

# 標準的な橋の設計計算書を作成するエクセル Soft

雑誌：橋梁&都市 PROJECT

2009. 4～2010. 11 連載記事の原稿

エクセル Soft 開発グループ

この冊子は、雑誌「橋梁&都市 PROJECT、ISSN 1344-7084, 科学書刊株式会社」の連載記事の元原稿に使った MS-Word から PDF 形式に変換したものです。雑誌の方では写真などは白黒版しか使えませんが、PDS 版はカラー版で見ることができます。表紙・目次などの頭の部分と本文とを含め、**137** ページあります。全体を通して、ハードコピーで見たい方のために用意しました。書物の形式は、全体を通して見ることができますので、パソコンの時代であっても使い勝手が良いものです。ユーザは、この電子ファイルをダウンロードして、印刷して利用します。プリンタをお持ちでなくとも、原稿ファイルを USB にコピーして、年賀状などの印刷を請け負う街中の印刷屋さんなどに持ち込めば、簡易製本までサービスしてくれようになりました。内容を部分的に、ランダムに検索して、電子書籍のような閲覧ができるインターネット版も公開しています。最初に目次と索引を付けてあります。これらの WEB サイトは、差し当たり下記にしてあります。

[http://www.nakanihon.co.jp/gi\\_jyutsu/Shimada/shimadatop.html](http://www.nakanihon.co.jp/gi_jyutsu/Shimada/shimadatop.html)

筆者らの原稿は、パソコンの一画面に収まる分量を最小単位の項（パラグラフ）に分け、文章量として約 600 字程度にしてあります。電子書籍は、目次や索引の参照に、印刷製本された形式では普通に使うページ番号を使うことができません。これに代わる方法として、内容の章・節・項を示す三連番号を使っています。

この原稿は、設計計算書本体ではなく、設計の説明書です。具体的な設計書は MS-EXCEL で作成し、個別にデモソフトを閲覧できるようにしてあります。このデモソフトは計算機能を外してありますので、実務に利用することはできません。

# 目 次

## 0. はじめに

### 1. 橋梁設計の実務

#### 1.1 設計文書の性格

設計文書は公文書であること；図面と計算書とがセットであること；設計者はお習字の素養が必要であったこと；試行錯誤の過程を残さない文書であること

#### 1.2 再現設計計算の趣旨

何通りかの再現設計計算が必要になること；再現設計計算の大枠的な分類；単位系は日常感覚に合わせる表現でまとめること；材料の積算は単位重量を使う；応力度の扱いも呼び数扱いがよいこと；古い示方書の単位系表示を尊重すること

#### 1.3 エクセル Soft のユーザインタフェース

パソコンの作業環境；スプレッドシートプログラムとは；EXCEL 上での作業；計算書の作成は表計算と書式調整が目的であること；はめ込みパズルに似た作業になること；ウィザード方式の作業方法でまとめること；体裁よく印刷させる機能は十分ではないこと

#### 1.4 文書としての体裁

技術文書としての体裁を持たせること；

#### 1.5 応用の一例

調査した橋梁の履歴；床版補強工事とその効果の振動測定；エクセル Soft による応力確認

## 2. 単純トラス橋の力学

### 2.1 トラス橋の構造形式

平面トラスの組み合わせで計算する；通路を確保する空間が必要であること；斜材の向きでハウ・プラット・ワーレンの組方を区別する；パネル割りは等間隔にする

### 2.2 静定トラスの幾何学

種々の座標系の約束が混在すること；格点に番号を付ける；初等幾何学の華の趣があること

### 2.3 トラスの力学

静定トラスが解析の基本；安定・不安定と静定・不静定；トラスの荷重は格点に作用させる；格点での釣合い条件で部材力を計算する；座屈長を短くする二次部材；巨視的には桁と仮定する

### 2.4 弦材の影響線

影響線は橋梁工学固有の解析であること；トラス弦材の応力は切断法で求める；符号の考え方で混乱が起きる；影響線は一つではないこと；斜材と垂直材は剪断力を伝える部材であること；斜材の影響線を計算するときのパラメータ；斜材の部材力の計算例

## 3. トラスの影響線

### 3.1 影響線の力学

鉄道橋では重要な解析であること；解析の基本は単純梁であること；影響面を考えることもある；トラス橋の影響線は間接載荷を考える；弦材自重の曲げモーメントを最小にする工夫

### 3.2 最大最小の影響値と影響線面積

計算量が多くなるので活荷重をモデル化する；幅員方向は(1,0)分配法でまとめ

る；床組みは輪荷重を使う；床版は影響面の考え方を抽象化した単位幅を考える；縦桁と横桁とは輪荷重を集中荷重として扱う；幅と長さを持つ等分布荷重の扱い；小橋梁としての設計法も念頭におくこと

### 3.3 トラス橋の影響線固有の問題

トラス橋は小支間桁橋を載せる親橋梁であること；影響線が三角形の場合；トラスのパネル間隔がパラメータに必要

## 4. トラス橋計算エクセルソフトの解説

### 4.1 作業のあらまし

橋梁設計入門はトラス橋から始める；トラスの形式別に独立したブック単位にしたこと；ソフト名の命名規則；既設橋梁をモデル化して計算をまとめたこと；シートは章別にまとめてあること

### 4.2 ユーザがする作業のあらまし

一般図と設計条件を準備する；現地調査の一例；複数のエクセルソフトを準備する；計算条件の設定作業；橋梁台帳のデータとして利用する；表紙と計算条件の表示；セキュリティの方法

### 4.3 鉄筋コンクリート床版の計算

スラブの力学モデルは二方向版であること；スラブの計算式の力学モデル；最小スラブ厚の制限が変化してきたこと；複鉄筋矩形断面の計算法を用いること；実際のコンクリートは引張強度もあること；膜作用で持たせる床構造もある

### 4.4 縦桁の計算

縦桁は小支間桁橋の主桁の性格を持つ；縦桁の上フランジ幅は先に決めること

### 4.5 横桁の計算

横桁の計算上の支間；横桁はトラス断面の形状を保持する役目があること

### 4.6 トラスの計算

構造力学的な説明は前章で扱ったこと；溶接橋ではハイブリッド構造もあること；上下弦材・斜材（腹材）は断面構成に関連があること；リベット橋は最小最大の断面構成があること

### 4.7 横構などの計算

立体トラスに組み上げると箱構造モデルであること；横構は一次部材並みの重要性があること；対傾構の扱いが悩ましいこと；全体重量の検証をする

## 5. プレートガーダーの構造

### 5.1 考え方の経緯

プレートガーダーもトラスの一種と見ること；上フランジは荷重の直接載荷に注意していること；輸送と架設も考えられたこと；道路橋は鉄道橋よりも幅員が広いこと

### 5.2 細部設計上の課題

薄板を組み合わせたときの種々のアイディアがあること；プレートガーダーの腹板は周囲を補強した板とする；有効幅の問題；剪断応力度と剪断歪みは理解し難い力学量である

### 5.3 主桁鋼断面の提案法

鋼桁だけの断面提案法；断面提案法と応力計算法とがセットであること

### 5.4 合成桁の鋼断面提案法

合成桁の発想；合成桁は不静定構造物であること；断面のモデル化；合成断面の提案式

### 5.5 合成桁断面の応力度計算法

品質管理を踏まえることを理解する；ヤング係数比の考え方；理論式通りの計

算をしなくてよいこと

## 6. 格子桁の分配係数の計算法

### 6.1 幅の広い道路橋

荷重の載る位置が横にも移動すること；幅員の広い桁橋形式の設計に用いること；プレートガーダーの力学的挙動は良く分らないこと

### 6.2 格子桁の解析モデルと設計モデル

不静定次数が多い構造であること；影響面を考えること；理論から実構造を逆提案しないこと；偏心載荷では不利になることがあること；格子計算を利用するため荷重体系も工夫したこと；主桁に捩れ剛性があるとした計算法も工夫されたこと

### 6.3 バネ支承で支えられた連続梁モデル

三主桁一横桁の格子桁モデルは簡単に解ける；重ね合わせの方法で残りの計算ができる；横桁の剛性が十分大きいとき；主桁四本以上横桁一本のモデル；単位荷重を受ける単純梁の曲げモーメントを求める；左右主桁位置の撓みの影響を加える

### 6.4 例題：七点のバネ支承で支えられた六パネルの連続梁

## 7. 鋼鉄桁橋計算エクセル Soft の解説

### 7.1 構造の理解

板を扱う応用力学が基礎であること；橋梁工学と構造力学と数値計算法とを区別して理解する；再現設計作成がなぜ必要となるのか；対象橋梁の観測が欠かせないこと；構造としての注目点が幾つかあること；下横構は主桁並みの応力を受けること

### 7.2 構造解析のモデル

計算モデルは理想化して行うこと；単純桁橋は高次の不静定構造の性格がある；断面決定法は計算書に載せない計算であること

### 7.3 計算書の書式と体裁

EXCEL を使うことの利点；セキュリティに工夫が必要になること；EXCEL を使う場合の繰り返し計算

### 7.4 エクセル Soft の構成

ブック単位の大きさを抑えたこと；ソフト名の命名規則；シートは章別にまとめてあること

### 7.5 ユーザがする作業のあらまし

一般図と設計条件を準備する；複数のエクセル Soft を準備する；計算条件の設定作業；橋梁台帳のデータとして利用する；シートの構成はトラス橋のエクセル Soft と相似であること；製作時に決める詳細寸法の扱いをしていないこと；全体重量の検証をする

## 8. RC・PC スラブ橋の計算

### 8.1 問題点の解説

並列コンクリート桁橋の計算は版モデルを使う；捩れ剛性は二種類あること；曲げ撓みと剪断撓みも理解しておくこと；変形については二通りのモデルがある；曲げ剛性と捩れ剛性を持つ格子構造をどう扱うか；桁の並びを均して版にモデル化する

### 8.2 直交異方性版の解析モデル

二方向を考えた四階の微分方程式を扱う；曲げモーメントは単位幅の桁として計算する；回転の慣性モーメントの計算も必要になる；単純版の解析が基本であること；影響面を考えるときはフーリエ級数分布の荷重を使う；力学モデル

は軸力が作用する梁が弾性床上に載っている

### 8.3 弾性床上の梁の解析

数学問題としての扱いから始める；橋梁工学の視点で解をまとめる；階差式は二パネル分を考えるだけで済ませる；相対的に中央格点の撓みを求める；相対的に中央格点の曲げモーメントを求める；マトリックスの形で表す；撓みと荷重の関係もマトリックスで表す；境界条件から二つの式を追加する； $W_1 \sim W_{n+1}$ の連立方程式にまとめる

## 9. PC 桁橋計算エクセル Soft の解説

### 9.1 PC 桁の製作環境

用語の解説から始めます；死荷重応力は一意に決まらない；応力調整の主役はジャッキであること

### 9.2 材料の力学的な仮定

引張応力度とひびわれの考え方；コンクリート全断面を有効として計算すること；プレストレスは施工時には外力扱いをする

### 9.3 全体構造系の仮定

有効幅を考えない；振動の性質を説明できる計算が必要；捩れ剛性の見積もりと分配計算が必要

### 9.4 エクセル Soft の構成

ソフトのグループ化と命名規則；分配計算のソフトは独立にまとめてある

### 9.5 調査した橋梁

## 10. 小径間吊橋の計算

### 10.1 小径間吊橋の解説

無補剛吊橋は昔からあること；小吊橋の構造は実践的な工夫があること；補剛トラスの座屈変形が頻発したこと；捩れ剛性の向上には上下の横構が必要であること

### 10.2 吊橋ケーブルの計算

単純吊橋は一次の不静定構造であること；吊橋計算の力学モデルは引張軸力を受ける梁；弾性理論を応用するのが実践的であること；放物線ケーブルの全長を求める；ケーブル水平反力影響線の解き方；左右対称な放物線区間の計算式

### 10.3 引張軸力を受ける梁としての補剛桁の計算

吊橋は二つの荷重モデルから構成されていること；軸力を受ける梁としての解；集中荷重による変形分を別に求めておく；等分布荷重が作用する場合の一般解；桁の弾性エネルギーの計算式を求める；曲げ剛性が小さい場合は変位の方から計算する；水平反力の影響線の計算法

### 10.4 階差式を使う表し方

マトリックスの算法につなぐ；計算上のパネル割りを別に考える；階差式は二パネル分を考えて式を立てる；格点での曲げモーメントを階差式にまとめる；相対的に中央格点の撓みを求める

### 10.5 水平反力の影響線を計算する式

等分布荷重を受ける梁の格点モーメントを求める；マトリックスの表し方にする；水平反力の増加分  $H$  の影響線を求める；吊橋としての影響線に合成する

## 11. 小径間吊橋の計算（続）

### 11.1 補剛桁の支点構造と塔との関係

遊動円木の性質を考えること；橋軸方向水平力を吸収する構造の工夫

### 11.2 支点反力の計算

支点反力の計算はやや特殊になること；単位荷重が移動する場合の解を求め

る；未定係数は右支点の境界条件で決定する；水平反力の増分 $H$ の作用を加算する

#### 11.3 温度変化による応力と変形

夏冬で縦断勾配が変化すること；ケーブルのクリープもあること

#### 11.4 風荷重による横変形と振動

捩れと横変形とは分けて計算する；横変位の力学モデルは単純に考える

#### 11.5 撓み振動の計算

耐風安定性に関係する変形と振動；構造システムをマクロに選ぶこと；波動の性質があること；マトリックスを使う固有値解析の方法；卓越振動と固有振動とを区別する

#### 11.6 吊橋の力学的な性質

再現設計計算のエクセル Soft；ケーブルは正の曲げモーメント分を減らす作用をする；撓みは放物線状の変形が減ること

### 12. 連続桁の計算

#### 12.1 ゲルバー形式の構造

用語の説明から始めます；日本での構造形式の呼び方であること；吊桁部分の構造で問題が起こること；支点の不等沈下の影響を避けた構造になること；ゲルバー桁の設計の延長に連続桁があること

#### 12.2 連続桁橋の構造

捩れを持たせるために幅が必要であること；曲線橋は箱断面連続桁で設計される；日光の神橋は連続桁構造であること

#### 12.3 連続桁の構造上の課題

ヒンジを使わない構造；長手方向の伸縮変形に対応させることが問題；桁端で起こるその他の問題

#### 12.4 架設工法の設計と計算

死荷重応力は架設工法で決まること；応力調性を考えること

#### 12.5 応力の影響線

構造力学の課題としての連続梁の解析；曲げモーメントの理解が学習の一段階であること；弾性荷重法で変形を計算する；荷重項の計算を必要としないこと；不静定力を求める連立方程式；等断面等径間の場合の式；相反作用の定理で影響線を求める；梁の変形は一つだけを計算して応用する；床組みの設計は連続桁の設計を踏まえている；連続桁の解析は自由曲線の作画にも応用されること

### 13. 連続桁の計算（続）

#### 13.1 古典的な不静定問題

二点支持と三点支持の問題から；不静定構造物の安全問題の典型であること；コンクリート桁の支持方式には注意すること；引張応力度に対する考え方；連続合成桁のコンクリート部の応力度問題

#### 13.2 連続梁の計算に使う力学モデル

数表を利用した過去の計算方法を理解しておくこと；実践的には等断面・等径間の仮定を使うこと；径間長を表すパラメータが二種類あること；スラブは幅員方向で連続桁と考える  
；トラス橋では床組全体が連続橋になっている；連続橋の振動は波動の性質があること

#### 13.3 連続桁橋の再現設計エクセル Soft の解説

ソフトの命名法；表計算部分の印刷レイアウトに注意したこと；影響線はグラフに表示する必要があること

## 14. アーチ橋の計算

### 14.1 石造アーチ橋

昔からあるのは半円形のアーチ；石工の経験技術で架設された時代があった

### 14.2 アーチ橋の各部の名称

開腹アーチは近代化された石橋の象徴である；アーチの寸法を表す言い方；桁橋をアーチで補剛する形式が開発された；下路形式に採用するアーチ構造；長大アーチ橋への挑戦

### 14.3 アーチ系橋梁の構造力学

アーチ系橋梁は7種類；二ヒンジアーチを基本系とする；一次の不静定構造であること；アーチリブの応力と変形は直線梁として計算する；死荷重による応力と変形を考える

### 14.4 水平反力影響線の計算式

水平反力  $H$  の影響線の解き方；数値計算に使う原理式；単純梁に置き換えて計算する；固定アーチの場合の静定基本系；両端固定梁を基本系に置く考え方もある；バランスドアーチは固定アーチの性質がある

## 15. アーチ橋の計算（続）

### 15.1 吊橋の計算との相違

線形理論か非線形理論か；アーチ橋の死荷重応力の実際は分からない；温度差応力の計算方法も理解しておく

### 15.2 振動の理論解析

橋梁は複合構造物であること；簡易な振動数解析法を利用する；撓みの影響線の形から分かること

### 15.3 架設を考えた計算

放物線形状の幾何学；二ヒンジアーチのリブは製作時に上ソリを付ける

### 15.4 エクセル Soft の解説

計算対象のアーチ橋





多品種少量生産	1. 2. 2
対傾構	2. 1. 2
耐爆橋梁	13. 1. 2
耐風索	10. 1. 2
全	11. 4. 1
卓越振動	11. 5. 5
全	15. 2. 3
単位重量	1. 2. 4
全	9. 2. 2
単純捩れ	8. 1. 2
弾性荷重法	12. 5. 3
弾性重心法	14. 4. 4
弾性床上の梁	8. 3. 1
弾性条件	8. 2. 4
弾性理論	10. 2. 3
断面決定法	7. 2. 3
断面法	2. 4. 2
撓み	3. 1. 2
撓み理論	10. 2. 3
跳躍振動	11. 5. 1
長大アーチ橋	14. 2. 5
直交異方性版	7. 2. 1
全	8. 1. 1
直列バネモデル	8. 1. 4
吊橋	10. 1. 1
釣合条件	8. 2. 4
D51 型	3. 1. 1
手延べ式架設	5. 1. 3
抵抗線歪み計	5. 4. 1
鉄筋コンクリート	9. 1. 1
電卓	1. 3. 1
トラスリブ	14. 2. 1
等方性版	8. 1. 6
撓角法	12. 4. 1
<b>な</b>	
内的に安定	2. 3. 2
内的に静定	2. 3. 2
内的に不静定	2. 3. 2
ニールセンアーチ	14. 3. 1
ニヒンジアーチ	14. 3. 2
二項積	10. 5. 3
二次応力	2. 3. 1
二次部材	2. 3. 5
日光の神橋	12. 2. 3
捩れの二次モーメント	8. 2. 1
捩れ剛性	8. 1. 2

全	9. 3. 3
全	10. 1. 4
<b>は</b>	
ハイブリッド	4. 6. 2
ハウトラス	2. 1. 1
バックルプレート	3. 2. 4
バックルプレート	4. 3. 6
バランスドアーチ	14. 4. 6
バンドマトリックス	12. 5. 5
版モデル	8. 1. 1
勿橋	12. 1. 2
鈹桁	7. 1. 1
PCコンボ橋	9. 3. 1
ひびわれ	9. 2. 1
ピントラス	2. 3. 1
比重	1. 2. 4
品質管理	5. 5. 1
フーリエ級数	8. 2. 5
プラットトラス	2. 1. 1
フランジ	5. 1. 1
ブレースドリブ	14. 2. 1
プレートガーダー	5. 1. 1
フレシネ法	9. 1. 3
プレストレス	9. 1. 1
プレストレスコンクリート	9. 1. 1
プレテンション	9. 2. 3
不静定トラス	2. 3. 1
風荷重	11. 4. 1
分配	8. 2. 5
分配計算	9. 3. 3
全	9. 4. 2
分配理論	3. 2. 2
平行弦トラス	2. 1. 2
並列システム	13. 1. 2
並列バネモデル	8. 1. 4
閉合	12. 4. 1
全	14. 3. 3
ポストテンテンション	9. 2. 3
ポニートラス	2. 1. 2
細長比	2. 3. 5
補剛トラス	10. 1. 3
補剛材	5. 2. 2

<b>ま</b>	
マトリックス	8. 3. 6
曲げモーメントの影響線	3. 1. 2
曲げモーメント図	3. 1. 2
曲げ変形	8. 1. 3
曲げ捩れ剛性	8. 1. 2
曲げ撓み	8. 1. 3
耳桁	6. 2. 3
無筋コンクリート	9. 1. 1
無補剛吊橋	10. 1. 1

<b>や</b>	
ヤング係数比	5. 5. 1
有限要素法	2. 3. 1
有効幅	9. 3. 1
横構	2. 1. 2
全	7. 1. 6
横分配	3. 1. 3
全	6. 1. 2
呼び数	1. 2. 3

<b>ら</b>	
ラーメン	2. 3. 1
ラティスガーダー	5. 1. 1
ラティストラス	5. 1. 1
ラプラスの方法	8. 3. 3
ランガーアーチ	14. 2. 4
リブ	14. 2. 1
力学的慣性モーメント	8. 2. 1
レール軌間	5. 1. 2
レオンハルト	6. 1. 3
ローゼ	14. 2. 3
ローゼアーチ	14. 2. 4
ロッキングタワー	10. 2. 1
全	11. 1. 1

<b>わ</b>	
ワーレントラス	2. 1. 1
全	2. 3. 5
割り増し係数	3. 2. 3

## 0. はじめに

橋は、我々の社会生活空間の中で、非常に身近な構造物です。そのこともあって、日本では「橋」の付いた固有名詞、つまり人名や地名が非常に多いことは、電話帳や住所録をめくって見れば分かります。しかし、ほんの2m（昔風に言えば約1間）の幅を渡すとしても、実用的な通路としての丈夫さを持たせる構造を建設するとなると、素人工事では手に余ります。まして、重量自動車の行き交う道路橋や、重量の大きい列車を通す鉄道橋では、力学原理を踏まえなければ安全な橋の設計も建設もできません。橋は、住宅に次いで建設需要が身近に多い公共構造物ですので、例えば、村役場の土木課の職員でも理解できる程度に大衆化した、設計法と建設法も必要です。橋梁は、見かけは単純な構造に見えても、しっかりと力学原理を踏まえなければなりませんので、古代から、専門家集団が橋の建設に携わってきました。明治以降、工学的に設計法と製作・架設法が研究され、戦後は、多くの橋梁が建設されてきました。その蓄積で、現在では橋長が15m以上の橋梁が、全国で約15万箇所、2m以上を含めると67万箇所近く供用されています。桁単位の積算数は分かりませんが、一説では300万橋あると言われていています。道路統計年報（H18年度）の資料によりますと、橋梁延長（図－0.1）では、15m～20mの橋長は約24%と短径間の既設橋梁が占めています。橋種別橋梁箇所数（図－0.2）は、鋼橋とPC橋が約40%づつで、橋梁といえば鋼橋かPC橋と言えます。橋種別橋梁延長（図－0.3）では、鋼橋が約48%、PC橋が約33%で、鋼橋には長大橋が多いことが明らかです。橋梁構造別箇所数（図－0.4）では、桁橋が約76%でほとんどの橋梁が桁橋となっています。

