。日本語の用語では、刃が一つのナイフや包丁を使う切断を切ると言います。鋏は二枚の刃を使い、一つの面で材料をずらすようにして切ります。刃が二枚ですので、鋏の英語は scissors と複数形です。この操作を表す漢字が剪(せん)です。常用漢字にありませんが、工学では重要な概念ですので、筆者は敢えて使っています。英語は shear (シア)です。用紙を切るカッターは、刃が一つに見えますが、用紙を置く側がもう一つの刃を構成しています。鉄工所では鉄板を切る場合に、ガスで溶かして切断することの他に、大型のカッターも使います。この処理を表した「…シャーリング」の会社名を見ることがあります。剪断力と似た力が摩擦力です。こちらは具体的な摩擦面を考えることができます。面に平行で向きが反対の力の対が作用しています。ズレない状態では剪断力と同じ性質の力です。摩擦力は、面の接触がないと発生しない力です。面に垂直に作用する力を同時に考えるのですが、物理学の参考書では用語としての支圧力は使っていません。セロテープを使う貼り合わせは接着面を引張力で持たせていますが、ズレに抵抗する力は剪断力の方です。接着剤の強度を言うときは、付着強度ではなく、剪断強度の方で言います。コンクリートを構成するセメントペーストは、骨材(砂や砂利の総称)の接着材です。純引張の強度と純剪断強度とはほぼ同程度です。

9. 剪断応力度を理解するのが次の学習ステップである

部材の断面全体に作用する力をまとめて言うときが**応力**ですが、断面の個別の場所での単位断面積当たりで扱うときが**応力度**です。応力の種類と場所とで区別して言いたいので、幾つかの用語があります。例えば、**曲げ応力度**がそうです。**曲げ圧縮応力度**、**縁応力度**などと使い分ける言い方もあります。符号の約束も解析対象によって正負を使い分けることもします。例えば、コンクリートは圧縮状態で使うのが普通ですので、圧縮応力度と断って正の数値を使います。断面内での**剪断応力度**の分布と大きさを求めることは、材料力学の難問です。この応力度が部材内部でどのような分布になっているかは、実際には分かりません。理論的なモデルで正確に解析できる場合は限られた条件のときだけです。鋼桁断面のように、薄板の組み合わせでモデル化できる場合には、**剪断流モデル**を使って剪断応力度の分布を計算することができます。薄い板で構成された断面図形を水路に見立て、その水路に沿って、水の湧き出し口と浸み込み口とが並んでいて、水路に水が流れるようなモデルが剪断流モデルです。流速に当たるのが剪断応力度です（図4、図6参照）。部材を仮に切断して、そこに作用する剪断応力度の分布を外力と見立て、この外力の合力を計算します。この合力の大きさが断面の剪断力です。しかし、そのベクトル成分は、部材の重心を通らない断面形があります。断面図形が上下非対称の構成になる山形鋼や溝形鋼のような薄肉断面で、このズレが起こります。断面の剪断応力度の合力が通る中心が重心からずれた位置にあって、これを**剪断中心**(shear center)と言います。これは、部材が純捩れを起こすときの**捩れ中心**でもあります。曲げ部材で荷重が重心軸上に載っていても、部材に重心と剪断中心とのズレがあると捩れモーメント（能率）が作用し、部材に捩れ変形が起こります。捩れ角度がどれだけになるかの計算には、材料の剪断剛性係数の値と、断面の**捩れ剛性用の二次モーメント**の見積もりが必要です。この後者の計算が理論的に正確に公式として得られるのは円形のパイプか充実の円断面だけです。他の図形、例えば矩形断面では、実用的な近似式が提案されています。