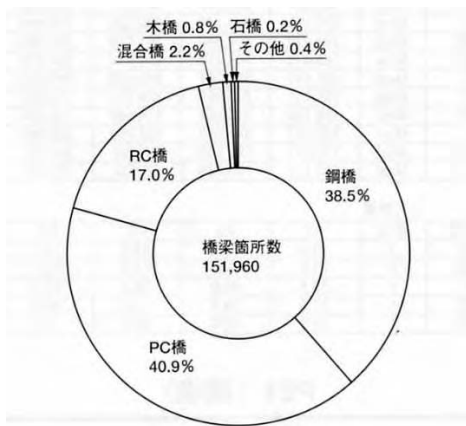


図 0.1 橋種別橋梁箇所数比率



図 0.2 橋種別橋梁延長比率

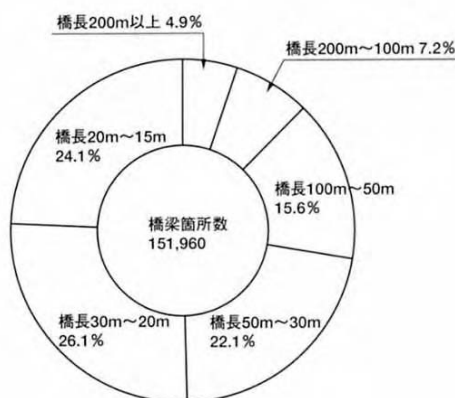


図 0.3 橋梁延長別箇所数比率

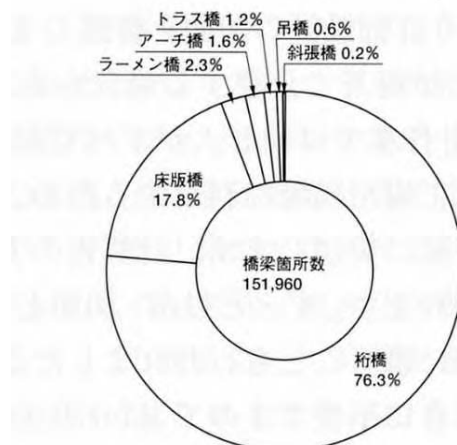


図 0.4 橋梁構造形式別橋梁箇所数比率

橋の寿命については、従来、ほとんど意識することがありませんでした。このことは、かつて主流であった木橋を、鋼橋やコンクリート橋に架け替えるときも含め、永久橋を建設したと勘違いをして、維持管理や補修のことを重要と考えなかったことも一つの原因でした。ところが、モータリゼーションが高度化してきた近年になって、橋梁の疲労と老朽化が顕在化するようになってきました。そこで、安全性を確認する検査方法と補修方法の提案が必要になってきました。その検査方法は、二つの柱から構成します。一つは、対象とする橋梁の実情を現場で調べることです。これには「振動測定による構造物の診断システム」を提案します。「橋梁&都市PROJECT」2006年1月号～12月号に連載した「易しくない構造物の振動調査と診断法」で提案したものです。

もう一つは、建設当時の設計法で計算書を再現し、自重と曲げ剛性の見積もりと、現在の荷重体系との比較で耐荷力の確認をする再現設計のコンピュータプログラムの提案です。この二つの柱があって、初めて、補修前後の補強効果を確実に比較できます。このプログラミングツールは、MS-EXCEL（エクセル）を利用しますので、「エクセルSoft」と呼ぶことにしました。科学技術計算に使うソフトウェアの作成は、事務処理に応用するソフトウェアとは少し違うプログラミング言語を使う必要がありました。パソコンの利用が大衆化しましたし、その中でもEXCELが数値計算の道具として便利になりましたので、一般向けにはEXCELを使う設計計算用ソフトを薦めたいと思います。その使い方、つまり、ユーザインタフェースは、橋梁工学の専門に詳しくない人でも、作業ができるようにすることを目的として編集しました。しかし、ユーザズマニュアル通りの作業なら小学生でも可能でしょうが、公共に利用する橋の安全性を確認する作業ですので、橋梁工学の常識が必要です。エクセルSoftの理解には、丁寧な説明が欠かせません。この分量は相当に大きくなりますので、連載形式で公表することにしました。次章から、トラス橋の解説から始めます。橋梁設計の拠り所をまとめた設計示方書は、時代と共に改訂を繰り返してきました。古い橋梁の調査ではその当時の示方書に基づく計算方法の理解が必要です。平成14年の改訂で大きく変更されたことは、力の表示方法にニュートン単位系を採用するようになったことです。これは時代の流れですが、やや学問的に過ぎるところがありますので、旧来の示方書で採用していた重量単位に換算した計算法との二本立てで構成することにしました。

エクセルSoftの目的は、モニタ上で計算確認を済ませ、書式を整えた計算書の印刷出力にあります。計算書は、或る程度、定型的なスタイルがあります。これをテンプレートプログラムにまとめておいて、必要な個所にデータを入力して埋めて完成するようにします。そうしておけば、データを差し替えることで設計の比較が簡単にできます。このテンプレートを使うユーザは、橋梁工学の素養が欠かせません。また、このテンプレートを応用して印刷される成果品は、技術コンサルタントとしての対価の対象です。したがって、「エクセルソフト」は、このテンプレートをシェアウェアとしたものと理解するとよいでしょう。著作権を持ちますし、バージョン改訂などの情報をインターネットで配布する上でも、ユーザ登録の形式を採りたいと思います。

(文：島田静雄)

# 1. 橋梁設計の実務

## 1.1 設計文書の性格

### 1.1.1 設計文書は公文書であること

一般の道路交通に供用される橋は、公共構造物です。したがって、橋は公的機関が管理しますので、その目的に必要な文書類は公文書の性格を持ち、アーカイブ、つまり保存文書の対象です。橋の図面と計算書は、建設時だけの利用だけでなく、長い年月に亘って、必要なときに参照できるように保存を考える必要があります。ただし、電子的なファイル記録は、アーカイブ用保存媒体としては、まだ歴史の試練を受けていませんので、過度に信用するのは危険です。多くの橋の建設需要に応えるため、標準設計も提案され、図面や計算書を保存しない場合も増えてきました。このことが、再現設計が必要になった理由の一つです。橋の戸籍簿に相当する文書を橋梁台帳と言います。しかし、道路法ではその整備が義務付けられていない理由もあって、或る程度の重要橋梁を別として、そもそも橋の存在の全体像さえつかみかねているのが実情です。また、重要橋梁に関する設計文書であっても、設計・製作・架設に携わった民間会社側が保存してある資料に頼る、といった情けない実情があります。民間会社が消滅すると、その会社が保存管理していた資料も散逸しますので、大きな技術的財産の損失になります。

### 1.1.2 図面と計算書とがセットであること

一般的な建築構造物では、設計は、意匠的なデザインを重点に置く傾向があります。橋梁設計は、通行車両の重量が非常に大きいので、構造力学を踏まえた部材寸法の決定法に重点があります。設計者は、構造力学の素養を必須とし、種々の条件を満たすように寸法の提案をします。それを見て製図者が製作・架設に使う詳細設計の図面を作成します。設計者と製図者とが別人で分業する場合がありますが、小規模の設計作業では同じ人がすべてをまとめます。図面は、工場や現場で利用するため、A1 版程度の大きな用紙に製図します。計算書の方は A4 版の用紙にまとめます。ずっと以前、図面と同じ寸法の大きな用紙に書くことも行われました。大きな寸法の用紙は保存に不便ですので、折り方まで提案して A4 版の外形になるようにします。これは、図面の製図法と関連した工業規格になっています。

### 1.1.3 設計者はお習字の素養が必要であったこと

図面も計算書も、コンピュータが利用できなかった時代は、手書きで作成することが常識でした。下手な字で文書を残すのは恥さらしですので、設計者はきれいな字と図を書く素養が欠かせませんでした。設計者が粗原稿を作成して、字や製図の上手な人に清書してもらい、または活版印刷にする、などの手間をかけるのは例外でした。図面と計算書は、公文書としての書式と体裁も整える必要があります。設計者は、構造計算などの勉強と同時に、先達が残した図面や計算書を見本にして、文書のまとめ方の勉強が必須でした。図面と計算書とを見ると、どこの企業の、誰が作成したか、までが分かるほど個性的な文書の性格がありました。コンピュータが普及して、ワードプロセッサとプリンタが便利に使えるようになり、文字や図を手で書くことが少なくなりました。しかし、公文書としての文書のまとめ方は、きちんと勉強しておく必要があります。この方面の実学は、学校教育ではほとんど教えていません。

### 1.1.4 試行錯誤の過程を残さない文書であること

公文書として残す計算書は、数学的な計算過程を記録する目的と同時に、論理的な思考過程を説明する文書の性格を持ちます。実際の設計作業は、幾つかの試行錯誤を重ねて、その中から最適と思われる案を決めます。しかし、完成した文書は、最初の設計条件から、無駄のない、定型的で論理的な筋書きで決定に至った経過をまとめます。理論式を使う場合には、誘導の過程、出典の明記と共に、その式の通りに数値を入れて結果を書きます。後の計算で参照される数値は、適度な区切りのところで記録に留め、それを設計照査のときにも使います。したがって、出自が分からない数値が突然現れるような使い方をしません。コンピュータが便利に利用できるようになって、計算手順をプログラミングすることが普通になりました。しかし、省略が行き過ぎて、途中の計算過程がブラックボックス化する傾向があります。EXCEL は、事務処理計算を指向したソフトウェアです。技術計算のプログラミング言語としては、不便もあるのですが、組み込み関数が豊富に利用できますし、手順を追って計算を進める途中の過程が見える形でまとめることができますので、今後は多く利用されるようになるでしょう。

## 1.2. 再現設計計算の趣旨

### 1.2.1 何通りかの再現設計計算が必要になること

橋梁の建設時に作成された資料が保存されている場合も、また、そうでない場合も、供用中の構造物は、設計の要点をまとめた管理用の要約資料が必要です。古い示方書で設計された橋梁が、現行の示方書に照らして耐荷力に余裕があるかないかを照査するには、何通りかの再現設計計算が必要です。新旧示方書間の大きな違いは、荷重が変わったことと、応力度の表し方が重量単位からニュートン単位に移行したことです。そのため、昔通りの示方書で再現した計算書の数値を、ニュートン単位系に書き換える、または併記する必要があります。さらに、現行の荷重体系を採用したら応力度がどのように変わるか、を知るための検証計算が必要です。設計の段階では、安全設計を目的とした仮定を採用しますので、実際構造物の力学的挙動を知る場合の力学モデルとは異なります。実情に合うように仮定を修正した計算も必要です。学術的に考えるのではなく、どのように計算書の仮定を修正すれば実情を良く表すか、と言う見地で再現設計計算を扱います。

### 1.2.2 再現設計計算の大枠的な分類

橋梁構造物は、工業製品のような大量生産物とは異なり、条件に合わせて個別に設計・製作・架設されます。PC桁などはカタログ化された製品が提案されますが、通常は**多品種少量生産物**に分類します。しかし、設計も標準化の努力がされていますので、あまり特殊な条件でない限り、定型的な計算手順があります。その大枠は下の表のように分類しました。

既設橋梁安全確認エクセルソフト（平成21年現在）

カテゴリー	種別	ソフト名	摘要	
適用示方書	大正15年版技術基準		T15 という	
	昭和14年版技術基準		S14 という	
	昭和31年版技術基準		S31 という	
	平成14年版技術基準		H14 という	
荷重体系	重量		kgf, tf	
	S I 単位		N, kN	
分配理論	(1, 0) 分配			
	格子理論			
	Guyon-Massonnet	GandM		
構造形式				
上部構造 橋梁形式	鋼桁	単純鋼桁（リベット）	PLDGR T15,S14,S31,H14	
		単純鋼桁（溶接）	PLDGW S31,H14	
		単純鋼合成桁	COMGD S31,H14	
	鋼トラス （リベット）	単純ワーレントラス（リベット） パネル数 6,8,10	TRUSA	T15
			TRUSB	S14
			TRUSC	S31,
			TRUSD	H14
	RC桁	単純鉄筋コンクリート床版桁	RCBAN T15,S14,S31,H14	
		単純鉄筋コンクリートT桁	RCTGD T15,S14,S31,H14	
	PC桁	単純プレテンションスラブ桁	JISZ S31,H14	
		単純プレテンションスラブ桁（充実）	JISBX H2,H14	
		単純プレテンションスラブ桁（中空）	JISTX H2,H14	
		単純ポストテンションT桁 主桁本数 3(POSTQ)、 4(POSTR)、5(POSTS)	POSTQ	S31,H14
			POSTR	S31,H14
POSTS	S31,H14			
下部構造	橋台・橋脚 （安定計算）	橋台（重力・控え壁・逆T）	SUBST	
		橋脚（長方形・円形・小判形）		

### 1.2.3 単位系は日常感覚に合わせる表現でまとめること

橋梁構造物は、力学的に解析しますが、公共的に利用しますので、一般の人が分かる書類の表現方法が必要です。設計は、材料の形状、寸法(長さ・面積・体積)、重量を決定する作業です。長さや重さの単位系は、古くは尺貫法、米国に学んだ時代はフィート・ポンド法でしたが、1966年以降は法律で使わないように決められました。しかし、古い構造物を調査するときには、尺貫法もフィート・ポンド法も常識として理解しておきます。メートル法換算の数値に参考単位として併記すると分かり易くなります。このときに使う、例えば「長さ100尺」のような言い方を「**呼び数**」と言います。テレビ画面やパソコンのモニタ寸法を表す言い方に、例えば「16型」があります。この16は、インチ単位で測った長さですが、インチの寸法表示を使うことが正式にはできませんので、型で言い換えたものです。重量は、学術的に正確を期するならば**質量**に重力の加速度 $g$ が掛かった**力**の単位を持ちます。重量は地球上の場所次第で僅か(1%以下)ですが差があります。橋の設計は、月の上に建設することを考える必要がありませんし、地球上で場所的に重力加速度の違いを考える必要もありません。高度を考えて空気密度の違いによる浮力補正もしません。したがって、実用的な数値は、重さと質量の区別をしません。橋梁の設計に使う荷重や応力の表し方も、実用的には重さです。記号で区別するとき、例えばkgは質量、kgfは力、と使い分けます。自動車荷重を言うとき、200キロニュートンなどと言うのは非常識なのです。「貴方の体重は」と聞かれて、「700ニュートン」と答えるのはブラックユーモアです。

### 1.2.4 材料の積算は単位重量を使う

橋の設計荷重の見積もりでは、橋本体に使われる材料の体積を計算し、**単位重量**をかけて重量を求めます。物理的意義の強い**比重**は使いません。材料は加工して目減りしますので、実重量と積算重量とは違いますが、航空機体の設計ほどに神経質に実重量を計算し直すことはしません。実践的には、全体をならした単位長さ、単位面積または単位体積当たりの重量を使います。例えば、鋼橋の鋼重仮定は、橋通路の単位面積当たり経験値を使います。鉄筋コンクリートや舗装も単位重量を使います。この数は、重量という言葉を使いますが、物理的には質量です。荷重として計算するときは、重力加速度を乗じて力(ニュートン)の単位にするのが正しいのですが、理論に走り過ぎます。設計計算書は学術論文ではありませんので、扱われる数値は、一般の人が分かる**呼び数**で扱うのがよいでしょう。例えば、鉄筋コンクリートの鉄筋直径や材料鉄板の厚さは、元がインチ寸法であったのをmm単位に換算した呼び数が使われます。実際の製作寸法を元にした面積・体積・重量などは、呼び数から計算した値と異なることがありますので、カタログ数値として公表されています。設計作業を経て製作・架設の段階では、改めて詳細設計の図面を描き、それから材料表を作成します。この段階にきて初めて、最初に仮定していた重量の具体的な数値が得られます。構造計算に直接関係する断面寸法以外に、どれだけ二次的な材料が増減するかは、実務経験的な知識に拠ります。

### 1.2.5 応力度の扱いも呼び数扱いがよいこと

「**応力**」は、部材内部で作用している力やモーメントのことを言います。直接測ることができない力学量ですので、応力の大きさは、理論的な解析か、実際部材の変形(歪み)などから間接的に推定します。「**応力度**」と言うときは、応力の大きさの**程度**を表す工学的な性格を持ち、単位断面積当たりの応力を言います。したがって、単位の取り方で種々の数値の顔を持ち、呼び数扱いをします。重量単位の力であることを明示する意味で、kgf/cm<sup>2</sup>、tf/cm<sup>2</sup>、tf/mm<sup>2</sup>と書くこともあります。これに代わって、平成14年度の示方書からニュートンを使うようになりました。これは学問的には正確な表現ですが、土木構造物の設計に使うには、判り難いところがあり、また、今までの設計習慣との整合性が狂います。それは、土木構造物では、重さを支える設計が基本的な考え方にあるからであって、力の方を重さに換算して理解するのが便利だからです。ニュートン単位に計算し直すと、一般的な理解を妨げます。

### 1.2.6 古い示方書の単位系表示を尊重すること

昭和31年以前の示方書に基づいた計算書と図面では、その力は重量単位系で表記されています。一般の人は、この表記法の方が分かり易いと思います。しかし、この計算書の数値を、現代風のSI単位系に換算しないと、現行の示方書の数値との比較が分かりません。したがって、最初から、どちらかの単位系に準拠した計算値と、他方の単位系に換算した数値とを併記するか、全く別計算書にまとめるかの選択が必要になりました。安全確認をする立場から言えば、併記する方法がユーザには便利と思います。

### 1.3. エクセルSoftのユーザインタフェース

#### 1.3.1 パソコンの作業環境

パーソナルコンピュータ（パソコン）は、多くのユーザの多様な要求を満たすように年々進化してきました。ハードディスクの容量が大きくなりましたので、殆ど使うことのないソフトウェア（プログラムとデータの両方）の数が肥大化してきました。そうすると、便利さを乗り越えて、必要なソフトウェアを探し出すことに手間がかかるようになりました。これを助けるアイディアの一つが、ショートカットのアイコンをデスクトップの画面に表示することです。そうするとデスクトップがアイコンで埋め尽くされ、それから目的のアイコンを探すのに目移りがする、といった悪循環が起り始めます。したがって、自分（パーソナル）の作業に合わせるように、パソコン全体の環境をカスタマイズするのがよいでしょう。高価な多目的パソコンを利用するまでもなく、安価なパソコンを個別の作業用に当てる時代になるでしょう。因みに、通常の電卓はれっきとした、四則演算専用のコンピュータです。欲張って種々の機能を追加したくなるのは人情ですが、関数電卓までが使い易さの限界です。

#### 1.3.2 スプレッドシートプログラムとは

金銭帳表や統計処理では、数を縦横の枠(セル)に並べて、表(リスト)の形にして計算をまとめます。外見的にはMS-Wordの表と同じですが、EXCELの表は、セルに表(おもて)の顔と裏機能とがセットになっています。セルごとに書式設定と計算式(ファンクション)を持たせる機能です。最も単純な使い方は、帳票計算では単価×数量=小計の横枠を行にまとめ、総計を最下段に書き込むことです。小計と総計のセルには、計算式を裏に埋め込んで(プログラムして)おけますので、ユーザの主なデータ入力作業は単価と数量だけで済みます。この目的に使うソフトウェアを、総称でスプレッドシートプログラム(spread sheet program)と言います。商品としては二三の種類があります。EXCELは、マイクロソフト社がオフィス系のソフトシリーズに取り込んでWindowsの環境で利用するようになって、広く普及するようになりました。事務処理計算を指向した伝統的なプログラミング言語にはCOBOLがあります。エクセルは、最初からGUIの環境で処理を進めるように設計された、事務処理計算のソフトウェアです。Apple社のマッキントッシュ用に開発されたのが始まりです。EXCELは、多くのユーザの要求を満たすように機能が年々増えてきましたので、自分の仕事に合わせるように設定する(カスタマイズ)ことと、使い方(ユーザインタフェース)に多くの説明が必要になってきました。書店に行くと、EXCEL本体の総花的な解説書が多く並び、特定した専門を指向した応用の解説書も見られます。しかし、自分の仕事に直ぐに利用できる出来合いのソフトはありませんので、一般ユーザは、EXCELを使ったプログラミングをしなければなりません。これはユーザにとってかなりハードルの高い作業です。

#### 1.3.3 EXCEL 上での作業

ソフトウェアとしてのEXCELは、バージョンが何回も改訂されてきました。現在(2009年)のバージョンはEXCEL 2007で、拡張子が前のバージョンEXCEL 2004時代のXLSからXLSXに変わりました。機能が強化されたことは良し悪しであって、後の図1に見るように、ツールバー表示が複雑になっています。パソコンのユーザは、必ずしも最新のバージョンを利用しているわけではありませんので、配布用のエクセルソフトは、旧XLS版に対応するように、また、なるべく単純な機能だけを使うようにプログラム化してあります。マクロ機能のVBA(Visual Basic for Application)を使うと便利な面もありますが、処理の中身が見えなくなる、また、幾つか危険な問題もありますので、意図的に組み込みを避けました。ここでのマクロはコンピュータ関連の用語です。マクロ(巨視的)・ミクロ(微視的)と使い分ける場合の意味ではありません。エクセルの画面は、縦横に区切られた枠(セル)をモニタに表示して、セルに文字や数字をユーザが入力することで作業を進めます。主な作業は、変更が必要な個所だけにデータを入力することです。その個所のセルは、背景色を薄い青色に設定してあります。セルは、数字または文字列の幅に合わせて、幾つかの単位セルを繋いで配置します。エクセルSoftは、このレイアウト(書式)をテンプレート化したものです。数字幅または文字列幅がセルの幅よりも狭いと文字化けが起りますので、この修正方法を覚えておく必要があります。モニタ上の表示のイメージで、プリンタに印刷出力ができます。この機能をWYSIWYG(What You See Is What You Get)と言います。モニタ表示に使うフォントと、プリンタ用フォントとは別ですので、モニタのイメージが正しくプリンタに反映されないで文字化けを起すこともあります。したがって、最終的には印刷成果を見ての確認が必要です。

### 1.3.4 計算書の作成は表計算と書式調整が目的であること

橋梁の計算書は、公文書の性格を持たせて、用紙に印刷します。小部数の作成ですので、以前はトレーシング用紙の元原稿から青写真で複写しました。これは、墨書きの書類ほどではないにしても、比較的保存に耐えることが実証されています。電子複写装置が普及しましたが、カラー複写は、長期保存に利用する書類に使うことは避けます。電子化媒体の形で残す資料は、モニタ画面で見ただけの一過性の使い方です。標準的な橋梁の計算書は、或る程度決まった形式の原稿の要所要所に、文字や数字を書き込めば完成するようなスタイルが多く見られます。一般に、役所に種々の申請書などを提出するとき、コンピュータが無かった時代には、役所の門前に代書屋さんがいて、書類を手書きで代筆してくれました。現在では、役所側で、あらかじめ申請書のスタイルを印刷した用紙を準備していて、必要な個所だけ利用者が書き込めば済むようになりました。この書式原稿を、エクセルSoftで準備しておいて、必要な個所に、手順を追って文字や数字を書き込む方法を考えます。計算書の作成にエクセルSoftを使う提案は、この考え方に基づいています。入力が必要な個所は、設計条件などから手順を追って埋めていきます。この作業が、ユーザインタフェースを構成します。数字が変更になる個所は、手順の前の方で計算した数値を、自動的に後の処理に引き継ぐことができます。

### 1.3.5 はめ込みパズルに似た作業になること

橋梁の設計計算書は、全体として一つの流れで編集しますが、部材単位の計算は章・節・項に分けます。エクセルSoftの環境は、作業性を考えて、章単位をEXCELのシート単位にまとめ、全体を一単位のブックとします。後の計算で確定するデータをその前に仮に引用することを、エクセルでは循環参照と言います。エラーの原因になります。数学的な計算のプログラミングでは、条件を設定して繰り返し計算が無限ループにならないようにします。しかし、設計は試行錯誤の過程があります。計算書では、後の計算で確定する数値であっても、繰り返し計算が無いように計算条件に仮定の数値を恣意的に決めておく方法を使います。プログラミングの技法としては、デフォルトの数値を代入しておき、結果を見て条件を書き換えます。このときに、経験のある設計者の恣意的な判断が使われます。はめ込みパズルは、複数の解答が出ないようになっていますが、設計計算では一意にデータが決まらないのが普通です。したがって、設計計算は、完全に自動化されたプログラムはできません。

### 1.3.6 ウィザード方式の作業方法でまとめること

パソコンは、多くのユーザの希望に合わせて、多様なソフトが利用できるように設計されたOSが搭載されています。インターネットの画面で見ると、モニタの画面設計は年々派手で賑やかになってきました。多様な選択肢の中からユーザの探索を便利にする方法が工夫されています。しかし、或る特定の作業をしたいとき、選択の種類を減らし、不必要な表示をしないようなユーザインタフェースが便利です。その方法として、ウィザード方式が便利です。この方法は、ユーザの作業ステップ単位に適切なヘルプメッセージを表示し、選択の範囲を少なくします。これと対極的な方法がメニュー方式またはエクスプローラ方式です。多種類の選択肢の中から、ランダムに処理を選ぶことができます。便利な面もありますが、逆に言えば、どれを選べばよいかの判断に迷います。したがって、筋書きのある処理では、場面に応じた選択肢だけを選ぶように設計し、その中でも、デフォルトを決めておくと、ユーザは選択で迷うことが少なくなります。処理の流れから脱線的にランダムな処理をするときに、メニューバー方式を使います。エクセルSoftの場合には、主作業を行うシートの右側、印刷範囲を外した部分に、ユーザ向けの案内表示を書くようにしてあります。後の図1の右側で、灰色の部分がそうです。