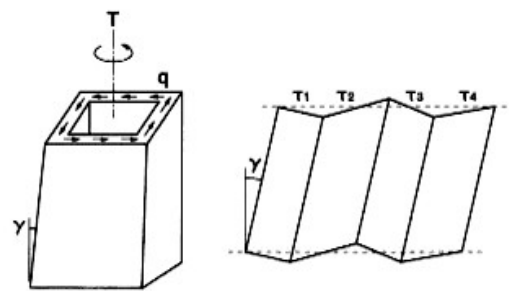
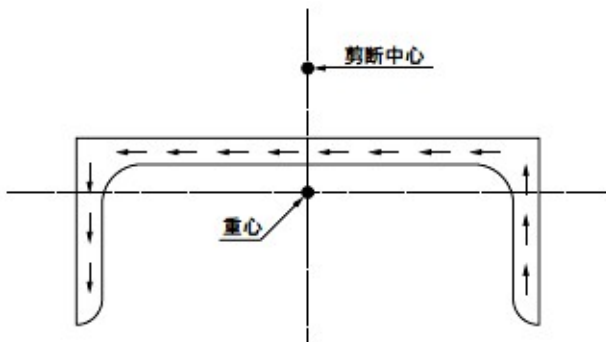


図6 重心と剪断中心とがズレる上下非対称断面

図7 箱断面にすると周回する剪断流が発生する

10. 捩れモーメントが作用するときの剪断応力度が難解である

細長い部材に外力として**捩れモーメント**（トルク）が作用するとき、これと釣り合う断面内の応力度は、剪断応力度です。図6のような薄板の場合の力学モデルは、薄板の厚みを直径とする小さな円断面の部材が繋がったと考えることができます。剪断応力度は、板厚幅を流れる水流の成分がなく、局所的な渦の集まりのような分布です。ところが、部材を箱のように閉じた薄板構造に構成すると、捩れ剛性が劇的に大きくなります。閉じた薄板断面（**閉断面**）は、循環水路のように周回する一定流量の剪断流が発生して、トルクと釣り合います。部分的に見れば、板厚が小さい個所は流速に相当する剪断応力度が大きくなります。トルクと釣りあう捩れの現象を**単純捩れ**、または**サンブナンの捩れ**と言います。後の第14節で説明する**曲げ捩れ**とは応力度の性質が違います。トルクが作用している変形状態の箱断面を、稜線に沿って切り開いた展開図を考えます（図7）。全体図形は、マクロに見れば、矩形から平行四辺形になります。部材の断面は、最初平面であったのが、トルクを受けると、軸方向に凹凸のズレ（反り、ソリ）が発生します。細長い部材の中間格点で荷重が作用して、捩れモーメントが軸方向に変化すれば、ソリの大きさが前後で整合しませんので、その差に当たる歪みで、図5と同じ原理の局所的な軸応力度が発生します。これは、板面内の曲げ応力度の性格があって、曲げ捩れ剛性として働きます。これも、第6節で説明したように、二次的に発生する断面内の局部応力度ですので、設計段階での計算は省きます。

11. 平面内の曲げに効率的な断面形

この節から、桁橋の断面形状の話しに入ります。二次元の構造力学を応用して曲げに抵抗する桁断面を設計するとき、同じ断面積を使うならば**断面係数**が大きくなるような形状を提案します。矩形断面が最も標準的な梁の断面形です。設計業務で参考にするデータブックには、種々の図形について、断面積・断面二次モーメント・断面係数の計算式が紹介されています。形鋼やプレキャストPC桁の製品カタログには数値として載っていますので、カタログの見方も常識として弃えておきます。曲げ応力度が最大になるのは、桁の上縁と下縁です。鋼板桁（プレートガーダー）では、**上フランジ・下フランジ**と言います。その場所に材料を集中的に使い、上下縁の高さを高くします。つまり、I断面に構成すれば、材料の使い方の効率が高くなります。図8Aは、リベット構造時代の標準的なフランジ構成です。例図は山形鋼を使った断面構成です。溶接構造は、フランジ部分にやや厚みのある鋼板を使います(図8B)。上下縁を結ぶ腹部（ウェブ）は剪断力を持たせる重要な機能がありますが、材料の節約を考えて、なるべく薄い鋼板を使います。薄い板厚を使うと言っても、最低でも8mmの厚さですが、桁の全体寸法から見れば頼りない紙細工のような構造です。したがって、障子紙を貼るような仮想の骨組み構造を考えて、鋼板を貼り付けます。鋼板から見れば、骨組みで補強（補剛）し、この全体が梁として機能するように組み上げます。この桁単独は、横方向の曲げと捩れには頼りない断面です。最小限2本の桁を並列にし、横つなぎの部材と組み合わせることで、三次元的な剛性を持つ実用的な桁になります。一方、コンクリートの桁は、或る程度の幅と厚みを持った断面形で製作しますので、単独の桁であっても、横方向の曲げと捩れに対して実用的には十分な剛性があります。図8CはプレテンションPC桁断面の一例です。断面の効率を上げる方法は、矩形断面（破線部分）の腹部を削り、その断面を上下に振り分けたと考えることができます。鉄筋コンクリートの中空スラブ構造も考え方は同じです。