### 1.3.7 体裁よく印刷させる機能は十分ではないこと

エクセルのモニタ上の作業画面は、部材の断面図形などを線図として組み込むことができ、ほぼ、そのままのイメージでプリンタに書き出すことができます。普通の利用目的ならば、これで十分役に立ちます。ただし、ページ単位の見易さを考えて、改行位置を短い高さ側に調整するのがよいでしょう。改行位置を指定高さよりも広げると、印刷ページ全体が縮小印刷になります。エクセル組み込みの印刷表示は、ワードプロセッサ（例えば MS-Word）に較べると、文書としての書式や体裁を整える機能が、十分とは言えません。別資料を追加して全体を通して報告書に編集するには、例えば PDF 形式のファイルに落とすなどの別処理が必要です。そうするには、あらかじめアドインソフトをダウンロードしておくなど、多少厄介な作業が必要です。



## 1.4 文書としての体裁

### 1.4.1 技術文書としての体裁を持たせること

設計計算書は、文書の性格として、本文は科学技術レポートの体裁に整えます。その標準書式としては下のようになります。

用紙レイアウト：	A4 縦位置、横書き、一段組み
余白	左・右・上は 2.0cm、下はページ番号記入を見て 2.5cm
フォント	MS ゴシック（等幅フォントは数字が見易くなります）
	本文 11 ポ
行インデント	見出し：章 14 ポ、節 12 ポ、項 11 ポ、いずれも太字
	見出しはインデント無し
	コメント行は、エクセル 1 列幅分 計算書本体は、エクセル 2 列幅分
章・節・項の見出し番号	小数点で区切ります。例えば 4.3.5

計算書作成に使う EXCEL のモニタ画面は、簡単な線図を作図する便宜も考えて、全体が等幅の方眼状になるようなセル寸法に区切ります。A4 用紙幅から左右の余白を引いた印刷幅 169mm を 33 等分する列幅設定は 2.05 になります。セル書式のデフォルトの列幅は 8.38 です（単位基準が何であるかは不明です）これは列番号で A～AG の範囲です。計算書は、数字や文字位置が縦に揃うようなスタイルにまとめますので、等幅文字フォントを使い、さらに文字位置を細かく指定します。このような書類体裁に作成するツールは、通常のワードプロセッサでは難しいでしょう。作業画面の例を図 1 に示します。

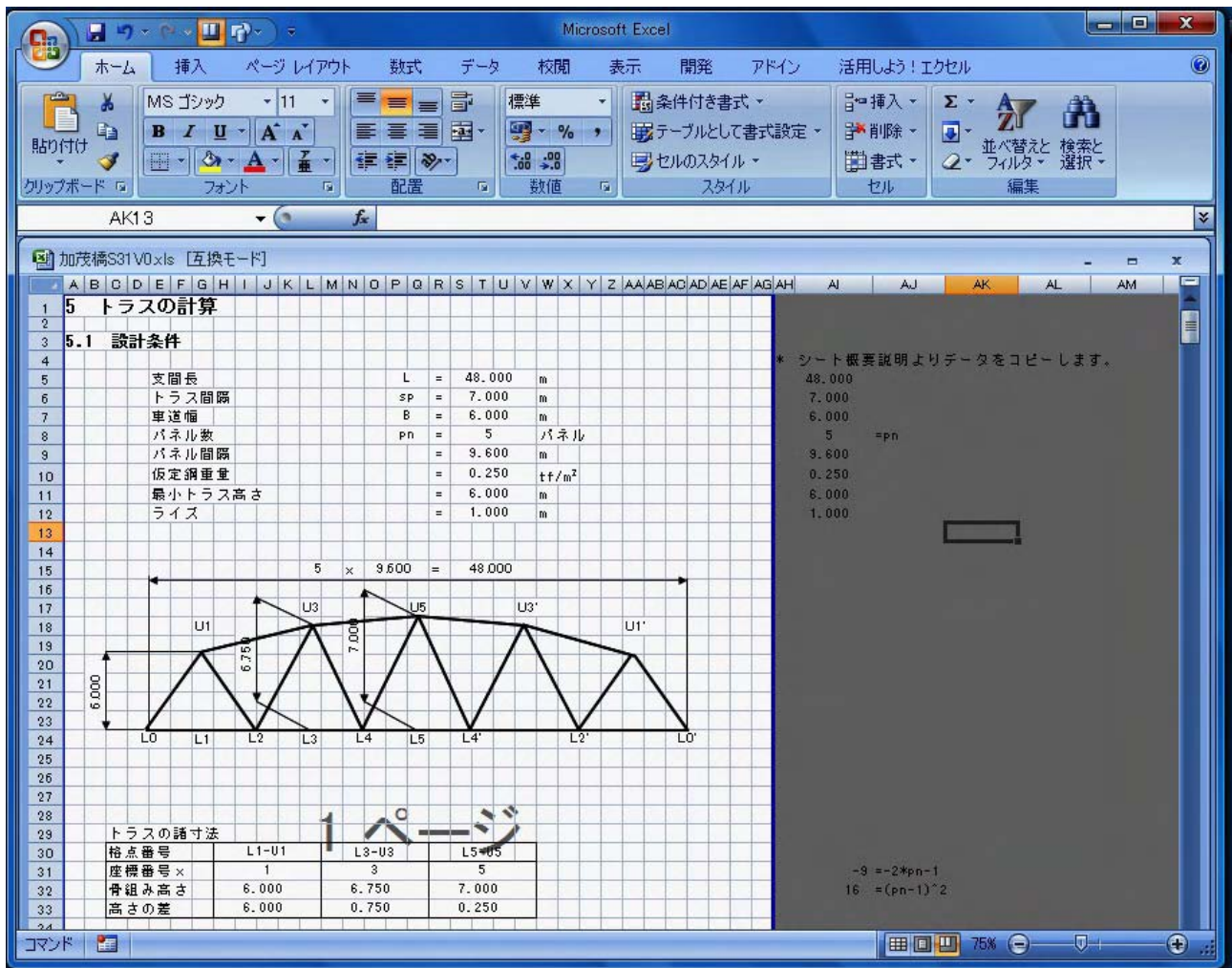


図 1 : EXCEL の作業画面の一例

## 1.5 応用の一例

### 1.5.1 調査した橋梁の履歴

図2は、愛知県内に架かる主要地方道の橋梁で、支間48m、有効幅員6.0m、2連の単純ワーレントラス橋です。一等橋として設計され、昭和37年3月竣工しました。平成15年度の定期点検以降、現場から、本橋が振動し易い、撓みやすいという報告があり、平成17年度に目視による点検が行われました。しかし、橋梁主構にはリベットの破損や疲労亀裂も見つからず、特にこの報告に対する理由がはっきりしませんでした。しかし、床版コンクリートは、床版厚が15cmであったこともあって、それ以前に部分的な損傷個所の補修が何回か行われました。したがって、もう少しマクロ的に、しかも簡単に橋梁全体の健全度を判定するために、平成18年3月に振動調査を行いました。簡易振動測定は、主トラス構造と同時に床版本体、橋台、橋脚も含めました。振動全体の性質は、一般的な統計データと比較して、まずまずの健全度が保たれていると判定できるものでした。トラス主構造の卓越振動数は、約3.2Hz、床版コンクリートでは約11Hzが顕著に観察されました。この振動数は、人の体感では最も感度の高い周波数範囲にあります。



### 1.5.2 床版補強工事とその効果の振動測定

この橋梁は、経済的な設計が行われたため、死荷重を抑え、床版コンクリート厚も15cmになっていました。交通量が少ない個所ですので、全体として目立った損傷は見られませんでした。しかし、写真の右端付近のコンクリート床版が、他の個所に比べて早くに障害が見られたこと、道路橋示方書H14で照査すると、連続版部で18cm、片持版部で24cm必要であること、B活荷重相当の重量交通が走行していること、などが考慮され、平成19年度に、床版上面増厚工法によって補強が行われました。死荷重の増加を抑えるため、舗装厚5cmと床版のかぶり分1cmを切削し、この上に舗装を兼ねて鋼繊維補強コンクリートを6cm打設し、実効のコンクリート厚を20cmにしました。この補強効果を確認するため、再度、同様の簡易振動測定を行いました。その結果は、鉄筋コンクリート床版の振動性情に顕著に現れ、卓越振動数も約13Hzに上がったことが確認されました。

### 1.5.3 エクセルSoftによる応力確認

この橋梁は、標準的な設計がされていますので、エクセルソフトによる計算の格好の例題として使うことができました。当初の設計計算書と図面のコピーが残されていましたが、データが見難くなっていましたので、推定で寸法を代入した個所があります。当初の予測とは違って、SM50Y材を使ってかなりスリムな設計であることが分かりました。計算は、4通り行いました。第一は、昭和31年の示方書に準拠した再現設計で、コンクリート床版厚15cm、舗装厚5cmを代入します。当然のことですが、応力度は許容応力度の範囲に収まります。第二は、断面条件をそのまま使い、平成14年の示方書に基づき、活荷重をB荷重とした確認計算です。コンクリート床版の応力度は28%、縦桁は23%、横桁は7%増加し、いずれも許容応力度を超えました。第三と第四は、コンクリート床版厚20cm、舗装厚0cm、それに合わせて地覆高さのデータを変え、昭和31年及び平成14年の基準を適用した確認計算です。第三では、コンクリート床版の応力度が45%下がりました。第四はB荷重による計算です。コンクリート床版の応力度は、第二の計算値の45%減、当初設計時の応力度に較べても30%低下することが分かりました。示方書が異なるとエクセルソフトは別バージョンを使う必要がありますが、断面条件を変えれば一瞬で結果が得られます。この他に、平行弦ワーレントラスにするとどうなるか、のような、力学的な興味で再現計算をすることも試すことができました。このように、実トラス橋が解析の例題として使えたので、次号からトラス橋を対象としたエクセルSoftの解説から連載を始めます。

(文：島田静雄)

## 2. 単純トラス橋の力学

### 2.1 トラス橋の構造形式

#### 2.1.1 平面トラスの組み合わせで計算する

鋼のトラス(truss)橋は、外見的に目立つ構造ですので、鉄橋と呼んで地域のシンボリックな構造として親しまれています。トラス構造物は立体的に構成します。立体構造としての力学計算は条件が複雑になりますので、実用的には平面構造力学を応用します。平面トラスは、真っ直ぐな部材を三角形に組上げた形状単位を繋いで、全体として寸法の大きな柱や梁に構成する構造です。漢字の「構」は、英語のトラスの意義を持っています。マクロに見た全体を梁として使うときは、トラス桁の言い方も見ます。三角形を繋いだ全体の組み方に種々の名称が付きますが、その多くは、組立て形式で特許を取った発案者の名前と呼ばれています。構造形式は、ハウトラス(William Howe, 1803-1852)、プラットトラス(Thomas Willis Pratt, 1812-1875)、ワーレントラス(James Warren, 1783-1860)の三種が代表的です(図 2. 1)。一つの平面トラスは、マクロに見れば薄い板状の構造です。面内の力には抵抗できても、面外の力には無力です。そのため、薄板を組み合わせて箱に構成するように、平面トラス単位を組み合わせて立体的な構造に構成します。力学計算は、考えているトラス面内の力の成分だけを扱います。面に垂直方向の力に対しては、別のトラス面で受け持たせます。

#### 2.1.2 通路を確保する空間が必要であること

普通のトラス橋は、箱状に組んだトラスの下面を通路にする下路橋(スルー: through bridge)の形式を取ります。デザイン的には橋の側面形状が重要な要素です。これを主構と言います。この部材の組み方に、上で説明したハウ・プラット・ワーレンの名称が使われます。通路の空間を確保するため、左右主構面の上下を横構(ラテラル)で繋がります。このままでは、通路断面を斜めに变形させる力に抵抗できませんので、対傾構(スウェイ)が必要です。しかし、これにトラス組みを採用すると、通路を塞ぎますので、橋の入り口部分の主構部材と端水平構部材とをラーメン構造で設計します。これを橋門構(ポータル)と言います。橋の中間に作用する側面からの力は横構で受けて、端の橋門構に伝える計算をします。通路の中間にも簡単な対傾構を付けることもしますが、力学計算は省きます。下路橋の下弦材は、設計計算では水平とします。上弦材は水平の場合と、放物線にする場合があります。前者を平行弦トラス、後者を曲弦トラスと言います。上弦材の高さは、通路の高さ方向の建築限界(4.5m)に加えて、床組・上対傾構・上下弦材、それぞれの高さを加えますので、少なくとも7mの高さを持たせます。国鉄時代の鉄道橋の建築限界は高さが7.7mですので、鉄道橋はトラス高さが高く、通路側から見ると、単線の鉄道橋はやや華奢に見えます。支間が狭く高さを必要としないトラス橋では、上横構(upper lateral)が組めません。この構造をポニートラス(pony truss)と言います(図 2. 2)。なお、実際のトラス橋の下弦格点(部材の集まる点)は、路面中央が両支点を結ぶ線よりも高くなるような勾配を付け、さらに、製作時には自重による撓み分を加えたそり(キャンバ-camber)を付けますが、力学計算ではこれらを考えません。

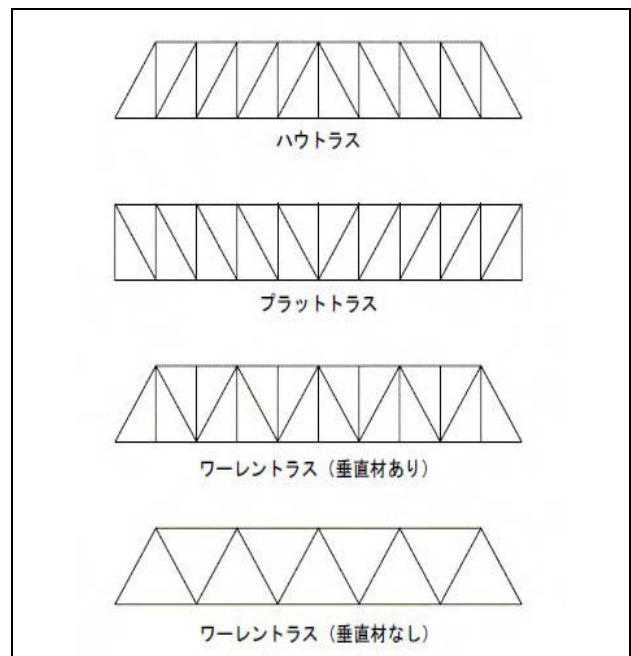


図 2.1 トラスの構造形式

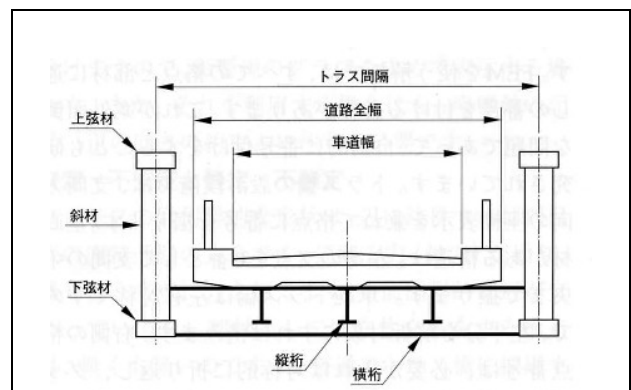


図 2.2 ポニートラスの断面図(例)

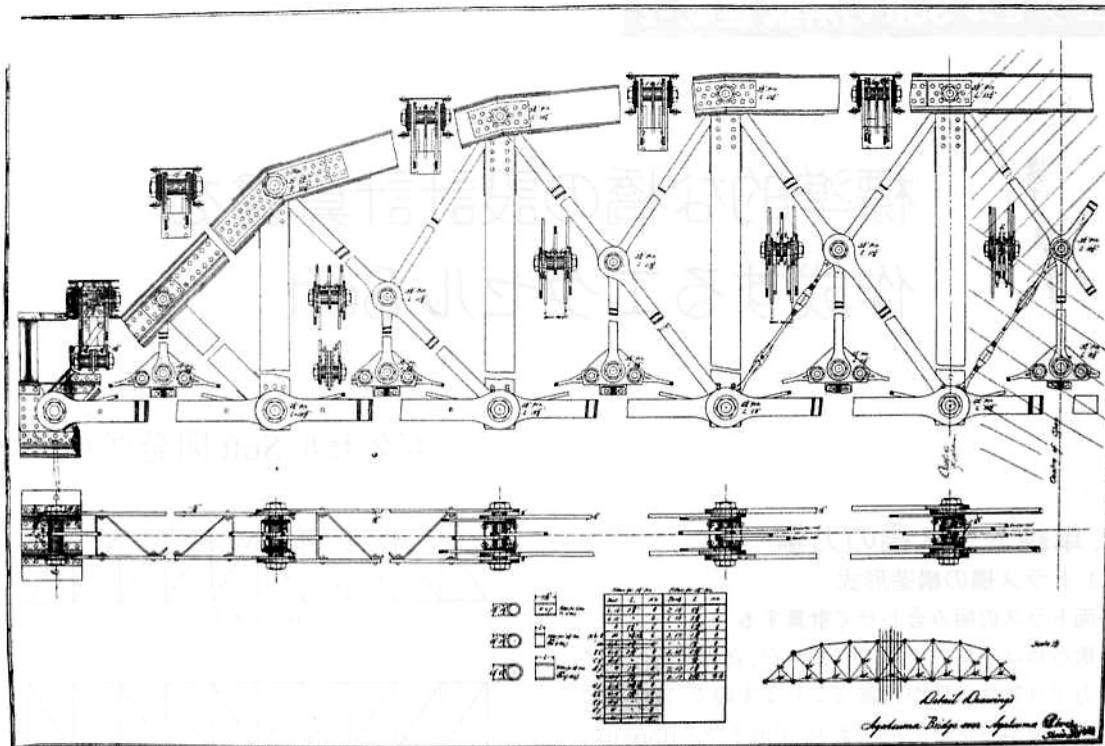


図 2.3 ピントラスの構造図 (例)

### 2.1.3 斜材の向きでハウ・プラット・ワーレンの組方を区別する

単純トラスの支間方向の側面形状は、支間全長を等間隔の格間 (パネル) で切り、全体を左右対称にします。上弦材は圧縮材、下弦材は引張材になります。斜材は、傾きの向きで圧縮材になるか、引張材になります。ハウトラスとワーレントラス組みは、支点寄り最初の斜材が圧縮材です。ハウトラスの残りの斜材は、最初の斜材と同じ向きにしますので、すべて圧縮材です。これに対して、プラットトラスの斜材はハウトラス組みを上下逆向きにした構造であって、斜材がすべて引張材です。鉄道橋に、この組み方を多く見ることができます。トラス高が高いと、長さの長くなる斜材は、圧縮材よりも引張材で使う方が、座屈に対する安全を考える意味でも効率的です。ワーレントラスは、斜材の向きが交番するW形の組み方です。部材力で言えば、圧縮と引張とが交番します。垂直材を使う場合と使わない場合があります。鉄道橋では垂直材を使うワーレン構造が多く見られます。新幹線の富士川橋梁は、垂直材を使わない連続平行弦ワーレントラスが採用され、すっきりとした景観を醸し出しています。

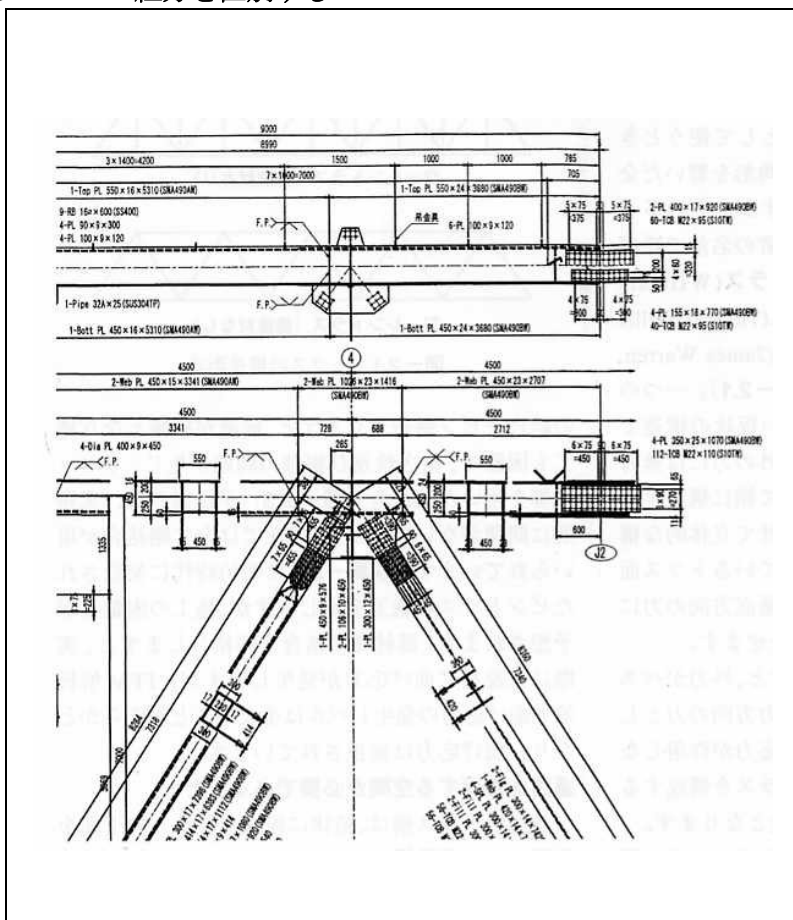


図 2.4 剛結合トラスの構造図 (例)

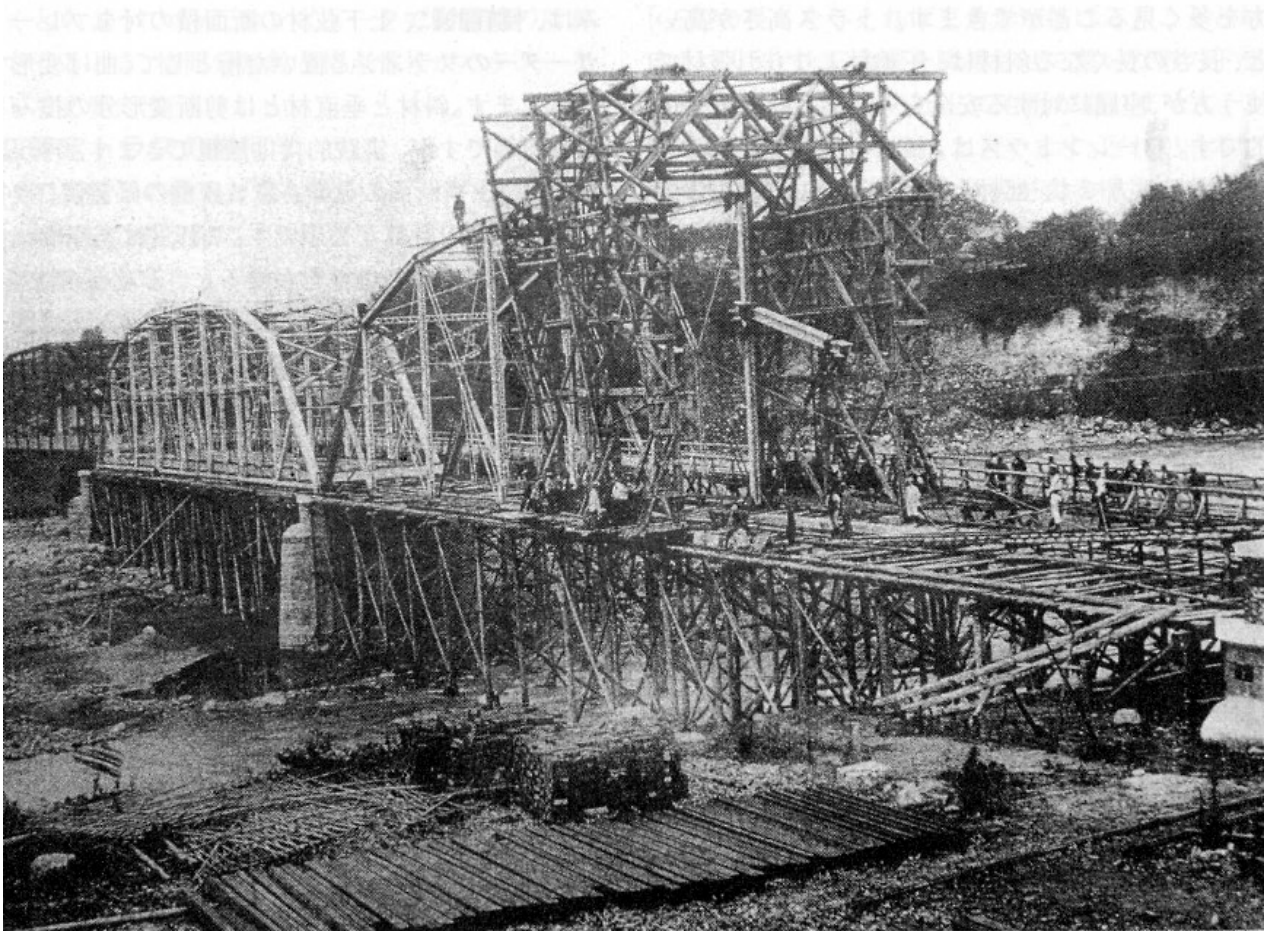


図 2.5 足場を組んで架設しているピントラス橋 (出典不明)

#### 2.1.4 パネル割りは等間隔にする

橋梁のトラスは、通路側になる下弦材の格間長を等間隔にし、床組みを支える縦桁の支間にします。この区間は、言わば小支間の桁橋の性格があります。ハウトラスとプラットトラスは、平行弦のトラス形式が普通です。高さが変化すると、支間方向で斜材の傾きが揃わなくなるからです。パネル数は、偶数にします。奇数にして、支間中央で斜材を省くかX形に組むことになるのを避けます。トラス橋の梁としての曲げモーメントは、上弦材と下弦材の軸力の対で釣合いますので、支間中央を高くするのが合理的です。したがって、曲弦トラスは、ワーレントラスに組みます。垂直材を使うワーレントラスを、等間隔で格点を切っておいて、垂直材を外した形になります。縦桁の支間（パネル間）は、元の格間長の2倍です。パネル数は、偶数でも奇数でもよいのですが、曲弦トラスの場合には奇数のパネル数にします。この理由は、支間中央の上弦格点が最高トラス高さになるからです。偶数パネルにすると、支間中央の上弦材が水平になりますので、上弦材の描く曲線形が頭を切られたように見えます。上弦材格点の橋軸方向の位置は、両隣の下弦材パネルの中間です。上弦材が大きな曲率を持つトラス橋は、素人目には外見的にアーチ橋との区別が判らないのですが、アーチ系の構造では斜材を使わないことで明確に区別することができます。また、アーチ系の構造では、上下の弦材のどちらか、または両方に曲げ剛性を持たせる設計をすることがトラス構造と決定的に異なります。

## 2.2 静定トラスの幾何学

### 2.2.1 種々の座標系の約束が混在すること

一般的に、構造物の寸法を言うとき、負の数を使う習慣がありません。構造解析では、数学的な座標系の考え方も必要とします。トラスの形状は、高さ方向を  $y$  軸の正の向きに取る数学座標系を当てはめることができます。寸法数値は、負の数を使いませんので、格点の位置を支間方向 ( $x$  軸) で言うときは、便宜的に原点位置を左下側の支点に置きます。トラス形状の左右対称性を考えて、原点をトラスの中央には置きません。一方、橋梁の解析では、外力は殆どが重さです。その作用方向は下向きです。変形は力の作用方向で考えますので、撓みは下向きを  $y$  とする座標を使います。それに合わせて、部材の曲げモーメントと剪断力をグラフに描くとき、正の符号を下向きとします。曲げ部材の変形は部材の曲率を二度積分した形を持ちます。曲げモーメントは曲率と同じ符号で表します。数学座標を考えると、下向きに凸になる曲線の曲率が正の符号を持ちます。撓み方向を変数にすると、下向きに凸になる曲線の曲率は負の符号になります。曲げモーメントの符号は正に取りますので、曲率にマイナスを付けて曲げモーメントの符号に合わせます。軸力・曲げモーメント・剪断力は部材の内部応力ですので、部材を仮に切断した断面に作用する外力として符号を考えます。そうすると、どちらの断面を使うかで、力の向きの約束が変わります。部材にも座標系を必要とし、これを使って部材の断面係数などの計算をします。このように、幾つかの座標系を使い分けますので、影響線のグラフを求めて表示する場合も、また、それを利用する場合にも、座標軸の記号・正の向きの約束、に注意が必要です。

### 2.2.2 格点に番号を付ける

トラスの幾何学的な形状は網目構造です。桁と見なして支間方向の座標系も必要ですが、格点と部材にトポロジー的な所番地を付けて判り易い表現を工夫します。格点には番号を付けます。トラスの製作と架設の現場では、同寸法・同形状で複数の部材が、どこにどの向きで使われるかの識別を付けます。FEMを使う解析では、すべての格点と部材に通しの番号を付ける必要があります。これが案外面倒な問題であって、自動的に番号付けをすることも研究されています。トラス橋の設計段階では、支間方向の座標表示を兼ねて格点に番号を振ります。垂直材がある構造は、左端の支点を 0 番として支間の中央まで振ります。単純トラス橋は左右対称ですので、左半分を解析対象にすれば済みます。右側の格点番号は、必要があれば対称的に折り返し、ダッシュを付けて区別します。垂直材を使わないワーレントラスの格点番号は、下弦材が 0, 2, 4, …の順、上弦材は 1, 3, 5, …の順に左から番号をつけます。説明がくどいようですが、コンピュータで影響線の計算をさせるとき、格間分割数と格点番号がパラメータとして必要になるからです。

### 2.2.3 初等幾何学の華の趣があること

トラスは、その形状が三角形の集合であることから出発して、初等幾何学の原理に基づいた計算が多いことが特徴の一つです。長さの計算をするために座標系の考え方を必要とします。ピタゴラスの定理を応用して、直角三角形の斜辺の長さ、の計算が頻繁に行われます。これにはルートを開く計算が必須です。高度なコンピュータを使うまでもなく、ルート計算の機能を持った簡単な電卓で、コンピュータ処理の検算を行うことができます。長さの計算には三角形の相似則を応用した比例計算も随所に現れます。式の原理を説明するときには三角関数を使うことがあっても、実際の計算は比例計算で済ませることが出来ます。図 2.9 の説明の中では、三角形の一つの頂点から対辺に垂線を降ろし、その垂線長さの計算がありますが、これも比例計算で求めます。影響線の面積計算も、単純な三角形の面積計算が応用されます。これらの初等幾何学原理の計算は、手順を追って組み合わせます。これが EXCEL を使うプログラミングであって、計算手順が縦に並ぶセルに組み込まれます。このとき、向きなどのトポロジー的な性質を考えて符号を付け替えることが必要になります。ワーレントラスの斜材は、向きによって圧縮材か引張材になるのがそうです。これらの計算は、最も初等的な計算幾何学 (computational geometry) であると言えます。しかし、設計計算書にまとめるときは、精度良く計算したことを誇示するような、桁数の多い数字を並べることをしません。常識的な数値の表し方は、有効数字は 5 桁程度、小数部は、3 桁以内に納めます。EXCEL ではセルの書式制御が簡単に指定できますので、体裁のよい計算書を作成することができます。第 2.4 節の末尾に計算原理の説明と、それを応用した計算の例を示してあります。印刷紙面では文字が小さく、計算を追いかける情報が不足しますが、イラストは表計算の組み立て方をどのようにするかの見本として見て下さい。

## 2.3 トラスの力学

### 2.3.1 静定トラスが解析の基本

トラスは、図形的には三角形の集合です。複数の辺、つまり部材、が結合する点が**格点**です。節点の用語は、**有限要素法**(FEM)などの方で使っています。橋としての構造は、通路を直接支える床版と縦桁を等間隔で支える区間が**格間**(パネル)です。この長さが一つの単位です。格点は、トラス部材が自由に回転できるようにピンとヒンジで結合されていると仮定します。部材は軸力だけが作用し、曲げモーメントも剪断力も作用しません。この仮定を満たすように格点を製作したものを**ピントラス**と言い、昔のトラス橋で使われました(図 2.3、図 2.5)。溶接技術が未発達の時代、引張材を鍛造で製作し、この両端に穴を開けてピン結合をしました。しかし、ピンの個所で耐久性が悪くなり、騒音や振動の原因となりますので、格点で部材をリベットで剛結合するようになりました(図 2.4)。この構造は、**ラーメン**(ドイツ語のRahmen:英語ではrigid frame)です。トラス全体をラーメン構造に仮定すると、非常に高次の不静定構造になります。FEMが利用できなかった時代は、数値計算方法に種々の工夫が必要でした。しかし計算の結果を比較してみると、軸力の性質はピントラスの仮定と殆ど変わりません。ラーメンとして計算すると、トラス部材に曲げモーメントも作用しますが、実際構造の寸法では、それによる応力度はあまり大きくなりません。これを、トラスの**二次応力**であると見なし、それによる応力度は許容応力度を決めるときの安全率の範囲で吸収できることが判りました。トラス全体を**静定トラス**で設計するのが合理的ですが、これに余分な部材または付加的な支点や拘束が増えた場合が**不静定トラス**です。不静定構造にすると幾らか不経済な断面設計になります。普通には、単純支持の静定トラスとして構造設計をします。

### 2.3.2 安定・不安定と静定・不静定

トラスの幾何学的な形状は、辺に注目すれば網目状の直線通路の集合です。通路を力(軸力)が通り、隣り合う格点に力を伝えます。平面図形的に辺が交わっていても、部材としては立体交差をする構造は、無くも無いのですが、普通のトラス橋に採用することはありません。したがって、トラス橋の幾何学的な形状は、三角形を順に繋ぐように構成します。三角形単独の図形は安定です。初等幾何学で「三辺の長さを与えれば三角形が描ける」ことと対応しています。三角形を隣接させて繋いだ形のトラス全体は、単独に取り出しても形が崩れません。これを**内的に安定なトラス**と言います。どれか一本でも部材を取り除くと全体形状が変る構造であるとき、**内的に静定なトラス**と言います。静定トラスに余分な部材があって、それを除いても全体の形状が安定であるとき、その部材を**不静定部材**と言い、全体を**内的に不静定なトラス**と言います。何本の不静定部材があるかの数を、**内的不静定次数**と言います。単純トラス橋は、内的に静定なトラスを、両側の支点で**外的に安定**に支えます。この条件には三つの反力成分を必要とします。支点は**可動支点**と**固定支点**の区別があります。両側の支点で、トラス全体の上下方向の移動と回転を拘束し、固定支点側で、橋軸方向の水平移動を拘束します。静定の条件は、部材数Mと格点数Nとから簡単に判定できます。格点では力の釣合い条件が2つずつあります。支点反力は3成分必要ですが、これを部材数に換算しますので、静定条件は、 $M + 3 = 2N$ 、と得られます。この条件より部材数Mが大きいと不静定、少ないと不安定であると判定できます。

### 2.3.3 トラスの荷重は格点に作用させる

トラスの構造解析では、荷重はすべて格点に集中荷重を作用させ、弦材を梁として使いません。この仮定に沿う様に、トラス橋の活荷重は、床版・縦桁・横桁を順に介してトラスの格点に伝えます。これを**間接荷重**と言います。トラスの影響線を求めるとき、間接荷重の力の掛かり具合を考えた補正を必要とすることが、梁の影響線の場合と異なるところです。例えば、支点から最初のパネルに載る荷重は、縦桁を介して半分が支点の方に直接伝えられ、半分がトラス本体の第1格点に作用します。トラス弦材自体の重量は、それ自体に曲げ応力を発生しますが、トラス全体の応力計算には両端の格点に分けて作用させます。構造物は荷重によって変形します。トラスでは、荷重の作用前と作用後で部材の向きが少し変わります。厳密に考えると、釣合い条件は変形後の形状で計算しなければなりません。しかし、実践的には、変形が極端に大きく出ないように、示方書には撓み制限のしぼりがありますので、変形の影響を無視することができます。

### 2.3.4 格点での釣合い条件で部材力を計算する

静定トラス部材に作用する力は、格点での力の釣合い条件だけで求めることができます。釣合いは、垂直方向成分と水平方向成分の力の和が0になる条件ですので、概念式として、 $\Sigma V=0$ 、 $\Sigma H=0$ の二つで表します。格点では、少なくとも3本の部材が集まりますので、2本を残して他の部材力が判れば、釣合い条件で残り2本の部材力が計算できます。静定トラスでは、どこか一箇所の格点で部材力のすべてが判れば、残りの格点での部材力は、芋づる式の手順で計算することができます。そこで、計算を始める格点を支点とします。支点では部材が2本しか集まりませんので、支点反力が判れば部材力が判ります。支点反力は、トラスに作用する外力の釣合い条件で求められます。トラス橋で、第一パネルの斜材の部材力は、この方法で簡単に得られます。端斜材の影響線は、支点反力の影響線をそのまま応用することができますが、活荷重が間接荷重になることを補正します。芋づる式の計算方法は、部材数が多くなるトラス橋の計算には手が掛かりますし、また影響線を求める方法には向きません。そのため、次の2.4節で説明する切断法（または断面法）を使います。

### 2.3.5 座屈長を短くする二次部材

圧縮材と組み合わせて使う二次的な部材は、圧縮材となる一次部材（主構造部材）の耐力を確保するために、一次部材の座屈長を短くするために用いられます。例えば、圧縮力を受ける上弦材は、図2.6に示すように、側面図はパネル長さλですが、平面構造では、座屈長をλ/2になるように、上横構を組むことがあります。英字の字形Kと似た組み方をKトラスと言います。斜材や垂直材には、二次的な部材を追加して座屈長を短くする構造があります。図2.7は、ゲルバートラスの中間支点回りで二次部材の例です。力学的には、これらの二次部材には応力が働きません。これらの二次部材の断面は、最大細長比の制限で決まる断面二次モーメントを持たせません。垂直材を使うワーレントラスは、この見方をすると、垂直材の効率が良くありませんので、垂直材を使わないワーレントラスで設計する方が、景観的にも好まれています。斜材をX形に組む構造もあって、水平構などに見られます。力学的には不静定トラス構造になります。設計計算を簡単にするため、X形の構成部材のどちらか圧縮材になる方の部材を無視して静定トラスとして計算します。この形式を、俗称でダブルワーレンと言います。

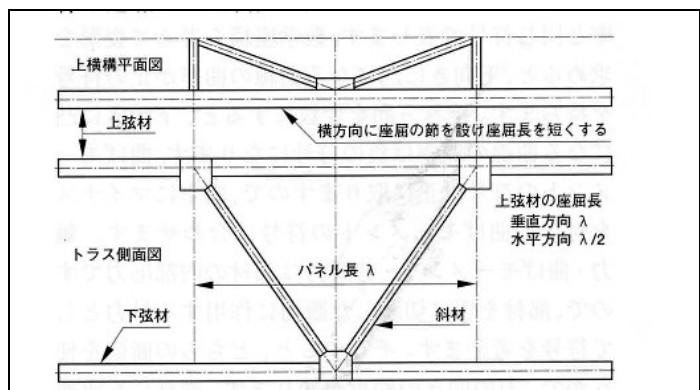


図 2.6 上弦材の座屈長を短くする水平構

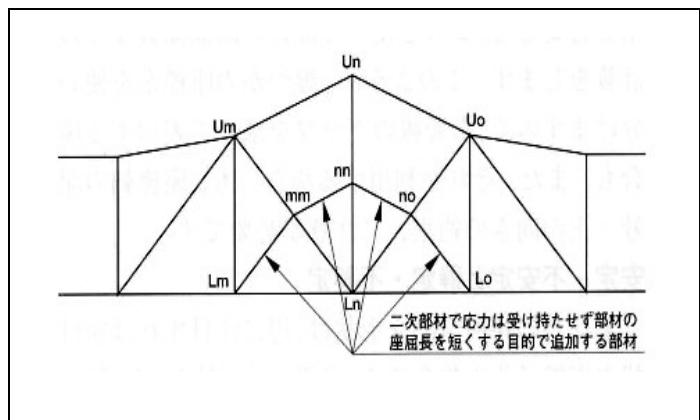


図 2.7 ゲルバートラス中間支点部の二次部材

### 2.3.6 巨視的には桁と仮定する

トラス橋は、曲げ剛性を持った桁に置き換えて計算することがあります。ゲルバートラス・連続トラス・吊橋の補剛トラス・アーチ系橋梁の桁構造に見られます。トラスの変形は、部材全部を考えてエネルギー法で計算するのが正当です。単純トラスの撓みは、便宜的に、上下弦材の断面積の対をプレートガーダーのフランジと置いた桁として、曲げ変形で計算します。斜材と垂直材は剪断変形分の撓みを生じるのですが、実践的には無視できます。再現設計では、主構断面の見積もり・自重の仮定値・換算の曲げ剛性の計算が必須です。これらは実際橋梁の振動数の測定値と付き合わせる時に必要です。

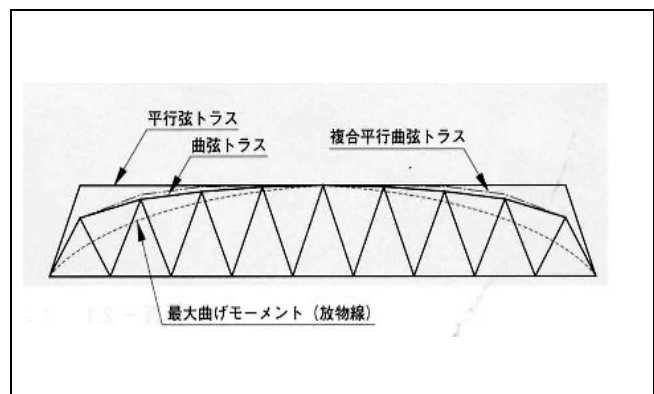


図 2.8 最大曲げモーメント図と上弦材の線形



## 2.4 弦材の影響線

### 2.4.1 影響線は橋梁工学固有の解析であること

静定トラスの部材力は、部材の弾性的な変形を考えるまでもなく、外力全体の外的な釣合い条件と、格点での部材力の釣合い条件だけで求まります。橋梁の部材応力は、橋の上を通行する車両位置によって変化します。どこに荷重が載れば最大応力になるかを知るため、**影響線**(influence line)を求める解析が、橋梁工学固有の問題です。建築構造は、主に自重のように静的な荷重だけを考えればよいので、図式解法などの計算方法もあります。橋梁の影響線は、部材ごとに求めますので、計算量が非常に多くなります。この計算を効率的に進める方法が数値計算での重要な課題です。効率の良いトラス構造は、荷重の作用位置によって、応力が出ない、または応力が小さくしか出ない、言わば遊ぶ部材を少なくします。ただし、圧縮材の座屈変形を抑える目的で二次的な部材を追加することがあります。

### 2.4.2 トラス弦材の応力は切断法で求める

単純トラスは、マクロには単純梁と考えて、或る断面での曲げモーメントと剪断力が、部材の軸力と釣合う条件で解きます。平面力学では、釣合い条件は垂直・水平方向の力と曲げモーメントが0となる、三つの条件です。 $\Sigma V=0$ ,  $\Sigma H=0$ に加えて、 $\Sigma M=0$ と表現しています。トラスを仮に切断する箇所は、斜材または垂直材と上下弦材を含めた三部材の切断面があるようにします。この計算方法を**切断法**(または**断面法**)と言います。応力を求めたい部材を外した残りの2部材の交点、または2部材を延長して交わる点を**注目点**とすれば、その注目点周りのモーメントの釣合い $\Sigma M=0$ だけを考えれば済みます。上弦材の応力を求めるときは、下弦材の格点を注目点とし、そこから上弦材までの**垂線距離** $r$ を求めます。平行弦トラスでは、 $r$ はトラス高 $h$ ですが、曲弦トラスの場合には上弦材の傾きを入れて $r$ を求めます。トラスをマクロに単純梁と見て、注目点の位置の**モーメント**を **$M$** とすると、腕の長さ $r$ と**部材力** $N$ の積が $M$ と釣合う条件で $N=M/r$ と計算できます。この $M$ に、注目点での単純梁の曲げモーメント影響線を使うことで、上下弦材の部材力影響線が得られます。注目点の位置は、上下弦材では、支間方向で格間分ズれます。垂直材を使わないワーレントラスの場合には、上弦材の格点位置が下弦材の両側格点位置と半パネル分ズれますので、曲げモーメントの影響線を間接荷重の載荷に合わせるように頭を切った形にします。同じように、斜材の影響線も、下弦材の両格点間に間接荷重載荷を考えてショートカットした形になります。斜材の影響線は、符号の付け方の約束が少し面倒ですので、次節で解説します。三部材の影響線を、図2.9に模式的に示します。

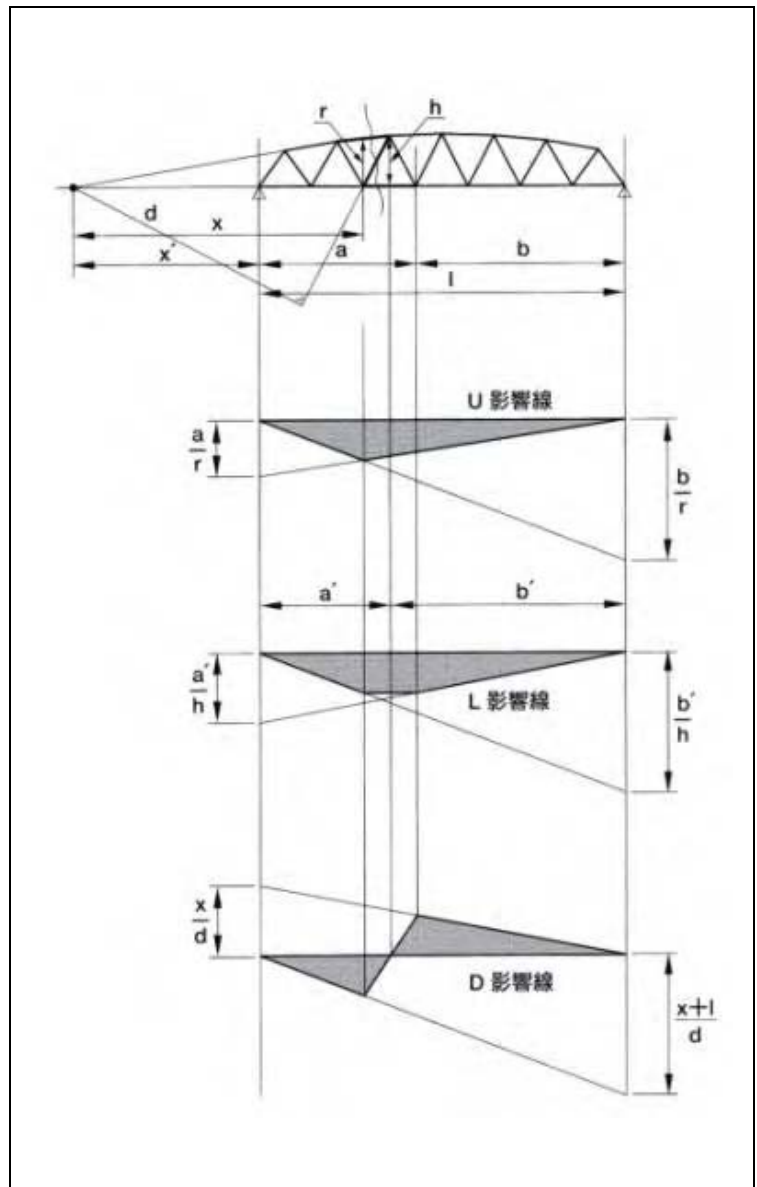


図 2.9 ワーレントラス部材力の影響線の説明図  
(スルードラスの場合)

### 2.4.3 符号の考え方で混乱が起きる

曲げモーメントの影響線を部材力の影響線に直すとき、符号の取り方とグラフの表示方法で理解の混乱が起こります。部材力は、数学的には引張力を+、圧縮力に-の符号を付けます。単純梁の曲げモーメント影響線は下向きを正として描きますので、上弦材の軸力の影響線は、曲げモーメントのグラフを上下逆にした形に直すのが符号の付け方としては正しいので、殆どの橋梁工学の参考書はこの上下を取替えた図示方法で説明してあります。しかし、図 2.9 ではそうしませんでした。この調整は、計算書にまとめるときに対応させます。次の節で説明しますが、斜材の影響線の場合には、この符号の付け替えのときに間違いを起こすことがあるからです。影響線を手計算でまとめる場合には、この判断を人がします。しかし、コンピュータを使って影響線を求めるときは、その都度人が符号を判断するのではなく、機械的に符号が決定できる方法が望まれます。そこで、混乱を避けるため、エクセルSoftのトラス部材影響線の計算では、曲げモーメントの影響線の符号をそのまま引き継ぎ、部材力を計算するとき、 $r$ の方に符号を付ける約束にして部材力の正負（引張と圧縮）に対応させるようにしてあります。