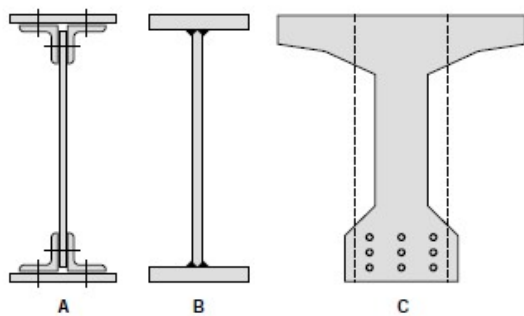


図8 一方向の曲げだけを考える桁断面の構成

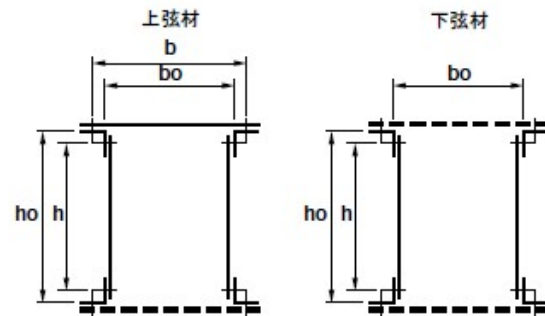


図9 トラス弦材の断面構成法

12. トラスの弦材は箱断面に構成する

鋼トラス橋の弦材は曲げを受けない柱として断面を設計します。圧縮材として使う弦材は、曲げモーメントを受けないまでも、座屈変形に抵抗できるように、二方向にほぼ等しい曲げ剛性が必要です。引張部材も、振動が問題にならないように、適度な曲げ剛性が必要です。これらのことを含みにして、断面図形の**回転半径**と部材長との比で計算する**細長比**の上限が規定されています。製鉄所で圧延したままの単独の形鋼を使う場合もあります。やや断面寸法の大きな形状は、材料を組み合わせる箱断面に構成します。図9は、リベットトラス橋の一例です。この断面形の弦材を、工場で製作する場合も架設作業の場合も、箱の内側に手が届くことを考えて、箱の内側間隔は、最低で約30cmが必要です。全体を閉じた箱断面にすることが理想ですので、リベット構造では隙間を空けるような繋ぎ材を使います。図9の破線で描いた材料は、左右を繋ぐ**タイプレート**または**レーシングバー**を表し、計算上の断面積には加えません。箱の形状が変形しないようにする**ダイアフラム**（隔壁：diaphragm）などの三次的な部材も必要です。溶接構造では、作業空間を作るため、弦材の長手方向の添接個所に穴を開けるなどの構造が見られます。破線で示した繋ぎ材は、横構と同じ機能を持たせ、剪断力が伝わるようにしますので、マクロには連続した薄板でモデル化ができます。このように構成したトラスの弦材は、マクロには閉じた薄肉の箱断面になります。計算で確認することはしませんが、実用的には十分な捩れ剛性があります。

13. 橋桁構成に開断面と閉断面とがあること

部材単位の構成で言うと、形鋼は圧延で形状を作ります。I形、H形、溝形の形状は、閉じた箱断面に対して薄肉の**開断面**であると言います。薄い板厚と板幅との比は、局部的に板が座屈変形をしないような寸法比に製作しますので、これらの圧延材は、そのままで梁にも柱にも利用できます。しかし、積極的に振れに抵抗させる使い方をしません。機械部品には、振れを伝える**トーションバー**の用語があるように、円断面やパイプ断面も使います。柱・梁・棒として使う最も効率の良い部材は、竹のような薄肉厚の円形パイプ断面です。効率が大きいと言うのは、断面積が一定の条件で大きな剛性と強度を持つことです。材料力学的には曲げに対して**断面係数**が大きくなるように形状を言います。工業的に円形のパイプ状に部材を製作するのは難しい技術が必要です。薄すぎると局部的に断面形がつぶれ易くなりますので、竹の節のように、適当な間隔で補強する構造を工夫します。橋梁部材に大きな円パイプ断面を採用した最初の例はイギリスのフォース鉄道橋(1890)です。ただし、これはトラス橋です。複数の鋼桁を組み合わせて桁橋の全体を構成するとき、マクロに見て、薄板を組み合わせた箱断面で設計する考え方の始まりは、次節で説明するドイツの鋼床版箱桁橋に刺激を受けて以来です。図 8A-8B の鋼桁は、マクロに見れば縦に置いた薄板です。二本の桁を並べ、床版を載せた全体断面形は、図 6 の溝形か、 π の字形に薄板を構成したと見えます。鉄道橋では逆の配置も使われます。これを**開断面**構造であると言います。トラス橋と同じように、上下に横構を配置し、適当な間隔で対傾構を組むべきですが、下横構を二次部材と見るか、省く例も多く、**閉断面**を形成する主部材として扱う考え方はありませんでした。トラス橋は、平面トラスに組んだ単位を薄板にモデル化し、主構と上下の横構を紙細工の筒のような閉断面構造であると考えます。さらに重要なことは、橋桁の全体形状を閉じた箱断面にすることです。蓋をしたダンボールの箱は見かけ以上に丈夫ですが、蓋を空けた状態は部分的にも大きな変形を起こします。下路トラス橋の場合、通路にする断面が平行四辺形状に変形しないように、橋の両入り口をラーメン状の橋門構に構成することで、立体的に安定な構造が得られます。上横構を省いたポニートラス、または下横構を省くなど、蓋が開いたような構造は、やや問題があることが経験的に知られていました。

14. 箱桁橋は大きな振れ剛性を利用する構造であること

小さな水路を渡すため、丸木を2本並べ、横に床板を単純に載せて通路にするような、支間の短い簡単な板橋を架けることを想像して下さい。通路幅の一方の丸太に乗ると、反対側の丸太は遊びます。これを、荷重の**(1,0)分配**と言います。この桁橋モデルは、後の図 12 を見て下さい。丸太の間隔が狭く、乗る側の丸太の撓みが大きいと、通路の傾きが大きくなります。二本の丸太の間隔より外側も通路にすると不安です。丸太自体が振れなくても、橋としては振れが起きます。これを**曲げ振れ**と言います。プレートガーダーの二主桁橋は、主桁自身の振れ剛性が小さいので、主桁間隔をなるべく大きくし、幅員方向の張り出し幅を抑えます。そうすると、長い支間を渡すには、主桁間隔も相対的に広くしなければなりません。全体として振れ剛性が大きければ、左右の主桁は、荷重の幅員方向の位置に関係なく、等分の荷重を負担します。これが理想としての**(1/2, 1/2)の分配**です。開断面の2主桁構造をまとめて振れ剛性の大きい単独の箱桁に構成すると、偏心して活荷重が載っても振れ変形が大きくなりません。自重を含めた静的な釣り合いで転倒しない条件が満たされれば、箱桁の幅を狭くしても、幅員方向に張り出し幅を広くして通路幅を広げることができます。また、幅員が狭くても、支間を長くした桁橋を架けることができます。撓みが大きくても振れは大きくなりません。桁橋に応用するときは、実用断面には薄板で箱断面に構成します。この構造を積極的に採用する桁橋を**箱桁橋**と言います。鋼桁だけでなく、PC橋も設計されます。大きな箱断面は、内部で人が作業できるほどの空間で建造されます。この構造部材は、製作単位が寸法も重量も大きくなって、陸上輸送も鉄道輸送も難しくなります。さらに架設にも重量物を扱う技術が必要です。最初の近代的な鋼の長径間箱桁橋は、ドイツのライン河のデュッセルドルフ・ノイス橋(1951)に始まります。日本での鋼箱桁橋の最初は、神奈川県の城ヶ島大橋(1960)です。どちらも、架設立地が船運に便利であったことも理解しておくことが大切です。この面からは、日本では造船会社が製作と輸送の立地条件で有利でした。従来の橋梁架設技術に経験の多い橋梁会社は、1960年代、本州四国を結ぶなどの長大橋の建設に対応できるように、内陸の工場から、海上輸送に便利は場所に相次いで移転した経緯がありました。