### 2.4.4 影響線は一つではないこと

トラス全体の形は、幅と高さがあります。桁の力学も応用しますが、荷重を直線桁の上を走らすのではなく、格点に離散的に作用させますので、格点ごとに影響値を計算します。スルートラスでは、通路の荷重が床組みを介した間接荷重になりますので、下側格点に載荷するときの影響値を繋いで、折れ線の影響線を描きます。この模様が、図 2.9 に例示した影響線のグラフです。上弦材と上横構の重量は、上弦の格点に作用しますので、上弦を荷重が通るとした影響線を使うのが正しいのです。しかし、小支間のトラス橋では、全死荷重と活荷重満載の重量に占める上弦材と上横構の重量比が小さいことを考えて、全死荷重も、便宜的に下弦材側に載せる影響線を使います。

### 2.4.5 斜材と垂直材は剪断力を伝える部材であること

斜材と垂直材は、梁としての剪断力と釣合う部材です。上弦材と下弦材とを結びますので、荷重が上弦材の格点に作用する場合と、下弦材の格点に作用する場合とで応力に違いがあります。垂直材は、この違いを直接受けて、単位荷重が上弦格点に載ると圧縮、下弦格点に載ると引張の応力になります。平行弦トラスの斜材は、単純梁の剪断力の影響線に斜材の水平軸からの傾き角度の  $(D/h=1/\sin\beta)$  を掛けて求めます。影響線を決めるときの、梁としての座標位置は、斜材の下側格点です。間接荷重を考えるパネルは、切断法で同時に切られる下弦材のパネル区間です。垂直材を使わない曲弦ワーレントラスの斜材影響線は、少し厄介な扱いになります。図 2.9 で説明した切断法を使うとき、上下弦材の延長線の交点が注目点として必要です。この注目点から、斜材の延長線に垂線を降ろし、この長さをモーメントの腕の長さ  $d$  とします。注目点でのモーメントの釣合いは、仮に切断して左半トラスを残した場合には左側の支点反力と移動荷重を考えます（図 2.10）。移動荷重が支間の右側にあるときは、左側の支点反力の影響線に、下の式で示す係数を掛けて得られます。同様に移動荷重が支間の左側にあるときは、右半分のトラスについて考え、右の支点反力の影響線に係数をかけて計算します。影響線をグラフに表すときは、梁の剪断力の影響線と相似になるように図 2.10 のように表すことにします。図 2.9 の方を使って斜材の注目点を求めると、上下弦材が平行に近づくと注目点が無限遠になりますので、扱い易いパラメータを使う方法に直します。それは、上弦材を延ばした直線が、両支点上を通るところの高さ  $H_a$ 、 $H_b$  を使います。平行弦トラスでは同じ高さですが、曲弦トラスでは高さに差がでます。

### 2.4.6 斜材の影響線を計算するときのパラメータ

$$Q = r \left( \frac{D}{h} \right) N, \quad Q = \text{斜材の軸力}, \quad N = \text{支点反力}$$

$$r_a = \left( \frac{a+b}{bH_a + aH_b} \right) H_a \quad \text{左側支点の係数}$$

$$r_b = \left( \frac{a+b}{bH_a + aH_b} \right) H_b \quad \text{右側支点の係数}$$

上の式で、 $D/h$  は斜材の傾き ( $1/\sin\beta$ ) です。この部分を除くと、残りのパラメータは支点反力の影響線を補正する係数  $r$  と解釈できます。これを使って梁としての影響線を求めておいて、斜材の傾きを補正して斜材の部材力を求めます。端の斜材は中間の斜材と性質が違って、 $r_a=1, r_b=0$  とします。下にエクセルソフトの中での数値計算の見本を示します。計算式は、セルの裏側に隠れて埋め込まれています。部材単位で計算手順が縦に並ぶように整理してあります。

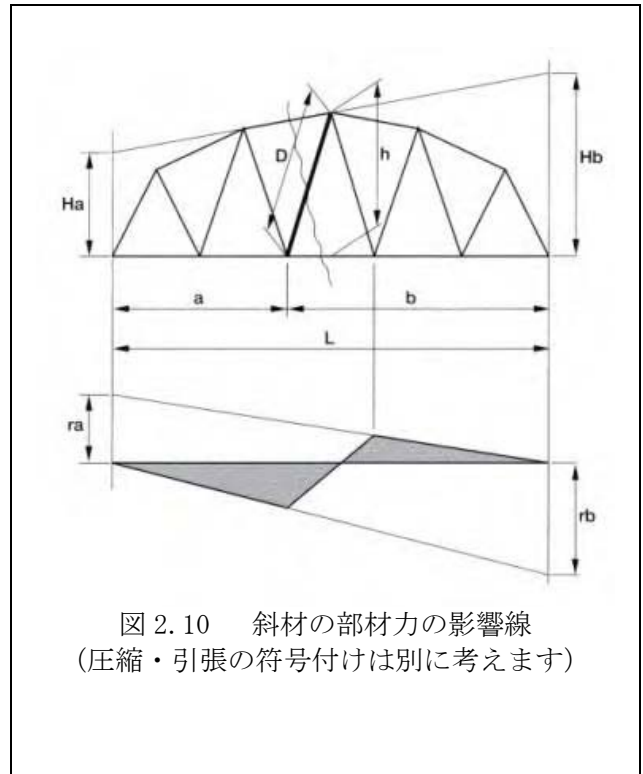


図 2.10 斜材の部材力の影響線  
(圧縮・引張の符号付けは別に考えます)

### 2.4.7 斜材の影響線の計算例

**斜材の影響線の計算例**

**幾何学的条件**

支間長	48.000	m
パネル数	5	パネル
パネル間隔	9.600	m
最小トラス高さ	7.000	m
ライズ	1.000	m

**トラスの寸法法**

格点番号	L0	U1	U3	U5
骨組み高さ	0.000	7.000	7.750	8.000
高さの差	0.000	9.600	0.750	0.250

上弦材番号	L0-U1	U1-U3	U3-U5
上弦材部材長	10.733	9.629	9.603
上弦材斜比	0.44722	0.99699	0.99969
支点上高さHa	0.000	6.625	7.375
支点上高さHb	70.000	10.375	8.625

**斜材影響線計算の基礎数値**

斜材番号	L0-U1	U1-L2	L2-U3	U3-L4	L4-U5
斜材高さ	7.000	-7.000	7.750	-7.750	8.000
斜材部材長	8.488	8.488	9.116	9.116	9.330
斜材の斜比	-1.213	1.213	-1.176	1.176	-1.166
注目下弦格点	L0	L2	L2	L4	L4
L=a	0	9.600	9.600	19.200	19.200
L=b	48.000	38.400	38.400	28.800	28.800
注目上弦材	L0-U1	U1-U3	U1-U3	U3-U5	U3-U5
支点上高さHa	0.000	6.625	6.625	7.375	7.375
支点上高さHb	70.000	10.375	10.375	8.625	8.625
b+Ha+a+Hb=R	0.000	354.000	354.000	378.000	378.000
L*Hb/R=ra	1.000	0.898	0.898	0.937	0.937
L*Hb/R=rb	1.000	1.407	1.407	1.095	1.095
間接数荷区間	L0-L2	L0-L2	L2-L4	L2-L4	L4-L4
左格点位置	0.000	0.000	9.600	9.600	19.200
右格点位置	9.600	9.600	19.200	19.200	28.800
+影響値fa	0.000	0.000	0.281	0.219	0.438
-影響値fb	-0.800	-0.719	-0.539	-0.562	-0.375
β=(fa-fb)	0.800	0.719	0.820	0.781	0.813
Ld=fa/β	0.000	0.000	3.293	2.693	5.175
Lf=Ld+Ld	0.000	0.000	12.893	12.293	24.375
Lg=L-Lf	48.000	48.000	35.107	35.707	23.625
影響値面積(+)	0.000	0.000	4.939	3.911	5.175
影響値面積(-)	-19.200	-17.247	-9.461	-10.032	-4.425

**斜比補正後の値**

+影響値fa	0.000	0.872	0.331	0.661	0.511
-影響値fb	-0.970	0.000	-0.634	-0.258	-0.437
影響値面積(+)	0.000	20.921	5.808	11.798	6.034
影響値面積(-)	-23.290	0.000	-11.126	-4.599	-5.160
影響値面積Σ	-23.290	20.921	-5.318	7.199	0.874

(4) 斜材の影響線

文：島田 静雄、写真図面：谷 敬

### 3. トラスの影響線

#### 3.1 影響線の力学

##### 3.1.1 鉄道橋では重要な解析であること

**影響線**(influence line)を求める、さらに、これを利用する計算の全体は、橋梁工学固有の構造解析です。そもそもの解析の出発は、幾つもの大きな車輪荷重を持った列車が鉄道橋を通行するとき、どの走行位置で、どこに最大応力や変形が出るかを求めることに目的がありました。機関車は、車両を牽引しますので、或る程度の重量を必要とします。日本最大の蒸気機関車は、鉄道マニアからデゴイチの愛称で親しまれた 1936 年に設計された D51 型です。この機関車の全重量は 130t もあり、これが**重連**で走行するとして鉄道橋の活荷重に使われていました。動輪の軸重が 18t (輪重は、この 1/2) であることから、この活荷重体系を **K18** と呼んでいます (図 3.1)。その当時の道路橋の設計で使われた自動車荷重は、1 台で 12t、道路舗装に使う転圧機の方が重く、14t 程度でしたので、D51 が如何に大きな荷重であるかが分かります。したがって、実際の機関車動輪の並び寸法と重量とを元に、最大応力になる場所と積載位置を詳細に探索することに大きな計算努力が払われました。

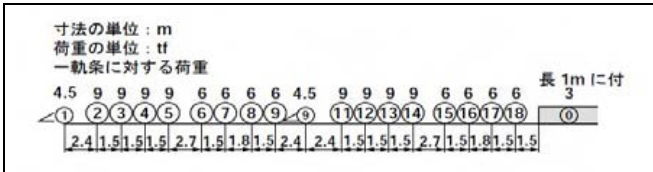


図 3.1 K18 の輪重とその配置

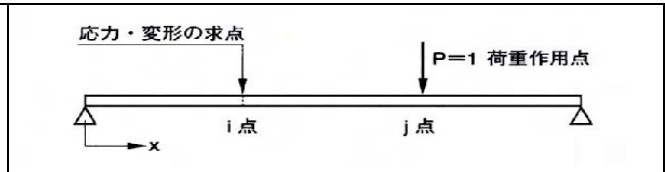


図 3.2 応力・変形を求める点と荷重作用点

##### 3.1.2 解析の基本は単純梁であること

影響線解析の基礎的な力学モデルは、単純梁です。**単位の集中荷重**が梁の上 ( $x$ 座標) を移動するとして、注目点を 2 箇所考えます。一つは、応力または変形を考える場所 ( $x=i$ とします)、もう一つが単位荷重の作用位置 ( $x=j$ とします) です。そうすると、例えば、梁の曲げモーメントは、二つの変数の関数ですので、 $M(i, j)$  と表すことにします。ここで、荷重作用位置を固定し、桁全体の曲げモーメント分布をグラフに描いたものは、**曲げモーメント図**です。曲げモーメントを求める位置を決め、単位荷重の位置を変数として描いたグラフが、その位置の**曲げモーメントの影響線**です。単純梁の場合には、 $i$  と  $j$  とを入れ替えても同じグラフになります。この性質を対称性があると言います。しかし、**剪断力図**と**剪断力の影響線**とは同じになりません (図 3.3)。単純梁以外の支持形式の梁では、モーメントについても対称性はありません。**撓み**についてはどのような構造形式であっても対称性があります。これは、**相反作用の法則**と言われる性質です。

##### 3.1.3 影響面を考えることもある

鉄道橋、それも単線の鉄道橋は、列車の走行線が、橋幅方向で固定です。道路橋では、重量の大きい自動車荷重の載る位置が、幅員方向に移動する自由度があります。したがって、影響線を二方向に考えて**影響面**と使うことがあります。橋全体を立体的に扱うことは理想ですが、力学的な仮定が面倒ですので、実用的な計算方法が種々工夫されてきました。それを、一言で要約すると、幅員方向の**横分配**と言います。最も単純な仮定は、影響面の立体的な形状を、支間・幅員二方向でそれぞれ相似にします。幅員方向でさらに単純化した仮定を**(1, 0)分配**と言います。普通のトラス橋はトラス面を左右 2 面で設計しますので、自動車荷重を幅員方向で片寄せた、不利な条件で一面当たりの荷重を求めます。実際のトラス構造は立体的ですので、左右均等の (1/2, 1/2) 分配の中間になり、その分だけ安全側で設計しています。

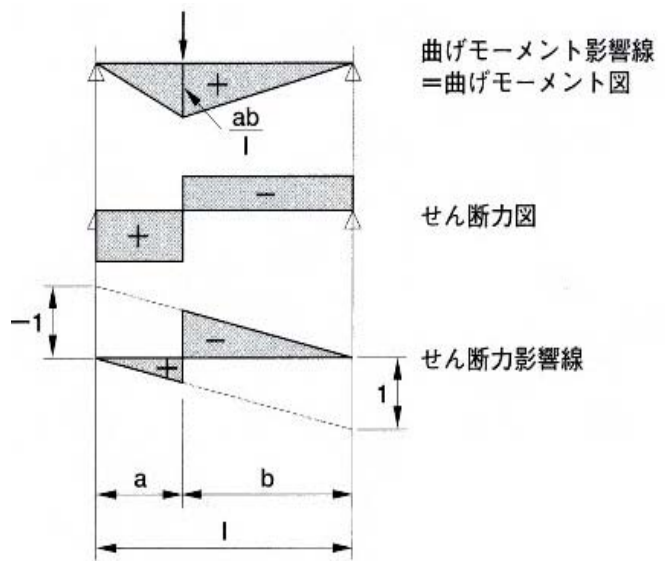


図 3.3 単純梁の影響線



### 3.1.4 トラス橋の影響線は間接荷重を考える

通常の橋梁構造物は、主構造（主桁）に自動車荷重が直接作用しないように床組み構造を介します。床組みは、厳密に考えると、横桁位置を弾性支点とした連続桁構造の性質も持ちます。トラスの影響線は、単位荷重を格点位置ごとに離散的に作用させ、格点間を直線で結んだ折れ線です。この考え方を間接荷重と言います。鉄筋コンクリート床版を介する道路橋の桁橋は、直接荷重で計算しますが、荷重の方をモデル化します。トラス橋は、弦材の交わる個所（格点）を横桁で繋ぎ、これを支点とする小橋梁を載せるように床構造を組み上げます（図 3.4）。通常のトラス橋は、活荷重の通行位置を、トラス全体をマクロに見た箱構造の内側（下路橋：スルー：through）にします。床組みの縦桁は、この小橋梁の主桁の性質を持ちます。上路橋（デッキ：deck）は、山間部のように、トラス高さ分だけ道路面を高く取れる余裕のある個所で採用します（図 3.5）。この図の中に垂直材の影響線を示してあります。垂直材は上弦材の多径間連続桁の中間支点となりますが、実際の計算では、左右のパネルを単純桁として考えますから、影響線は反力と同じとなります。デッキトラスの場合、上弦材に直接床版の荷重が作用します。このために、上弦材には軸方向力と曲げモーメントが作用することになります。トラス構造は軸方向力のみを受け持つと考えますが、デッキトラスの上弦材は例外扱いをする必要があります。

### 3.1.5 弦材自重の曲げモーメントを最小にする工夫

トラスは軸方向力のみが作用すると仮定しましたが、上弦材及び下弦材には曲げモーメントも作用します。図 3.6 に上弦材と下弦材の標準的な断面を示します。曲げモーメントは、部材の自重によるものと、断面重心とトラスの骨組み線との偏心によるものです。弦材の自重は、格点をピンと考え単純桁として曲げモーメントを求めます。断面重心とトラスの骨組み線の偏心は最大断面を用いて定めます。上弦材には圧縮力が作用しますので、断面重心をトラスの骨組み線より上側に定めます。下弦材には引張力が作用しますので、断面重心をトラスの骨組み線の下側に定めます。トラスの断面は非常に小さく、曲げに対する抵抗力が小さく、可能な限り曲げモーメントの発生を少なくする必要があります。トラスの格点に荷重が作用するものとし、トラスの影響線は、単位荷重を格点位置ごとに作用させ、格点間を直線で結んだ折れ線構造に描きます。床組みは、厳密に考えると、横桁位置を弾性支点とした連続構造の性質も持ちますが、実践的な仮定はそこまで考えません。一般的な性質として、単純トラス橋の上下弦材軸力の影響線は、単純梁の曲げモーメントの影響線と相似です。斜材軸力の影響線は、せん断力の影響線と相似ですが、間接荷重の区間でショートカット状に切り落とした多角形になります。前章で紹介したような、垂直材を持たないワーレントラスの場合には、上弦材の格点と下弦材の格点が支間方向で交互にずれていますので、下路トラスの下弦材は三角形の頭を切られたような影響線になります（連載-2 図-2.8）。なお、単純梁に置き換えて曲げモーメントとせん断力の影響線を求める座標位置は、斜材の向きと関係を持ち、上下弦材では同じ位置になりません。この判断を機械的に決め、符号も論理的に整合させるようにするには、EXCEL の表計算機能を巧みに使う知恵（プログラミング）が必要です。

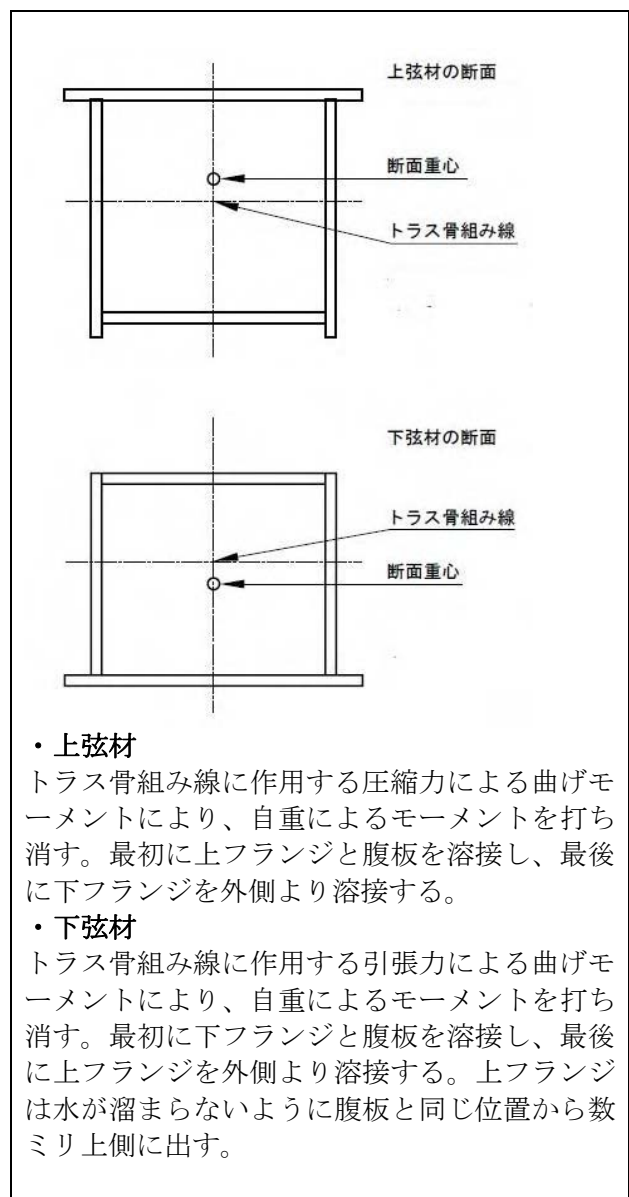


図 3.6 弦材の標準的断面

#### ・上弦材

トラス骨組み線に作用する圧縮力による曲げモーメントにより、自重によるモーメントを打ち消す。最初に上フランジと腹板を溶接し、最後に下フランジを外側より溶接する。

#### ・下弦材

トラス骨組み線に作用する引張力による曲げモーメントにより、自重によるモーメントを打ち消す。最初に下フランジと腹板を溶接し、最後に上フランジを外側より溶接する。上フランジは水が溜まらないように腹板と同じ位置から数ミリ上側に出す。

## 3.2 最大最小の影響値と影響線面積

### 3.2.1 計算量が多くなるので活荷重をモデル化する

影響線は、単位の集中荷重が一つだけ移動するとして求めます。鉄道橋では、この影響線を使って、蒸気機関車の複数の動輪が、どの位置に来れば最大または最小の応力になるかを探します。道路橋ではトラックの前後輪位置をどこにするかを決める必要があります。橋梁以外の、例えば建築構造物では、移動荷重を考えるまでもありませんので、静荷重についてモーメント図と剪断力図を計算するだけで済みます。橋梁の場合には、注目点の数だけの影響線を計算しますので、計算量がその数、最悪の場合には、二乗に比例して増えます。この計算労力を減らす工夫の一つが、道路橋の場合には、トラックなどの移動活荷重を、集中荷重と等分布荷重の二つにモデル化することです。道路橋では、通行する重量車の種類も多様ですし、幅員方向に載る位置も自由度がありますので、モデル化が必須です。一方、鉄道橋では、蒸気機関車の動輪から伝えられる軸重のように、具体的な荷重を、そのまま影響線の上を移動させて最大応力になる載荷位置を探します。

### 3.2.2 幅員方向は(1,0)分配法でまとめる

道路橋の通行面は平面的な広がりを持ちますので、橋軸方向の影響線と幅員方向の影響線とを組み合わせた立体的な影響面に考え、最大または最小の応力になる荷重の載荷位置を探索するのが理屈です。これは計算が煩雑になりますので、荷重のモデル化と同時に、荷重の載せ方もモデル化します。直橋の場合は、二方向に独立した影響線で扱います。幅員方向は、複数の主桁にどのような比率で荷重が分配されるか、という整理方法を考えますので、分配の影響線と言います。この影響線を求める理論を**分配理論**と言います。この詳しい説明は桁橋の計算法の章で扱います。トラス主構の計算では、最も基礎的な(1,0)分配を使いますし、これが正解です。自動車荷重を直接載せる床構造の縦桁の計算に、複雑な力学モデルを仮定して分配を計算しても、縦桁の反力を横桁で受け、それを主桁に伝える間接載荷の釣合いを考える段階では、結果として(1,0)分配になるからです。(1,0)分配を応用するとき、幅員方向の橋梁の断面構成と荷重の載せ方を考えます。

### 3.2.3 床組みは輪荷重を使う

床組みは、タイヤを介した自動車荷重を直接受けますので、昭和31年の道路橋示方書(S31と略記します)までは、実寸法に近い重量車の、前後輪の位置・タイヤ接地寸法・前後輪の重量を規定していました(T荷重：トラック荷重の意)。主構造にも同じ自動車荷重を載せますが、主構造へは自動車荷重がやや間接的に作用することと、計算方法を簡便化することを含みにして、S31では、等価の活荷重モデル(L荷重：ライン荷重の意)が規定されました。この時代までは、現在のような自動車交通量の爆発的な増加を予想しませんでしたので、トラックを支間方向には1台、幅員方向には車線数だけ並べる方法を考えました。主構造の応力計算に影響線を利用するとき、L荷重を集中荷重として扱う便利さを提案したものです。さらに、一等橋は、一台20tfのトラック重量を考え、二等橋は、その70%としました。これは、二等橋が架設される路線の交通量が確率的に低くなると仮定し、疲労による影響も低いとみなして、活荷重の方を下げた提案にしたものです。道路橋の自動車についても、機関車並みに、支間方向のトラックの重連が考えられます。交通渋滞になると、この状態が起こる可能性があるのですが、その確率は低いとみなしています。H14から、T荷重を実質的に一台25tfに上げ、後輪の軸重も実質的に16tfから20tf(200kN)になりました。トラック寸法については、前後輪の区別を外した1軸の自動車荷重ですので、前輪荷重の影響を**割り増し係数**で対応するような規定に変更されました。縦桁支間が4m(ホイールベース相当)を超える場合には割り増し係数(最大1.5以下)を掛けることで、間接的ながら連行するトラック荷重の影響も考えています。主構造は、床組みよりも支間が長くなり、重量車の連行載荷の影響もさらに確率が低いとみなしています。しかし、外国の基準では、戦車のような重量車が或る車間距離を持って行進することを考える場合があります。いずれの場合も、影響線をどのように利用するか、との関連で活荷重が規定されています。