図 10 城ヶ島大橋(三径間連続鋼床版箱桁、70+95+70m、幅員 2+7+2m、箱桁ウェブ間隔 4.5m)

15. 振れ剛性の利用を考えない桁橋構造

桁橋全体の設計時に考える力学モデルは、二つに大別するのが良いでしょう。一つは、全体を立体的に一本の桁として扱うモデル、もう一つは、独立として扱うことができる複数の桁を並べて横繋ぎをし、幅員方向を広げることに対応させる複合構造のモデルです。プレートガーダーやトラスは、少なくとも二本の主桁を使います。しかし、単独では振れ剛性に期待できませんので二本合わせて立体的に実用になる桁になります。主桁二本以上を使う並列桁構造を扱うと、幅員方向の荷重位置を考えて、個別の主桁の分担を解析します。二次元の構造解析の拡張ですので、立体解析と言うことがあります。理論的に扱う方法は、振れ剛性を考えない主桁を使う格子桁として分配を計算する方法と、全体を均質な弾性版として計算する方法とがあります。前者の代表的な方法は、レオンハルト (F. Leonhardt, 1909-1999)、後者にはギヨン・マソネ (Gyon-Massonet) の提案が実用されてきました。弾性版モデルならば、分配の計算に振れ剛性の扱いを反映させることができます。箱断面に構成した単位で一本の主桁とすると、一本主桁で桁橋が設計できます。図 10 の城ヶ島大橋がその例です。中央径間 95m に対してウェブ幅は 4.5m ですので、支間：横幅比は 21:1 です。普通に設計されるプレートガーダーでは、この比として外側主桁のウェブ間隔で 5:1 程度です。桁橋構造に箱桁も採用するようになったことは、革命的な技術であることが理解できると思います。幅員を広く、支間も長くしたい桁橋には、箱桁単位で主桁本数を増やす形式が提案されるようになりました。振れ剛性の大きい主桁を使う格子構造の計算は、ホンベルグ (Homberg) らが式を提案したのですが、レオンハルトやギヨン・マソネの方法に比べて数値計算が難しく、あまり実用されませんでした。

16. 支点の配置と構造を理解しておくこと

簡単な一本材料を使う単純支持の丸木橋や板橋は、材料そのものを単独に扱うことができます。これを**内的に安定**な構造であると言います。椅子やテーブルが4脚あるのと原理的に同じで、橋桁は4点で支えるのが標準です。三脚が安定な支持方式ですので、4脚の支持は一つの支点が遊ぶことがあります。椅子や机は、ゴムを挟むなどしてガタつきを解消します。このとき、ゴム部分の反力の大きさは分かりません。この支持方式は、**不静定**であると言います。橋梁の支点でも同じことが起こり、厳密に考えると、自重などの死荷重による支点反力の大きさは分かりません。橋桁全体が弾性的に捩れることでゴムなどを挟まなくてもガタが馴染みます。橋桁全体の捩れ剛性が小さければ、支点は等分の死荷重を受け持ちます。活荷重に対しては、釣り合い条件だけで一意に反力が求まります。ここまでは上下方向の荷重に対する検討です。三次元的に考えると、支点を含む水平面内の移動と鉛直軸回りの三成分の力と変形にも、静定で安定な支持方式が必要です。二次元の構造力学では、橋軸方向の水平移動に対して、固定支点と可動支点を考え、実際の支承もそれに対応するピンとローラーの組み合わせなどで製作されます。可動支点での水平移動量は、通常、温度変化による伸縮が主であって、大体の見積もりとして支間の1/1000です。活荷重による弾性変形での移動量は、大きな影響がありません。実は、幅員方向にも同じように水平移動を考えるのですが、支間に比べて幅員が小さいこともあって、実践的には、多少の隙間を設けることと、弾性的な拘束で対応できると考えています(図11)。