### 3.2.4 床版は影響面の考え方を抽象化した単位幅を考える

鉄筋コンクリートの床版、さらには鋼床版の力学モデルと計算法については、多くの議論と研究がありました。どちらも、マクロに見て、二次元的な版構造（スラブ）と仮定します。集中荷重が作用したとき、二方向の曲げモーメント分布を影響面の形で解析します。タイヤの輪荷重は、針のような尖った力ではなく、タイヤの接地幅・接地長さ・舗装及びスラブ厚を考えた等分布荷重に広げて載せます。このときの曲げモーメントの分布から、鉄筋コンクリート単位スラブ幅（1m）当たりの曲げモーメントの算定経験式がS31から規格として提案されました。鋼床版は、箱桁構造の上フランジを構成する使い方に始まりました。鉄筋コンクリート床版よりも重量が軽くなりますので、最初から鋼床版を使うトラス橋も架設された例があります。鉄筋コンクリート床版を鋼床版に取り替えることで、主構造の耐荷力を上げる改良工事の例もあります。鋼床版の計算では、まず、縦リブ直上のフランジ有効幅を決めます。鋼床版の力学モデルは、マクロに見て均質な直交異方性板と仮定する計算法と、格子桁計算法との選択があります。薄い鋼板は、局部的に大きな撓みが出易いので、リブとの協力をマクロに見た均質な版とする理論仮定よりは、リブを主材とする格子計算の方が実情に合います。リブ間の鋼板は曲げ作用を受けますので、あまり薄い板が使えません。古い橋梁では、6mm程度の**バックルプレート**（凹板）を縦桁に載せ、その上に砂利や砂を詰め、路面を御影石などの舗装材で仕上げました。路面電車の軌道部は、この方法で路盤を構成しましたので、床部分の重量が大きくなりました。凹板は、リブ断面に寄与しませんし、リブ間の曲げ部材の作用はありませんが、膜作用で荷重を受け持ちます。この構造は版としての曲げ剛性が低いので、路面の管理に手が掛かりました。

### 3.2.5 縦桁と横桁とは輪荷重を集中荷重として扱う

床組み構造としての縦桁と横桁の最大応力は、それぞれに単純桁の支持条件を仮定し、(1,0)影響線法を応用して計算します。このときは、タイヤを介するトラック荷重を集中荷重でモデル化します。そうすると、複数の集中荷重をどのように載せたら最大応力になるか、の解析が必要です。結論から言うと、常識的な載せ方が正解です。一つの集中荷重を影響線の最大の位置に合わせ、残りは車輪の間隔を考えて詰めるように載せます。横桁の支間方向、および、鉄筋コンクリート床版の主鉄筋方向は、車両の進行方向と直角です。両方とも、左右タイヤの間隔を考え、複数の集中荷重を扱います。縦桁の場合、S31では前・後輪車軸の間隔4m（ホイールベース）を考え、後輪位置を縦桁支間の中央に載せます。H14では、後輪だけを集中荷重とするだけになりました。そうすると、前輪の影響、または連行する別トラックの輪重の影響を無視することになります。この補正方法が前々項で説明した割り増し係数です。

### 3.2.6 幅と長さを持つ等分布荷重の扱い

主構造の設計に使う自動車荷重は、H14から、或る平面領域の等分布荷重に置き換えるp1荷重が規定されました。これは、自動車2台を車線並列に載せることを基本的な載荷法とした、幅5.5m、載荷長D(m)の領域の等分布荷重です。自動車の前後輪荷重の大きさや車軸間距離（ホイールベース）を抽象化し、応力計算の簡易化を意図したものです。しかし、ここで、新たな最大最小問題が起きました。それは、或る長さを持った等分布荷重をどのような位置に載荷させるときに最大または最小応力が生じるかの計算です。桁橋の場合には、比較的簡単に計算できます。しかしトラス橋の場合には、影響線の形状が多角形になる下弦材や斜材があって、幾つかの判定をして最大または最小の応力になる影響線面積の計算が必要になりました。

### 3.2.7 小橋梁としての設計法も念頭におくこと

トラス橋の床構造全体を小橋梁として計算する考え方もあります。縦桁は、この小橋梁の主桁に当たりますので、横分配を考え、縦桁に作用する活荷重にL荷重を採用する計算方法も考えられます。そして、T荷重による計算と比較して、どちらか大きい方を使う規定（H14）があります。しかし、設計荷重の趣旨から考えると、L荷重はT荷重をさらにモデル化したものですので、床組み全体の設計に使う荷重をT荷重に揃えて計算するのが基本であると考えられます。トラス橋では、設計計算の焦点がトラス部分の計算にありますし、床組みを介する活荷重の作用は間接載荷になって、床組み構造系の違いを反映しません。



### 3.3 トラス橋の影響線固有の問題

#### 3.3.1 トラス橋は小支間桁橋を載せる親橋梁であること

支間の小さな（20m 以下の）単純支持の橋梁は、桁橋で渡すのが普通ですし、経済的です。より長い支間を競うのが橋梁技術者の夢です。桁構造で支間を延ばす工夫の一つが合成桁構造です。この適用支間の標準は 20～40m です。床組を構成するコンクリートの床版が、同時に主桁のフランジを兼ねることで、部材利用の合理化を図ります。箱桁構造を採用すると、橋全体の捩れ剛性が上がりますので、支間に対して相対的に幅員の狭い橋でも桁橋構造を提案できます。長大橋の吊橋は、主桁を構成する補剛トラス構造そのものの捩れ剛性を高めないと、風の影響を受けてリボンがはためくような危険な振動を起こすことが知られるようになりました。一般的に、より長い支間を渡す一つの方法がトラス構造であって、トラスのパネル間隔で小橋梁を支える機能を持たせます。支間を大きくしたゲルバー橋・アーチ橋・吊橋などは、外見が桁構成であっても、小橋梁を支える複合構造になっています。支間 10m 前後の桁橋は、小さな水路を渡す橋梁の他に、幅員の狭い道路または鉄道を高架で渡す構造として多くの需要があります。しかし、設計対象としては面白みが薄いので、あまり重要に考えない傾向があります。トラス構造を採用するとしてのパネル間隔を、10m 前後に抑えないと、床組み部分の重量が大きくなって、全体として不経済になります。結果として、40～70m の単純トラス橋が多く採用され、またパネル割りの数も多くしません。トラス床組みの縦桁は、この小橋梁の主桁です。単純な仮定は、横桁間で単純支持された桁です。しかし、鉄筋コンクリートの床版はトラス全長を連続して打設しますので、床組み全体は多径間の連続桁の性質を示すことが、振動測定で観察されています。

#### 3.3.2 影響線が三角形の場合

単純梁の曲げモーメントの影響線は、図 3.3 に示すような三角形です。この上を、トラックに見立てた一定長さ、一定荷重強度の等分布荷重（H14 の p1 荷重）が通行するとして、その影響線面積が最大になるような載荷位置と、その面積を求めることがこの項の課題です（図 3.7）。三角形の底辺の長さが載荷長 D よりも短ければ、影響線の全断面積を使います。トラックが梁の左から進行し、影響線の最大値になるところから始め、通り過ぎるまで、途中で影響線面積が最大になる位置を求めます。応力を求める注目点を、支間中央から左側で考えることにします。そうすると、影響線の直線勾配（絶対値）は、注目点の左側が大きくなります。荷重車が左から進入してくると、直下の影響線面積が増えて行きます。荷重車が注目点を越えると、面積増加が鈍ります。右側の影響線の勾配が緩やかですので、荷重車の重心位置が注目点を通過した或る場所で、影響線面積が最大になり、それ以降は減少して行きます。図 3.3 に示した簡単なモデルを使って荷重車の前後縁の位置を計算すると、下のような式が得られます。

$$\begin{cases} c = \frac{a}{l} D \\ d = \frac{b}{l} D \end{cases}$$

$$f_1 = f_2 = f_0 \left( 1 - \frac{D}{l} \right)$$

$$A = f_0 D \left( 1 - \frac{D}{2l} \right)$$

．．．式 (3.1)

ただし、 $D > l$  のときは  $D = l$  を代入する。

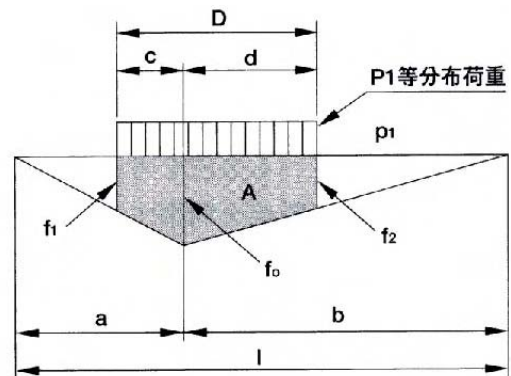


図 3.7 有限長さの等分布荷重の載荷

垂直材を持たない下路ワーレントラスでは、上弦材の軸力の影響線が三角形を描きますので、上の計算式を使って p1 荷重に使う影響線面積を計算します。斜材の場合には、桁端を除き、影響線の正負領域が途中で反転する三角形を描きます（第 2 章図 2.3 参照）。したがって、圧縮または引張軸力になる場合の最大影響線面積を個別の三角形について、上と同じように計算します。下弦材の影響線は少し特殊ですので、次節で解説します。

### 3.3.3 トラスのパネル間隔がパラメータに必要

垂直材の無いワーレントラス下弦材の影響線の形は、その部材直上の上弦材格点を注目点とした単純梁の曲げモーメント影響線の三角形で、その下弦材の区間で頭を切った形と相似です。影響値が最大になる位置が半パネル長ずれて、その下弦材パネルの、右（または左）の格点位置になります（第2章図2.2参照）。切り取り区間長さは、トラスのパネル間隔（ $\lambda$ とします）です。p1 荷重の荷重長Dがこの切り取り区間にかかるとき、影響線面積が最大になります。通常、Dは、2パネルに亘ります。しかし、 $\lambda$ がDよりも短い場合、荷重長が切り取り区間のパネルの両側に伸びます。この例外が起こるのは、支間中央または支間中央付近の下弦材です。エクセルの表計算機能を生かすようにするため、計算手順と判定方法の論理を詰めておくことにします。

- (1) 影響線を求める下弦材は、トラス橋が左右対称の形状であることを考えて、トラス橋の左支点から支間中央までとします。
- (2) 影響線を求める注目点の位置は、下弦材パネルの中央に来る上弦の格点です。この格点番号は、1, 3, 5…の奇数順です。奇数パネル割りのトラスでは、この番号がパネル割り数まで行きます。平行弦ワーレントラスの場合にはパネル割り数が偶数の場合もあり、この場合は1手前までです。
- (3) 注目点の位置で、トラス支間を単純梁としての影響線の最大値を  $f_0$  とします。この頂点位置の左右、半パネルずれた下弦格点位置の影響線の値を  $f_a, f_b$  とします。影響線はこの区間を直線で結びます。影響線の最大値の座標位置は右側格点になり、通常は  $f_a < f_b$  です。奇数パネル割りのトラスでは、支間中央の下弦材の影響線が左右対称になり、 $f_a = f_b$  となります。
- (4) 影響線面積が最大になるように p1 荷重の荷重長Dは、最大影響値  $f_b$  を頂点とするように補正した三角形を考えます（図3.5）。これは、元の三角形の頂点で頭を切った直線を延長して求めます。補正した三角形について、図3.4を応用するようにスパンを  $a', b', l'$  に置き換えて影響線面積の最大値を求めます。
- (5) 説明が後先になりますが、この計算では、 $f_a = f_b$  のとき、 $a'$  が無限遠になってしまいます。そうでなくても、荷重長Dの左端が、対象下弦材の左格点の左に来れば、面積計算が異なります。この特殊条件の予備判定が必要です。図3.3の影響値  $f_a$  と同じ影響値になる位置を右にたどって、 $f_b$  の右側での座標位置を計算します。そこまでの距離を  $D'$  とします（図3.6）。 $D' > D$  であれば、上の(4)の方法で影響線面積の最大値を求めます。
- (6)  $f_a = f_b$  のときは、 $D' = \lambda$  になります。したがって、 $D \leq \lambda$  であれば影響線面積の最大値は  $D \times f_a$  です。
- (7)  $D > \lambda$  のときは、荷重長が対象下弦材の格間長の左右にはみ出します。はみ出し長さ分は、左右を合わせて  $(D - D')$  です。この部分の影響線面積を求めるには、図3.6の上の図で、 $D'$  の部分を折り畳んだ三角形の影響線面積を計算して加算します。計算式の原理は、図3.4です。
- (8) これらの計算式を応用するときにはスパン  $a, b, l$  を場面に応じて求めます。計算式は単純で機械的に計算できますので、特に式を挙げることをしません。このような単純な計算をまとめるには、EXCELの表計算に組み立てると便利です。したがって、具体的な計算例は、エクセルソフトを参考にして下さい。

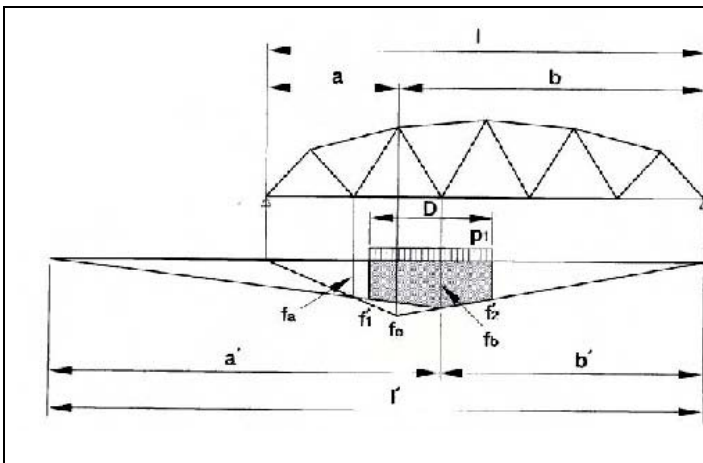


図 3.8 下弦材の p1 荷重用影響線面積の計算

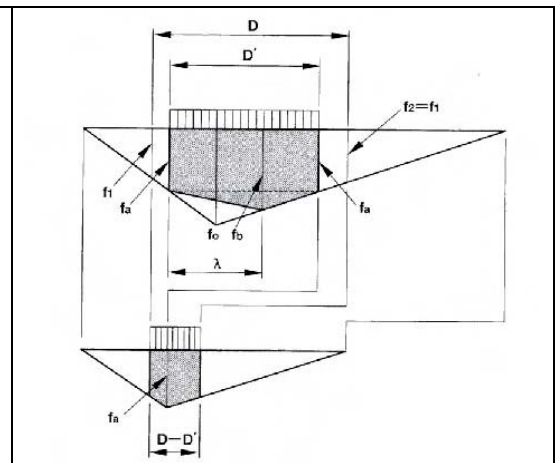


図 3.9 三パネルに亘る荷重の場合

## 4. トラス橋計算エクセル Soft の解説

### 4.1 作業のあらまし

#### 4.1.1 橋梁設計入門はトラス橋から始める

トラス形式は、橋梁だけに限らず、多くの分野で応用される構造です。トラス橋は、やや大きな支間を渡す橋梁に採用されますが、その構造は複数の床組み単位をパネル間で支える形式になっています。床組み部分は、小支間の桁橋の性格がありますので、トラス橋の設計は桁橋の設計法も含みます。つまり、小支間の桁橋の設計を踏まえた上で、主構造のトラス部分の設計に繋がります。床組み部分の構造提案・力学モデルの仮定・計算方法には、多くのアイデアと研究がされてきました。トラス橋の場合には、主構造のトラス設計の方に焦点を置く関係で、床版と床桁部分の設計を簡単に済ませ、それらの自重をトラスの設計荷重に引き継ぎます。活荷重の方も、床組みを介してトラス側に引き継ぐのが理屈の上では正しいのですが、計算条件が複雑になりますので、活荷重の作用が等価になるような、別体系の活荷重（トラック荷重・線荷重・群集荷重）で扱います。設計計算の筋書きは、荷重を伝える順に、鉄筋コンクリート床版・縦桁・横桁の計算を経て、主構（トラス）の計算をします。その後、上下横構及び付属品の計算を行います。仮定鋼重は床組みとトラスに分けて行うのが通常の方法です。

#### 4.1.2 トラスの形式別に独立したブック単位にしたこと

単純トラス橋は、約 70m 前後の支間を渡す橋梁として多く架設されてきました。鋼桁橋でも箱断面を使い、連続桁形式にすると長い支間を渡すことができます。また、高さ方向の建築限界を気にしなくても済みます。したがって、新橋をトラス橋で計画することが少なくなり、結果として、既設のトラス橋の調査に関連して、再現計算の要望が必要になりました。新規設計の場合には、材料の寸法決定の過程を記述する計算書を作成します。既設のトラス橋の場合、設計時の図面と計算書が残されていれば、それらを見て、要点をまとめることができます。それらが無い場合、実物から寸法を当たり、計算書を再現します。どちらの場合であっても、部材寸法と設計荷重を与えて応力と変形の計算をします。設計時の示方書に準じれば、当然ながら許容応力を満たす結果が得られます。同じ断面で、現行の示方書に準拠すれば、許容応力をどれだけ超えているかが計算できます。設計時の構造仮定ではなく、実情に合った構造モデルによる計算も必要です。あらゆるケースを網羅するような計算を一単位のプログラムにすると取り扱いが重くなりますので、トラスの形式と準拠示方書をキーとした小単位のエクセル Soft 単位（ブック単位）に分けることにしました。ソフト名の付け方は、下のよう決めました。

#### 4.1.3 ソフト名の命名規則

ソフト名は、英数字 10 文字とエクセルの拡張子(.XLS)です。その命名規則は、下のようしました。ただし、ここではトラス橋の他、鋼桁橋、PC 橋、RC 橋も含めてあります。基本ファイル名構造は、次のようにします。

**AABBmCnnV00.XLS                      例                      TRWA5S31V02.XLS**

- 最初の 2 文字 AA は主構造形式です。なお、アーチ系橋梁・吊橋・斜張橋・ゲルバー橋・連続橋などは、条件が特殊な構造形式ですので、再現設計の対象には差し当たって含めていません。
  - TR:       トラス Truss の意
  - SG:       鋼桁橋：プレートガーダー(steel girder)の意
  - PC:       プレストレスコンクリート桁(prestressed concrete)の意
  - RC:       鉄筋コンクリート桁(reinforced concrete)の意
- 次の 2 文字 BB は主構造の説明補助の記号です。AA の種別と関連を持ちます。ここではトラス橋の場合だけの説明で TR の二文字に続きます。
  - WA:       曲弦ワーレントラス（垂直材なし：通常は溶接橋）
  - WV:       曲弦ワーレントラス（V で垂直材ありを意味させる：古いリベット橋用）
  - WS:       平行弦ワーレントラス（垂直材なし：通常は溶接橋：Straight の意）
  - HS:       ハウトラス（通常は平行弦構造である）
  - PS:       プラットトラス（通常は平行弦構造である）
- m はパネル数です。垂直材を持つトラス構造は 2 m パネルを意味します。
- 英数字 3 文字 Cnn は、準拠する示方書年号です。S31、H14、のように表します。
- V00 は、バージョン番号です。なお、閲覧用は VN0 とします。

#### 4.1.4 既設橋梁をモデル化して計算をまとめたこと

トラス計算のExcelSoftは、命名規則から判るように、多くの種類があります。架空の橋梁を考えて計算書をまとめたのではなく、実際に設計された橋梁のデータを使って結果を付き合わせました。ただし、実橋では、やや特殊な条件になっていることもありますので、或る程度、標準化してあります。例えば、道路幅員方向で、狭い歩道が片側だけに敷設されている場合には、この歩道を無視した断面を考えます。また、縦桁は複数本を並列して鉄筋コンクリート床版を支えますが、3本以上の縦桁を使う場合であっても、幅員の端とその内側の縦桁に注目するだけの計算で済ませてあります。現在まで(2009年7月)に完成してある形式は、以下の種類です。

TRWA5S31V00, TRWA5H12V00	5パネル曲弦ワーレントラス、溶接橋
TRWA7S31V00, TRWA7H12V00	7パネル曲弦ワーレントラス、溶接橋
TRWA9S31V00, TRWA9H12V00	9パネル曲弦ワーレントラス、溶接橋
TRWS4S31V00	4パネル平行弦ワーレントラス、溶接橋 (*1)
TRWS6S31V00	6パネル並行弦ワーレントラス、溶接橋
TRWS8S31V00	8パネル並行弦ワーレントラス、溶接橋
TRWV3S31V00	垂直材のある6パネル曲弦ワーレントラス、リベット橋
TRWV4S31V00	垂直材のある8パネル曲弦ワーレントラス、リベット橋
TRWV5S31V00	垂直材のある10パネル曲弦ワーレントラス、リベット橋

備考(\*1)：奇数パネル平行弦ワーレントラスは、曲弦ワーレントラスの計算を利用します。

#### 4.1.5 シートは章別にまとめてあること

ExcelSoftは、形式を整えた計算書の作成が目的です。公文書としての顔を持たせるように、書式と体裁(用紙・横書き・字詰めなど)は、標準的な科学技術レポート形式で印刷出力が得られるようにしてあります。ExcelSoftの目的は、既設橋梁の力学的な特徴を明らかにすることを主眼としますので、製作・架設に必要な項目、例えば添接部の計算などは、意図的に省きました。また、部材全部の情報ではなく、代表的な最大応力断面だけのデータに抑える、などのようにして、重複を避け、なるべくページ数が増えないようにしました。計算書は、計算の流れを章に分け、複数のEXCELシートで構成します。シート番号名は、準拠示方書年を頭に付け、計算書の章番号別に分けて、S31-0, S31-1, S31-2, …のようになっています。全体ソフトの解説に「**概要説明**」のシートがあり、ユーザ向けに簡単な情報を載せてあります。これは、**ReadMeファイル**に当たります。シート番号**S31-0**は、設計条件の入力用です。計算書本体は、シート番号S31-1以降です。章構成は、下のようになっています。

1. 設計条件	S31-1
2. 床版の計算	S31-2
3. 縦桁の計算	S31-3
4. 横桁の計算	S31-4
5. トラスの計算	S31-5
6. 横構の計算	S31-6
その他の追加計算	………

## 4.2 ユーザがする作業のあらまし

### 4.2.1 一般図と設計条件を準備する

ExcelSoftは、既設橋梁の調査に利用することが主な目的です。そのためには、その橋梁の**一般図**と**設計条件**を用意することが最初のデスクワーク作業です。既設橋梁の一般図は、通常、その橋梁の管理者が保存していますが、それが得られない場合も含めて、現地で寸法などを当てる必要があります。橋梁には**橋歴板**(ネームプレート)が付いていますので、その記載事項を情報の確認に利用します。現地での測定は、目視及び写真撮影を主眼とします。測量器具はレベル、と反射鏡を用いた三次元測量程度で満足できる成果が得られます。

#### 4.2.2 現地調査の一例

図4.1は「橋梁&都市PROJECT」2007年1月号に掲載された「吾嬭橋の維持管理計画」（群馬県六合村）の現地調査の成果図です。職員2名の1日の作業です。図には上下横構が示されていませんが、野帳のスケッチと記録写真を用いて再現設計を行いました。トラスの骨組みは上流側と下流側の両方を計測して、誤差をフルイにかけます。誤差は、①製作誤差、②輸送中に生じる変形、③架設で生じる変形、④供用中に生じる変形等が考えられます。吾嬭橋の場合には、塗装更新時の足場を利用して、再現設計の断面の仮定を修正しました。鋼橋の再現設計では、足場等を用いる必要はありません。鋼橋は塗装の更新があり、塗装工事の足場を利用してノギス等で部材寸法等の計測ができますので、最初に行った再現設計を修正することができます。

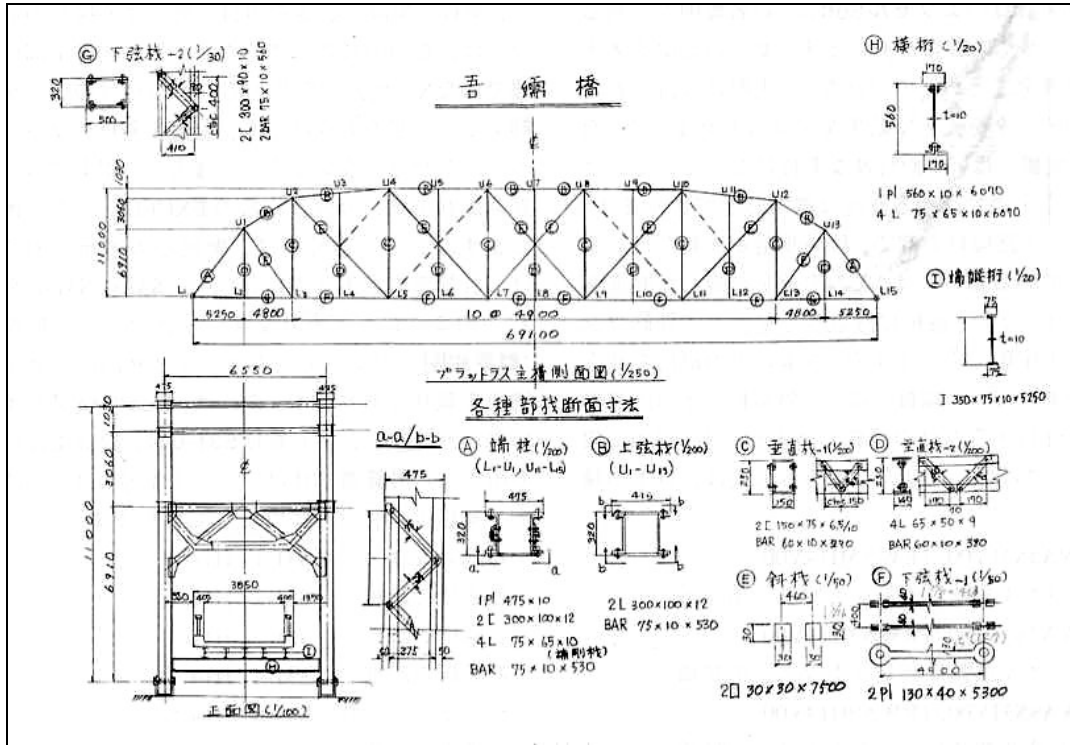


図4.1 現場簡易計測スケッチ図

#### 4.2.3 複数のエクセルSoftを準備する

橋梁形式が判れば、その形式の計算に合ったエクセルSoftを準備します。設計時の示方書による計算と、現行の示方書による計算を比較するときは、複数の独立したエクセルSoftを利用する必要があります。例えば、5パネル曲弦ワーレントラスの調査の場合には、TRWA5S31V0.XLSと、TRWA5H14V0.XLSの二つを平行させて作業します。この二つは、かなりの個所で記述内容が同じです。作業手順も同じです。しかし、これをまとめて一本のソフトで処理するようにまとめ、要所所でユーザが判断を加えるようにすると、経験の少ない一般ユーザは混乱します。これを避けるため、それぞれの示方書別に独立したソフトにして、個別に計算書をまとめる方法を提案することにしました。

#### 4.2.4 計算条件の設定作業

ユーザがする最初の作業は、シート番号-0（例ではS31-0）の必要個所に、設計条件を入力することです。数値入力が必要な個所は、EXCELの作業画面で、セルの背景色を薄青色にしてあります。このデータは、後続の計算シートで参照しますが、作業開始時には初期値（デフォルトの数値）が設定されています。また、後の計算に必要な途中の計算結果や、他のシートから引用された数値などは、背景色を黄色にしてあります。これらを含め、全体の数値データの書き換えをしてはなりません。このシート番号-0は、データ入力用と同時に計算作業のまとめです。全体レポートの要約ですので、ユーザの控えに残すことを考えています。後半のシートで、主要部材断面の提案と、計算応力度などが計算されていきますが、それらの抜粋を自動的にフィードバックして表示します。したがって、シート番号-0を利用するだけで、比較設計の計算が直ぐに得られます。例えば、コンクリート床版を増し厚する、自動車荷重を変更する、仮定鋼重を変更する、などが一瞬の中に反映されます。このシートだけで、耐荷力の検討が簡単に、またダイナミックに得られます。

#### 4.2.5 橋梁台帳のデータとして利用する

シート番号-0は、橋梁台帳のデータを部分的に引き写した内容ですので、これに他のデータを追加して、新しい形の電子化橋梁台帳として再利用することが考えられます。この目的に使うシートは、シート番号-0だけをコピーし、適切な管理名を付けて別シートとして追加します。この数値データを独立に保存できるようにしておきます。この作業のままで、その別シートは、他のシートのデータとリンクが設定されたままになっています。単独に取り出して利用するためには、リンクを外し、データだけを記録するシートに直す必要があります。これには、一寸したコピー操作を加えます。それはコピーした全体を選択し (ctrl+A)、これ全体をコピーし (ctrl+C)、そのまま、エクセルのメニューから「値の貼り付け」→「形式を選択して貼り付け」→「値と数値の書式」の順に実行します。そうすると、そのセルの外部リンクが切れて、データだけが残るシートになります。念のため、数値の変更を受け付けないようにロックを掛けておくと安全です。同じ作業用のエクセルソフトを使って複数の比較設計をしたい場合には、別名の複数の管理用シートを、そのまま残しておくことができます。これらを、管理データだけを集める独立したEXCELブックに保存しておくことを薦めます。

#### 4.2.6 表紙と計算条件の表示

シート番号-1 (例ではS31-1) から以降が、レポート本体です。ここの原稿は、先のシート番号-0に記入しておいたものを参照します。レポートは、表題・日付・作成者名と所属を書いた表紙、必要に応じて目次、一般図などを最初にまとめるのが定番です。作業用のエクセルSoftに示したイラストは、必要事項の覚えとして準備したものですので、実寸法と相似になっていません。体裁を整えるには、別に清書した図面やその他の文書を追加します。ページ数を抑えますので、特に目次を付けませんが、目次の原稿は概要説明シートの後半に付けてあります。これらの作業には、本体部分をEXCELの印刷機能だけを使ったプリントして合本に作るのほか、全体をPDF版に落とし、PDFソフトの編集機能を使って全体を通したページ番号を振り、一単位の配布用ファイルに作成するとよいでしょう。ただし、この作業には、別にPDF利用のソフトが必要です。パソコンの扱い全般に慣れていない一般ユーザには少し荷が重いので、専門家に相談することを薦めます。

#### 4.2.7 セキュリティの方法

エクセルSoft本体は、印刷する部分の右側にユーザ向けの情報と計算説明があります。レポートを受け取る側では、この部分の情報も知りたいと言う要望が出ることがあります。生のエクセルSoftを渡してしまうと、データを勝手に書き換えることができ、セキュリティの問題が発生しますので、読み取り専用のEXCEL版に直して渡す方法があります。この作成方法はEXCEL-2007から使えるようになりました。それまでのセキュリティの掛け方は、パスワードを使ってシートの変更ができないようにロックする方法でした。しかし、パスワードを解読してロックを解除する海賊ソフトも出る始末ですので、再計算ができない、閲覧ソフトに変換して配布用バージョンを作成するのがよいでしょう。有料配布のエクセルSoftと平行して、読み取り専用のバージョンも準備してあります。これは、教育目的の利用を考えて、フリーソフトウェアとしました。

### 4.3 鉄筋コンクリート床版の計算

#### 4.3.1 スラブの力学モデルは二方向版であること

シート番号-2 (例ではS31-2) は、鉄筋コンクリート床版の計算です。理論的な力学モデルは、弾性的な矩形の等方性板が、縦桁と横桁で支持された版 (スラブ) です。通常、横桁間隔は縦桁間隔よりも広いので、計算上はスパン方向に対して幅方向は十分に広い版として扱います。自動車輪荷重の載荷は、スラブに縦横2方向に曲げモーメントが作用しますが、大部分の荷重は縦桁間隔をスパンとする桁作用で受け持ちます。自動車の輪荷重の接地幅と接地長が狭ければ、局部的に大きな曲げ応力になります。舗装厚による実質的な接地領域の広がりを考えることと、二次元的に幅方向にも荷重の分配効果が起こりますので、これらのことを総合的に考えて、設計計算は、単位幅 (1 m) の矩形断面の鉄筋コンクリート桁に作用する曲げモーメントの実用式を、示方書が提案するようになりました。輪荷重は、接地幅と接地長とが同じではありません。曲げモーメントの提案式は、この矩形梁の主鉄筋方向が、自動車の進行方向と直角である場合と平行である場合とを区別して提案しています。主鉄筋と直交する方向には分配鉄筋が必要ですが、これは二方向版とした曲げモーメントを考えます。

### 4.3.2 スラブの計算式の力学モデル

昭和31年の示方書で示されている実用式で検討されたモデルを図4.2に示します。図示されている $\mu$ と $\nu$ の数値を変化させて計算し、図4.3に示す結果が得られています。

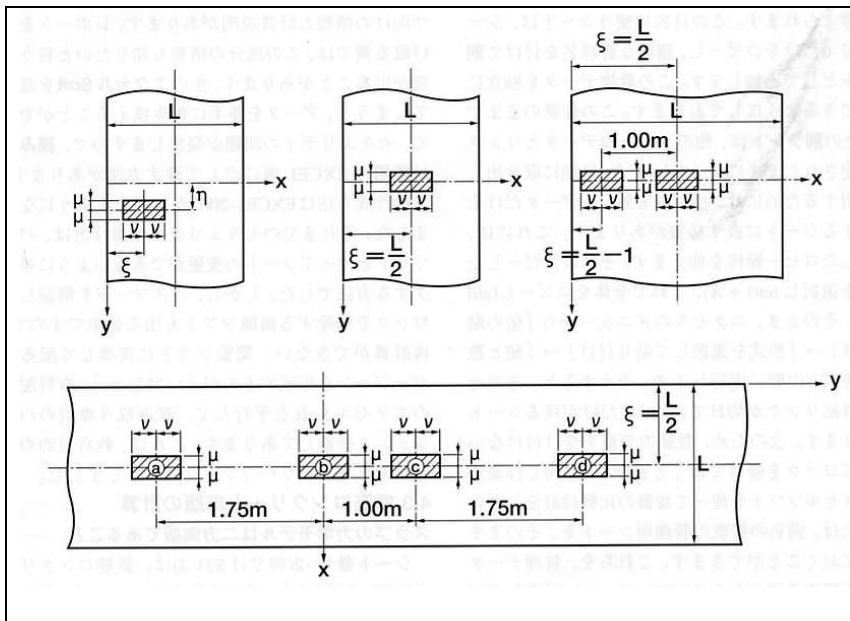


図4.2 実用式に用いられたタイヤ接地モデル

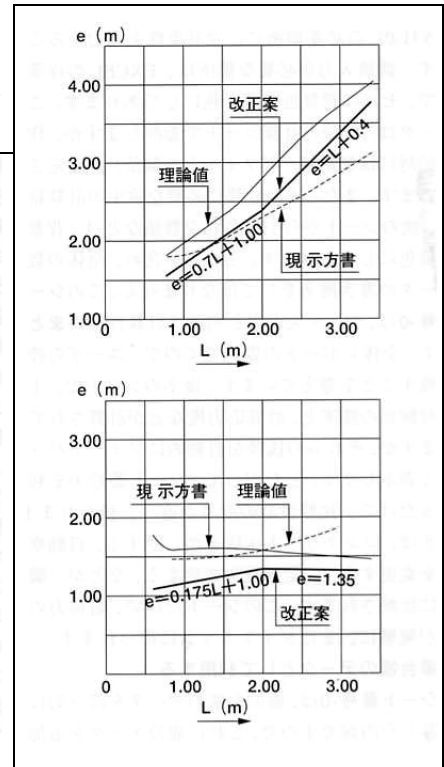


図4.3 理論値と実用式

### 4.3.3 最小スラブ厚の制限が変化してきたこと

道路橋の床版は、耐久性の見地から、鉄筋コンクリートスラブで施工するのが標準です。床版は、トラックのタイヤを介して局部的に大きな荷重を受け、衝撃のような動的な影響を直接受けますので、他の部材に較べて早く傷みます。スラブ厚が薄く、大きな集中荷重が狭い範囲に集中すると、スラブの押し抜き剪断が起こりますので、分布幅が広くなるように舗装を設けます。以前、東京の首都高速道路で、約20cm角のスラブが陥没しているのが散見されました。原因は、ダンプカーの後輪がパンクして、タイヤ交換をするとき、支圧面積の小さなジャッキを使って重い車体を持ち上げたことによるものでした。鉄筋コンクリートのスラブは重量が嵩みますので、主構造の方を経済的に設計したいとして、設計者はなるべくスラブ厚を抑える工夫をしました。コンクリートと鉄筋の許容応力度が高くなかった時代のスラブは、そこそこの厚みがありました。スラブの断面設計に曲げモーメントを主体にして計算するときは、コンクリートと鉄筋の許容応力を高くすれば薄いスラブ厚でも理論上は持ちます。最小スラブ厚の規定は、S31では11cmで妥協が図られました。しかし、その結果、撓みも大きくなり、疲労の影響も顕著になり、上で解説したような押し抜き剪断も現実にかかるようになりましたので、H14ではスラブの最小厚が16cmに引き上げられました。

### 4.3.4 複鉄筋矩形断面の計算法を用いること

鉄筋コンクリート床版の計算は、設計モーメント・断面寸法を与えて鉄筋とコンクリートの応力度を求め、別に定めた許容応力度と比較するようにまとめます。設計モーメントと許容応力度から断面寸法を提案する過程を省きますので、新しく設計を始めるときは、断面寸法を変えた幾つもの比較計算をしなければなりません。つまり試行錯誤です。理論的な方法で最適断面を求める方法もあります。しかし、理論値に合わせるような断面寸法を採用するのではなく、実情に合うように断面寸法を決定し直し、それを使って応力度を検証します。実情に合わせる断面寸法とは、スラブ厚と鉄筋かぶり厚をcm単位に丸めること、引張側鉄筋径を決め、鉄筋間隔が広くなり過ぎないように単位幅(1m)当たりの本数を決めること、圧縮側鉄筋は、引張側鉄筋と同じ径にして本数を間引くこと、などです。再現設計では、圧縮側鉄筋を引張側鉄筋量の1/2に仮定してあります。応力度の計算は、公式化した複鉄筋矩形梁の計算式を使います。この式は、鉄筋コンクリート工学の参考書には必ず紹介されていますが、式の要点をシート番号-2に再録してあります。

#### 4.3.5 実際のコンクリートは引張強度もあること

小さな石橋は、寺社の庭園などで普通に見られます。コンクリートは人工の石材ですので、同じように小橋としても使うことができます。しかし、石橋の類は、もし亀裂が入ると瞬間的に破断するような物騒なところがあります。コンクリート桁に入れる鉄筋は、コンクリートに亀裂が入ると効き始め、亀裂が連鎖的に広がることを防ぎます。つまり、鉄筋コンクリート桁は、鉄筋が無くても亀裂が入らない断面寸法を持っています。鉄筋コンクリートの設計計算の仮定は、コンクリートの引張強度を無視します。この計算法は、多くのコンクリート桁の破壊試験を踏まえて、巧みに構成し直した線形計算式ですが、極限設計の実用式になっています。許容応力を低く抑えた通常的设计荷重の範囲では亀裂が発生しないことと、破壊荷重は安全率3が確保されています。したがって、引張側断面に亀裂が目立つようであれば、これは欠陥設計か欠陥施工の疑いがあることになります。鉄筋は、コンクリートに亀裂が発生してから効き始める部材です。再現設計の結果を判定するときは、応力度の値そのものを見る必要があります。鉄筋の応力度が大きいときは、コンクリートの引張応力度も大きくなっていることを表します。

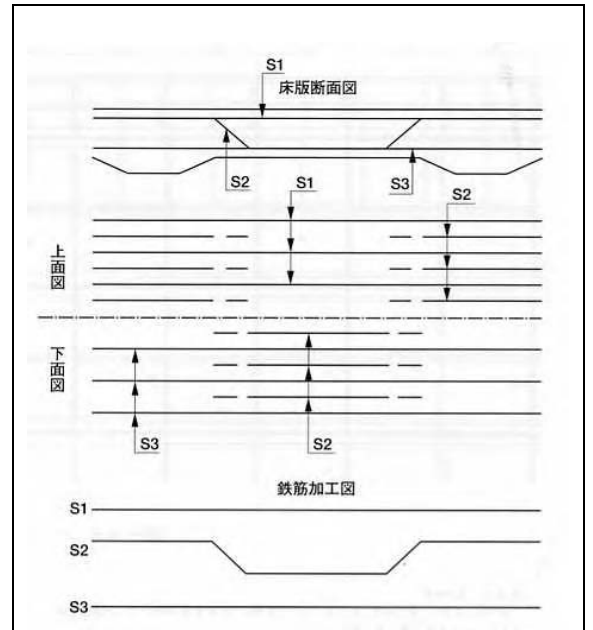


図 4.4 RC床版の鉄筋配置図

#### 4.3.6 膜作用で持たせる床構造もある

古い橋梁を調査するとき、薄板のバックプレート（凹板）（図 4.5）で床下面を構成し、その上に砂利や砂を詰め、路面を舗装材で仕上げている構造もあることを知っておく必要があります。砂や砂利は曲げ剛性が有りません。しかし、或る程度の厚みがあると荷重を分散して下の薄い鉄板に水圧状に分布した荷重として伝え、薄い凹形の鉄板でも膜状の引張り応力度で持たせることができます。この構造は、補修作業が必要になる路面電車の軌道部分に使われていました。ただし、床部分の重量が大きくなる欠点があります。バックプレートは四辺をピン支持として計算されています。図 4.6 は隅田川の駒形橋の計算例を示したものです。

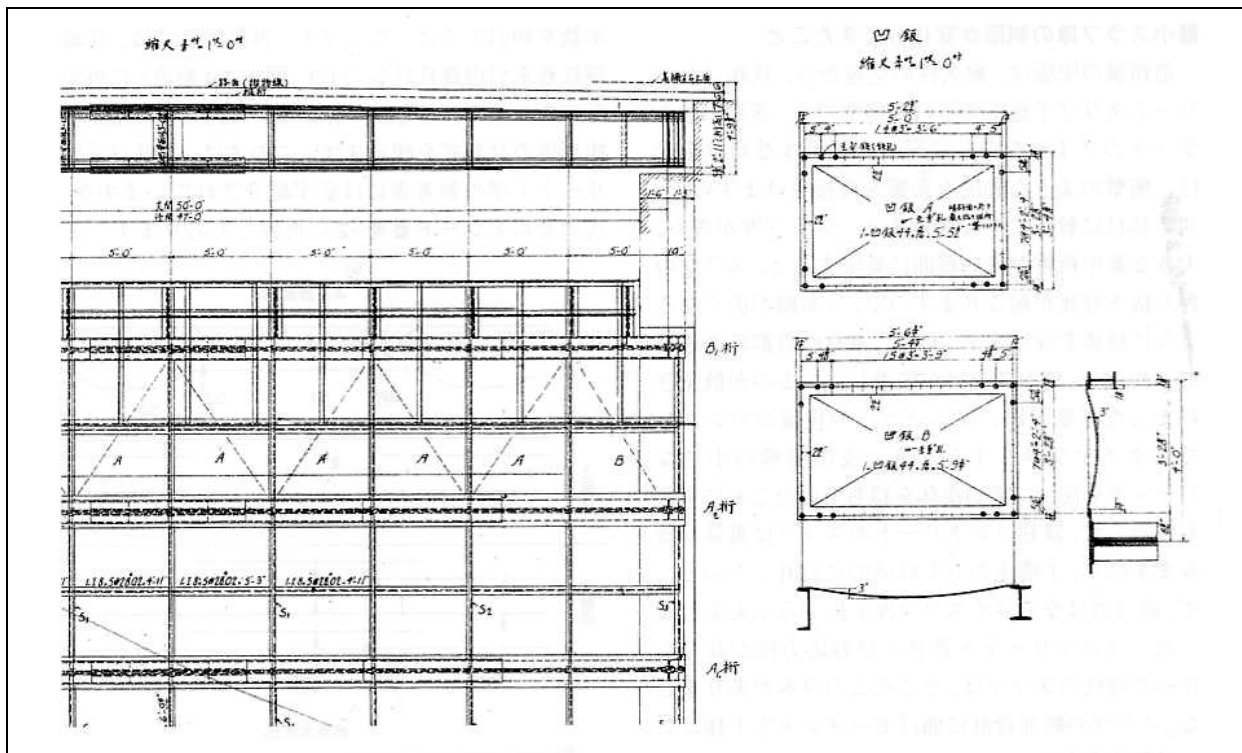


図 4.5 バックプレートの例



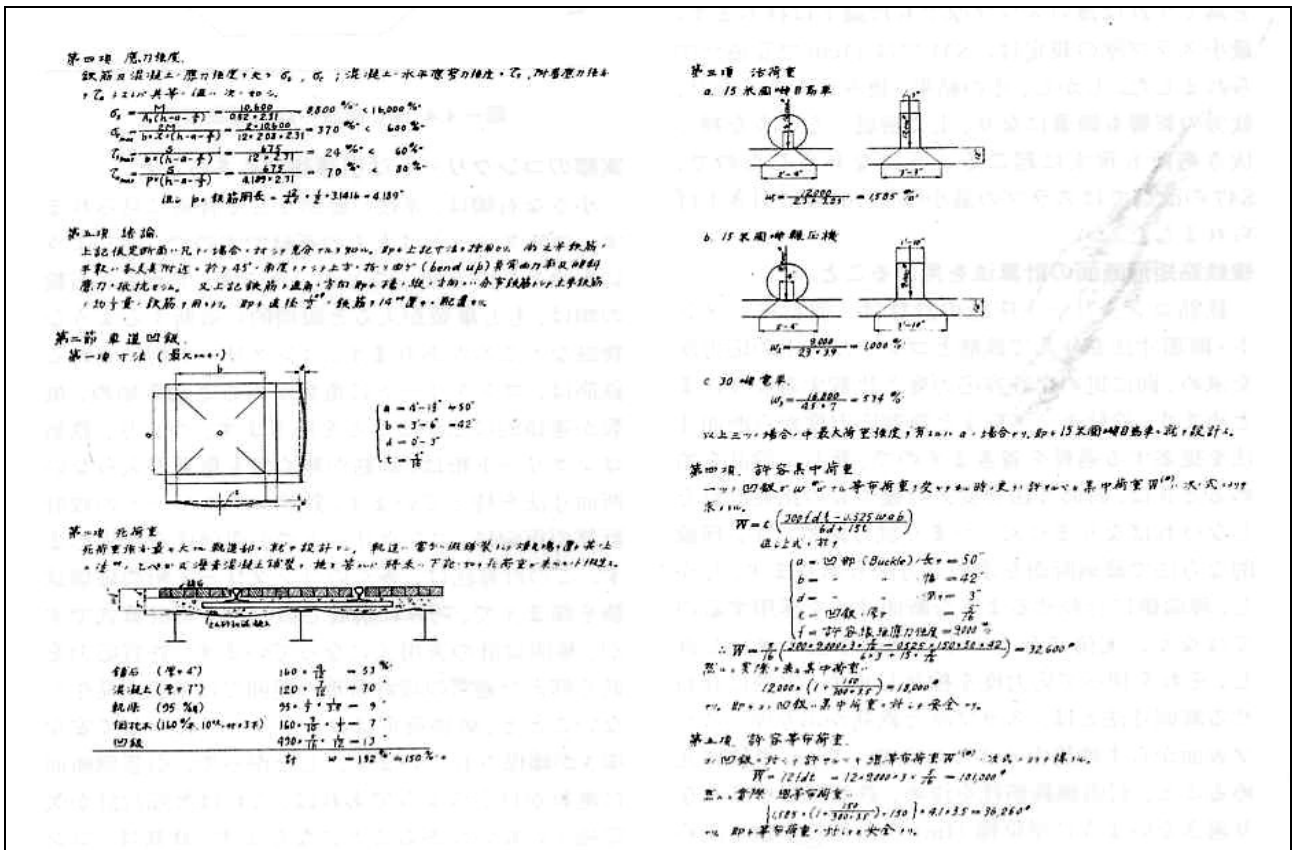


図 4.6 バックルプレートの計算例 (駒形橋)