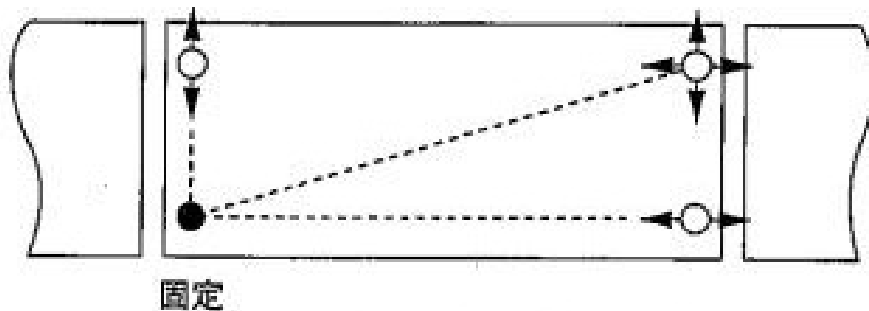


図11 水平面内の移動を考えた静定で安定な支持方式

17. 二主桁橋は捩れ剛性があることで分配効果が起こる

桁橋の最も基本的な構造モデルとして、二本の主桁と一本の分配横桁を使い、全体の平面骨組み形として漢字の「日」の形を考えることにします(図12)。床版は、荷重を主桁に伝える作用を持たせませんが、それを支間中央の分配横桁でモデル化します。幅員方向に載る荷重は、分配横桁によって、左右の主桁に振り分けられます。四箇所の支点を考え、主桁を支えます。主桁の捩れ剛性が小さい場合は、分配横桁と主桁との接続が剛であっても、主桁に捩れモーメントを伝達する作用がありませんので、この分配横桁は(1, 0)分配にしか効きません。主桁の転倒を防ぐように支点で左右の主桁を結ぶ横桁が必要ですが、この横桁には応力が出ません。一方、主桁に捩れ剛性の大きい箱桁を使う場合には、横桁の取りつく個所で主桁に捩れモーメントと剪断力が作用します。例えば、図12で主桁2上に荷重が作用しても、主桁1に荷重が分配されます。主桁の捩れ剛性が大きく、横桁の曲げ剛性も大きければ、(1/2, 1/2)分配になり、左右の主桁は、幅員方向に荷重が移動しても、等分の荷重を分担します。

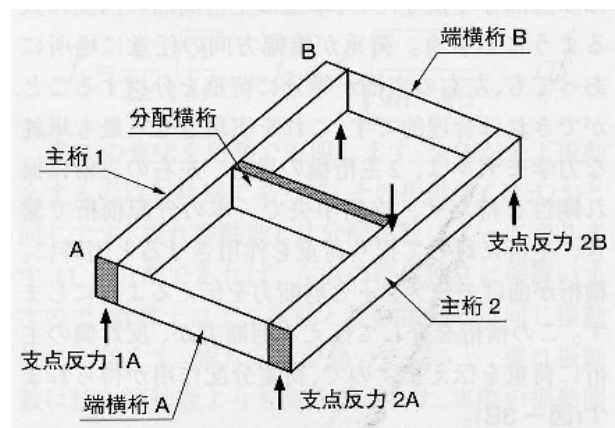


図12 分配横桁を持つ二主桁格子モデル

18. 二主桁橋の荷重分配原理

二主桁橋の全体をマクロに単体の1本桁の扱いをするとき、構成単位の主桁単独の捩れ剛性が小さくても、実用的には捩れ剛性が有るように振る舞います。主桁に大きな捩れ剛性を持つ箱桁を採用し、これを横桁で結ぶと、主桁が殆んど捩れませんので、分配横桁が剪断変形を受け、横桁が主桁位置に取り付く個所に曲げモーメントが出ます。これは、主桁に対してはトルクの荷重です。横桁に注目して、この力学系を考えると、図13のようになります。集中荷重は、図12で示すように右側の主桁上、支間中央に置く場合を考えます。図13Aは、主桁に捩れ剛性が無い場合のモデルです。荷重は右側主桁だけで持ち、左側の主桁は遊びます。これが(1,0)分配です。一方、図13Bは、主桁に捩れ剛性がある場合です。左右の主桁の捩れ剛性が十分大きければ、それぞれ捩れ変形が起きませんので、横桁は剪断変形を起こし、その剪断力が左側の主桁に伝えられます。つまり荷重分配が起こります。横桁の剛性が十分に大きければ、(1/2, 1/2)の分配が実現します。

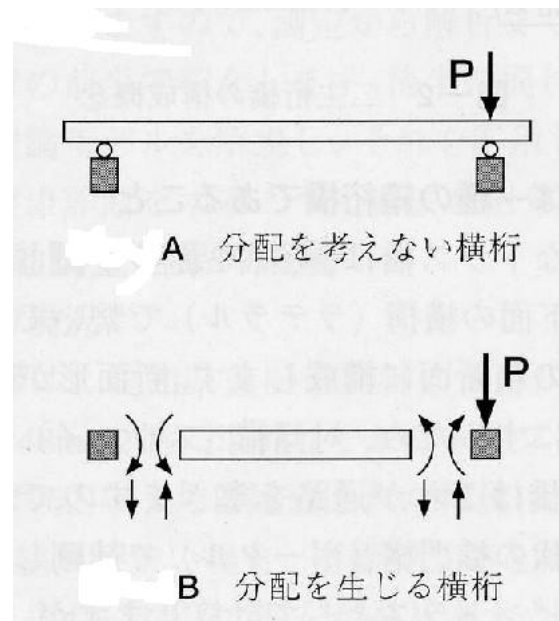


図13 分配横桁の力学モデル

19. 支点反力は全体系の釣り合い条件で求まる

ここで、図12を見ながら、一つの思考実験をしましょう。図12の桁橋全体は一体構造であるとし、集中荷重は右側主桁の中央に載っています。そうすると、全体の釣り合い条件を考えると、左側の支点の反力は0です。ここで図13を参考にして中間横桁の作用を考えてみます。図13Aでは、横桁が左側の主桁に荷重を伝えませんので、この主桁の支点反力が0であることが分かります。しかし図13Bでは、左側にも荷重が分配されて曲げ変形が起こります。この分配荷重は、主桁に作用する剪断力とトルクとなって支点側に伝達されるのですが、そこでの支点反力は0であることに注意します。このトルクと剪断力は支点上の端横桁を介して右側主桁に伝えられるのです。そうすると、端横桁が立体的な部材として重要な役目をするのが理解できると思います。ここで主桁の支持方式で別の選択があります。それは、端横桁を省くか、簡単な繋ぎ材にしておいて、主桁ごとに4点支持に構成することです。大径間の2箱桁橋の建設では、個別の主桁を独立した橋として建設できます。この場合、後から分配横桁をつなごうとしたとき、左右桁の撓みの食い違いを調整することに難しいことが起こります。オーストラリア、メルボルン郊外、ウエストゲート橋の架設のとき、この対応を誤って落橋事故(1970)を起こしました。

20. 桁橋の健康診断を振動で調べる

中小支間の桁橋は、ごく身近に見られ、数も多い構造です。大きな橋梁に比べれば地味な存在ですので、知的興味の対象になり難い面があり、案外なことに丁寧な解説も多くありません。また、実物と向きあって調査する機会を設けることも殆んどありません。橋を管理する立場からは、見てくれの良し悪しではなく、実質的な耐荷力を判定することが重要です。「石橋を叩いて渡る」の諺があるように、感覚的に安全性を確かめる方法が経験的に知られています。時間と費用を掛けずに調査する方法の一つが、振動を測定することです。これに、現代のエレクトロニクス技術とパソコンを利用するソフトウェア技術が便利に応用できるようになりました。その予備知識にすることを目的として、この桁橋についてのお話をまとめました。