## 4.4 縦桁の計算

### 4.4.1 縦桁は小支間桁橋の主桁の性格を持つ

シート番号-3(例ではS31-3)は、縦桁の計算です。縦桁は、トラスの横桁位置を支点とするような、小支間の桁橋の性格を持っています。縦桁間隔は、鉄筋コンクリート床版の支間になり、2 m前後です。輪荷重が外側縦桁位置から大きく超えて載荷しないように床構造の縦桁断面配置が決められます。縦桁の支間は、横桁間隔(トラスのパネル間隔)の単純支持桁として計算するのが普通です。縦桁は鉄筋コンクリートのスラブを支えますが、合成桁として扱うことはありません。また、鉄筋コンクリート床版は、橋の支間方向に連続させて施工しますので、縦桁は横桁位置を支点とする多径間連続梁の性格があり、また、振動測定でもその性質が観察されます。しかし、縦桁全体を連続梁として扱うためには、少なくとも縦桁のフランジを連続させなければなりませんので、横桁との添接の構造が面倒になることを避けます。したがって、設計計算では、安全側に計算値が得られるような力学モデルを考えます。並列縦桁に対して、鉄筋コンクリート床版は自動車輪荷重の横分配の作用も考えられますが、最も単純な(1,0)分配で済ませます。縦桁は、小橋梁の主桁の性格がありますので、応力に検証と同時に、撓みが許容範囲にあることを確認します。自動車の輪荷重を1:0分配しますと、内側の縦桁の負担が大きくなることから、内側の縦桁については緩和措置が考えられています。H14ではこの規定がないために、内側の縦桁の応力度はほとんどが許容値を超えることとなります。縦桁を連続桁として考える規定はS31ではありません。S39より登場した考えですが、当時は技術基準の先取りがよく行われていました。現場調査では、縦桁が単純か連続かを確認する必要があります。ExcelSoftでは「構造係数」を入力するようにしています。

### 4.4.2 縦桁の上フランジ幅は先に決めること

縦桁の上フランジは、鉄筋コンクリートスラブを支える個所です。その幅は、橋方向に一定に保ち、簡単なズレ止め鉄筋を溶接します。上フランジ幅は、幅員張出し部分の鉄筋コンクリートスラブの支間を決めるときに使用しますので、デフォルト値の扱いをします。鉄筋コンクリート床版は、縦桁の箇所であるハンチ高さを持たせます。張出し部分の鉄筋コンクリートは、スラブの標準厚にこのハンチ高さを加えますので、床組み全体の断面設計では入力条件として重要な数値です。

## 4.5 横桁の計算

### 4.5.1 横桁の計算上の支間

シート番号-4(例ではS31-4)は、横桁の計算です。トラス橋の横桁は、主構のパネル個所のガセットプレートにリベットまたはボルトで、横桁のウェブを添接します。フランジは添接しませんので、力学モデルはガセットプレート間の単純梁です。しかし、エクセルSoftの再現計算では主トラス面の心間隔を使います。これは、横桁の理論上の支間がトラス弦材の幅だけ長くなりますので、神経質に経済設計を考えるとかなり重要な判断になります。しかし、再現設計の場合には、やや大らかに考えることができます。

### 4.5.2 横桁はトラス断面の形状を保持する役目があること

横桁は、縦桁から伝えられる荷重をトラスの格点に伝える目的があります。下路トラス（スルートラス）では通路を対傾構で塞ぐような構造ができませんので、横桁は或る程度剛性を持たせてガセットプレートに剛結合させ、トラス面の横方向の倒れ変形を抑えます。ポニートラスは、上横構が無い構造ですので、横桁の剛性は特に重要です。再現設計では、横桁の曲げ応力度を検証しますが、実務的には剪断応力、特にガセットプレートとの添接に注意を払う必要があります。また、曲げ変形による撓みが大きくないことを検証する必要があります。

## 4.6 トラスの計算

### 4.6.1 構造力学的な説明は前章で扱ったこと

シート番号-5(例ではS31-5)が、トラス橋の計算の主要な部分であって、レポートとしてのページ数も全体ページの約半分を占めます。トラス計算の理論部分の解説は、説明のつながりとしては逆になっていて、前章までに済ませました。トラス弦材の断面構成は、実際の既設橋梁の寸法を正確に再現したものではないことを理解しておきます。計算書をまとめるときは、形式的にもごまかしのない筋書きが必要です。再現設計の計算書を見るときは、弦材の断面積が主要なキーであって、その断面積に近くなるように、断面構成に使う鋼板厚と幅とが選択されたと解釈します。弦材の断面積は、橋の鋼重を積算するときのキー数値でもあるからです。

### 4.6.2 溶接橋ではハイブリッド構造もあること

既設橋梁の再現設計をするとき、部材の実寸法を使って計算すると、仮定した許容応力度を超える結果が得られることがあります。この場合には、一段上の鋼材が使われていることが判ります。強度の異なる材料を組み合わせる構造をハイブリッド（雑種、混血などの意）と言います。鋼構造のハイブリッドは外見的に鋼種を区別できませんので、再現計算をしてみて、材料の使い方が判ります。溶接橋であっても、継ぎ手の個所は添接板を介してリベットかボルトで接続します。その個所は、製作・輸送・架設の全体を考えて決める事項ですので、再現設計では扱いません。実橋の引張材の断面設計をするときは、ボルト穴またはリベット穴の面積を控除して応力度の計算をします。その個所は、応力度に余裕がある断面は全強の75%が一つの目安です。応力に余裕が無い場合には、その個所だけ使用板厚を大きくして断面積に余裕を持たせて製作しています。

### 4.6.3 上下弦材・斜材（腹材）に断面構成があること

トラスの上下弦材や斜材（腹材）は、それぞれが独立したのではなく、組合せに関連があります。上下弦材と斜材の連結はガセットで行いますが、ガセットは上下弦材の腹板を延ばして斜材と連結させます。連結要領は図4.7に示すように、架設を考えて斜材をガセットの中側に挿入します。ガセットの内側寸法と斜材の幅に遊びがないと、架設ができないために遊びを設けますが、エクセルSoftでは2mmの遊びとしています。

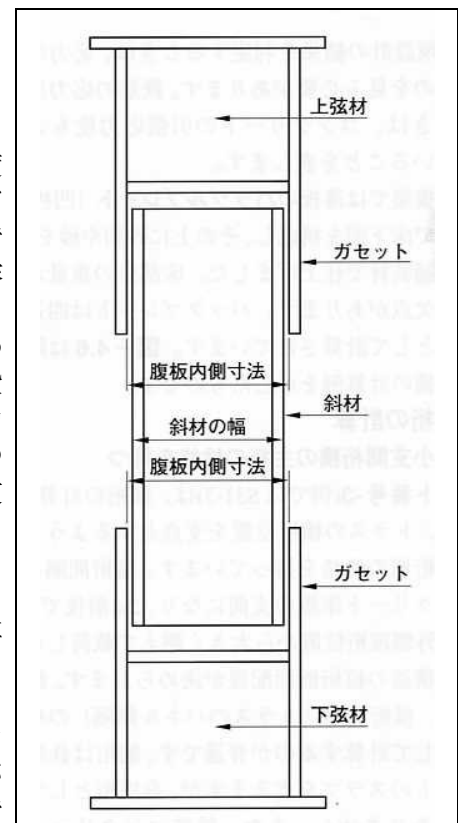


図 4.7 ガセットの寸法構成

#### 4.6.4 リベット橋は最小最大の断面構成があること

山形鋼や溝形鋼などと共に全断面をリベットで綴じ合わせて構成するリベット橋は、現在では設計・架設されることはありませんが、かなりの数のリベット橋が現在でも引き続き利用されています。この種の橋梁の耐荷力を検証するためには、リベット橋の設計方法の理解が必要です。トラス橋としての構造計算は、溶接橋もリベット橋も差はありません。溶接橋では、応力の大小に対応させる一つの方法は、同じ断面を使っても鋼種を変えることで対応できます。これに対して、リベット橋では、部材断面構成のところで、リベット橋固有の工夫が必要です。それは、部材応力が大きくなる個所で、断面を増やすことができるように最小断面構成を考えることです。大支間のリベット橋では、厚み方向の板材を2枚以上追加する場合があります。正直に考えると、部材の継ぎ手の個所は、添接材と合わせると2倍の断面構成になります。これを増やさないようにするため、間接添接を組み合わせるなどの工夫がされます。

### 4.7 横構などの計算

#### 4.7.1 立体トラスに組み上げると箱構造モデルであること

橋梁は、横から見たときの平面図形的な構造が重要ですが、平らな路面を確保するため、幅が必要で、全体としての高さ（厚み）を持った立体的な構成になります。トラス橋は、骨組みで立体的な構造に構成します。解析が便利になるように、幾つかのトラス面を組み合わせますが、考え方としてはダンボール紙を使って紙細工的に立体形状を構成することを想像すると良いでしょう。トラス橋は、パイプ状に通路の空間を構成しますので、左右の主トラス面の上下にもトラス面を考えます。スルートラスでは、床構造が下面形状を確保できますが、下弦材と共に考えたダブルワーレン状に組んだラテラル（下横構：lower lateral）で確実に水平力を受け持つように設計します。上横構（upper lateral）も左右上弦材を繋ぐ垂直材と共にトラス状に組みます。曲弦ワーレントラスではこのトラス面は折れ板状になりますが、計算上はこれを平らに展開して考え、剪断力だけを伝えるとして計算します。この剪断力は、トラスの端斜材を介して、支点到力を伝えます。スルートラスでは、通路を塞ぐような対傾構（sway）を組むことができませんので、端斜材を上面で繋ぐ橋門構（portal）を剛結合したラーメン構造にして変形を抑えます。つまり、トラス橋をマクロに見れば、紙箱状のモデルになります。

#### 4.7.2 横構は一次部材並みの重要性があること

横構は二次部材扱いをしますが、構造上は非常に重要な役目を持っています。簡単な紙箱で、蓋を取り去った状態では簡単に変形しますが、蓋をすると見違えるほど丈夫になることを実感すると思います。これは、開口部にたった一本の線材を斜めに張るだけでも済みます。トラス橋は、見かけによらず丈夫な立体構造に組み上げられていますので、仮にどれかの部材が破断しても、一挙に落橋事故に繋がる危険が少ないのです。2008年、米国で起こったゲルバートラスの落橋事故は極めて異例であって、欠陥設計の疑いがもたれるのは当然のことでした。では、既設の橋で、この立体的な安全性をどのように調査すれば判るかの研究は、未だ端緒に着いたばかりであって、これから種々のデータを蓄積しなければなりません。トラス橋全体の立体的な丈夫さは、トラス橋をマクロに見た箱構造の捩れ剛性が関係しますので、その構成要素になる横構も重要になります。

#### 4.7.3 対傾構の扱いが悩ましいこと

中空のパイプ状に構成すると、捩れ剛性が大きい構造に構成することができます。このパイプ面は、マクロに見て板状になっていけば、捩れによる剪断応力を持たせることができます。捩れ剛性が有効に働くためには、断面形状がつぶれないような対策が必要です。これが対傾構を設ける目的です。最も効果的な対傾構は、竹に節があるように、格点ごとにX形に部材を組むことです。スルートラスでは通路を塞ぐ構造になりますので、橋門構をラーメン状に構成し、同時に上横構で受ける地震力と風荷重に耐えることを検証します。この際、高さが高く、相対的に左右トラス面間隔が狭いと、トラス全体の断面が平行四辺形状に変形するか、トラス全体が横に転倒するか、横倒れ座屈する、などの危険に対する配慮が必要になります。既設のトラス橋を現場で検分するときは、横構・対傾構の構成方法に注意します。横構・対傾構共に、計算上の応力は大きくなりませんので、中小トラス橋では山形鋼などを使うのが一般的です。応力大小よりも、細長比の最大制限の方で部材断面寸法が決定されます。

#### 4.7.4 全体重量の検証をする

そもそも設計計算の目的は、使用材料の寸法と重量を求めることです。全体の重量は、詳細な製作図を描いてから材料表を作成し、それから重量を積算します。この重量は死荷重として計算に必要ですが、計画設計の段階では判りませんので、経験則を使って見積もります。しかし、応力計算を元に所要断面寸法が計算できれば、それを参考にして、比較の実情に合った重量が得られます。かなり大雑把な仮定ですが、再現設計は、重量計算で締めくくります。エクセル Soft は仮定鋼重の右欄外に床組みと全橋の概算鋼重が示されています。リベット橋には多くの間接添接材・ブレーシング及びリベット頭が用いられています。この重量を予測するためには、過去の実績を基にする以外には方法がありません。田中豊等が T15 で設計された橋梁の実績（二等橋・三等橋）をもとに提案している式は次の通りです。

下路平行弦トラス 全橋	$W = 5.48L + 73.5 \text{ (kgf/m}^2)$	$L = 20 \sim 50\text{m}$
主トラスのみ	$W = 3.73L + 28.7 \text{ (kgf/m}^2)$	
下路曲弦トラス 全橋	$W = 4.08L + 153.9 \text{ (kgf/m}^2)$	$L = 35 \sim 90\text{m}$
主トラスのみ	$W = 3.01L + 63.7 \text{ (kgf/m}^2)$	

T15 の自動車荷重は、一等橋(12tf)、二等橋(8tf)、三等橋(6tf)及び群集荷重  $0.500\text{tf/m}^2$  ですが、全体の応力は 70%程度が死荷重で、さほど大きな差はないものと言えます。

## 5. プレートガーダーの構造

### 5.1 考え方の経緯

#### 5.1.1 プレートガーダーもトラスの一種と見ること

この章から、道路橋で多く採用されている単純上路プレートガーダー橋の再現設計を解説します。トラス橋の場合と同じように、プレートガーダー橋も、鉄道橋としての利用から多くの技術的な知見を積み重ねてきた経緯があります。プレートガーダー単独の断面は、薄く、背の高い腹板（ウェブ）の上下をフランジ（突縁）で補強し、全体としてI断面に構成して曲げモーメントに抵抗するように設計します。この桁断面を製作し、これを立てて使い、その上に蒸気機関車の動輪のような大きな荷重を載せませす。想像すれば分ると思いますが、この華奢なウェブを単独で使えば、簡単に潰れてしまうでしょう。実は、プレートガーダー橋は、平行弦上路トラス橋の構造を踏まえて全体が構成されています。上下のフランジがトラスの上下弦材に相当し、斜材に相当するのがウェブになり、適度な間隔で垂直材の役目をする垂直補剛材を配置します。ラティストラスは斜材を重複して使った構造です（図 5.1）。同じアイデアがラティスガーダーです。この形状がレース網状になっているのでウェブ（網目構造の意）と呼ばれ、それを板材で置き換えたことで、ウェブプレート、詰めて単にウェブ、の用語が使われるようになったと想像しています。立体的な構成は、左右の桁の上下フランジ間を適度な間隔で結ぶ、上下面の横構と対傾構を設けます（図 5.2）。



図 5.1 ラティストラス、James Mann 橋、イギリス（鳥居邦夫氏提供）

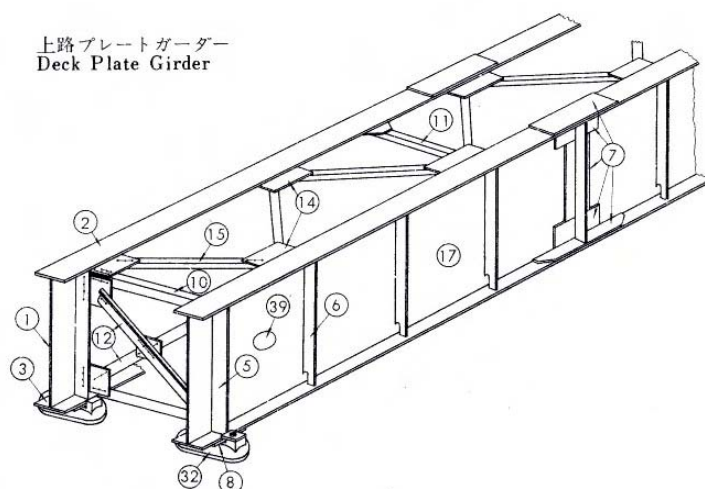


図 5.2 鉄道橋で使う上路プレートガーダーの構成図  
（鋼橋設計資料、橋梁研究会、昭和 31 年、技法堂）

### 5.1.2 上フランジは荷重の直接載荷に注意していること

鉄道橋に使う上路プレートガーダーでは、列車の輪荷重は、レールと枕木とを介して分散させて上フランジに載ります。この個所は、トラス上弦材としての圧縮力が作用すると同時に、荷重が集中して局部的に曲げや剪断を受けます。機関車の重い動輪荷重は、レールを介するとは言え、局部的にはフランジ直上に載りますので、最悪の場合、フランジ・ウェブ部分のリベットや溶接を各個撃破的に破壊してしまいます。したがって、断面の設計では、板厚と板幅を決める段階のときに、全体構成とのバランスを注意深く検討します。単線の小支間鉄道橋であれば、レール軌間1067mm (3 フィート 6 インチ) を生で支えるように、左右の桁間隔を軌間より僅かに広くするのが合理的です。しかし、桁間隔が狭いと、偏心載荷による振れ変形に不安がありますので、あまり大きな支間には向きません。J I S規格の I 桁をそのまま使う場合は、支間が 5 m 前後の単純橋が施工できます。トラスの鉄道橋は、パネル間隔が 8 m 前後になりますので、パネル間の縦桁が必要です。これが小支間のプレートガーダーの性格を持ちます。その程度の支間では、左右の桁間隔として 1.7m が取られています。鉄道橋は荷重体系が大きいので、より大きな支間をプレートガーダー形式で渡るには、桁高を大きくし、左右の桁間隔も相対的に広げなければなりません。支間を大きくするには、ウェブ高さが高く取れる幅広の一枚物の圧延鋼板が必要です。その最大板幅は、約 1.8m (6 フィート) 以下が普通ですので、20m 前後までの支間のプレートガーダーが多く架設されています。

### 5.1.3 輸送と架設も考えられたこと

鉄道橋に使う小支間のプレートガーダーは、工場ではほぼ完成状態で製作し、それを台車に載せて列車輸送し、現地でそのまま手延べ式架設をしながら軌道を伸ばす方法が取られます。J R の客車は、標準長さ 20m、幅 3m 弱ですので、この平面寸法と積載高さ約 4m に入る桁寸法が経済的な輸送単位です。これ以上の桁寸法であると、幾つかの部材に分けて輸送し、現地で組み立ててから架設する手間がかかります。このことを頭に入れておきます。そうして、プレートガーダー鉄道橋が架かっている現地で、列車が橋上を走行しているのを見るか、写真で観察すると、橋の長さの見当がつかます。溶接構造が利用できるようになって、桁高を高くした支間 30m (100 フィート) を超えるプレートガーダーも製作できるようになりました。ただし左右の桁間隔も相対的に広くしますので、かなり剛性のある横桁が必要になり、また、レールを支える個所の縦桁が余分に必要です。桁高が高くなると、上路形式では軌道面から下の桁下空間を圧迫しますので、橋断面形状を凹形にしたスルー (下路) 形式も採用されます (図 5.3)。鉄道橋は道路と違い、人が安全に通行する床版などを特に設けず、いわば隙間だらけの構造 (開床構造) です。往時の鉄道客車の便所は垂れ流し方式でした。都市部では、特に垂れ流しは困りますので、橋梁部は鉄筋コンクリートの床版を載せ、砂利を敷く路床も施工されます (閉床構造)。当然のことながら、自重も増えます。

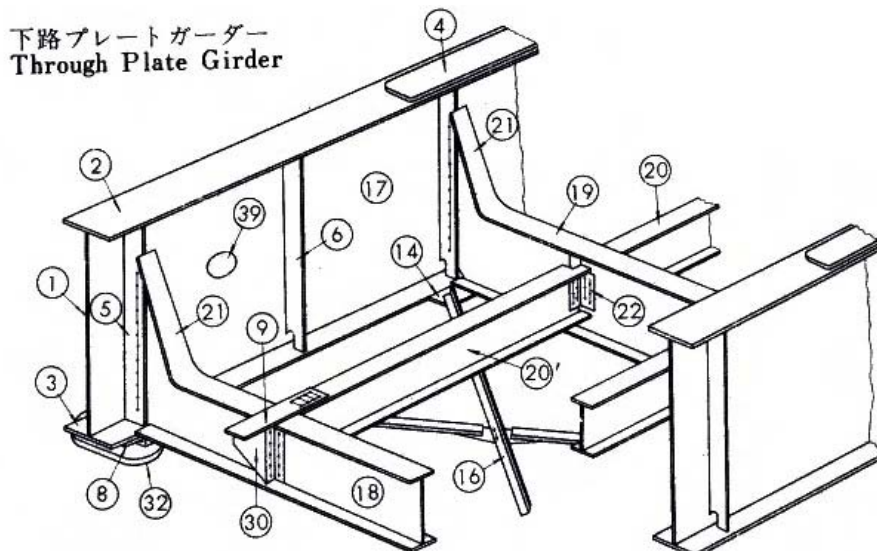


図 5.3 鉄道橋で使う下路プレートガーダーの構成図  
(鋼橋設計資料、橋梁研究会、昭和 31 年、技法堂)

#### 5.1.4 道路橋は鉄道橋よりも幅員が広いこと

道路橋は、鉄道橋に較べれば幅員が広くなることと、床部分の鉄筋コンクリートの重量も大きいので、20m前後の支間であっても、3主桁以上を並列した上路プレートガーダーが多く架設されています。幅員が狭い道路橋で長い支間を伸ばすことは、偏心载荷に関して漠然とした不安があります。このことは橋全体の捩れ剛性と関係するのですが、力学的に明確に意識されるようになったのは、戦後、ドイツ橋梁技術に学んだ箱桁構造の採用からです。橋桁を、人が内側を通れるほどの大断面の閉じた箱型に構成することは、設計・製作・輸送・架設の全体技術に関して、考え方に革命的な変換が必要でした。しかし、この構造が採用される橋は、橋梁の全体需要から見れば少数です。道路橋では、部材の道路輸送に多くの制限がありますので、架設現場で組み立てる作業を考えて設計しなければなりません。以前は、その組み立てをリベット打ちで行っていましたが、現在はボルト締めに移行しました。溶接構造が採用されるようになって、適用支間が40mを超えるようにもなりました。しかし、現場では信頼性のある溶接作業に不安がありますので、溶接橋であっても、ボルト接合を採用するのが普通です。リベット接合は、ほぼ成熟した設計・施工技術に育っていったので、それがボルト接合に応用されています。ただし、エクセルSoftでは、継ぎ手部分の計算を意図的に省いてあります。したがって、設計法の勉強では、リベット接合について、一通りの知識を埋めておくことが望まれます。

### 5.2 細部設計上の課題

#### 5.2.1 薄板を組み合わせたときの種々のアイディアがあること

プレートガーダーの設計は、薄板（と言っても8mm厚以上）を組み立てて立体構造に構成するため、種々の工夫があります。山形鋼や溝型鋼を使う場合であっても、考え方は薄板扱いです。薄板単体は頼りない部材ですので、縦横に組み合わせて相互に補強し合うように構成します。組み立て単位の矩形断面の板は、板厚に較べてあまり板幅が広くなならない寸法にします。山形鋼の幅、溝形鋼の歯の部分、I形鋼、H形鋼のフランジ部分の張り出し幅は、板厚の12倍前後になっています。I形鋼とH形鋼のウェブ部分は、両端で拘束された板ですので、板厚の30~60倍の板幅になっています。倍率の違いは、その部材を曲げ材で使うか、圧縮柱として使うかの用途にあって、板厚決定の理論的な根拠は板の局部座屈変形を起こさないことです。プレートガーダーは、板断面選択のバランスを考えて全体構造を構成します。細部構造とは、板厚・板幅・リベットまたはボルト継ぎ手の詳細・補剛材の寸法と配置、などです。これらは、設計断面の提案を元に製作図を作成するときに、具体的な形状・寸法を決めます。多くの場合、製作時の経験を踏まえたデータを使いますので、公文書的にまとめる設計計算書では、0から理論と計算手順を説明することを省きます。例えば、座屈を考えて板厚と板幅とを決める過程の説明を省きます。その結果が座屈に対して安全であることの計算は、必要に応じて説明を加えます。特に、上フランジは、圧縮材として横方向に倒れる座屈の安全を検証します。

#### 5.2.2 プレートガーダーの腹板は周囲を補強した板とする

単純橋に使うプレートガーダー単独は、支間に対して適度な桁高（ウェブ高さ寸法）が必要です。これは撓みの制限と関連を持ちます。経験的には、支間の1/15前後です。鉄道橋の方が道路橋よりも撓みの制限が厳しいので、相対的に桁高を高く取ります。ウェブは、桁高を確保する部材であって、主に剪断応力の伝達機能を持ちます。ウェブは、曲げ部材としては能率が悪い部材ですので、鋼重を減らすためになるべく薄い板を使います。板単独は頼りないので、部材に組み上げるときは、フランジを含め、周辺を剛な部材で囲みます。部分的には、座屈を抑える目的から、適度に**補剛材**を使います。ウェブで特に重要な部材は端の**垂直補剛材**であって、桁端での腹板の剪断力を支点に伝える柱の役目を持ちます。JISに規格化されたI形鋼やH形鋼を使う場合など、桁高が大きくなくて、中間に垂直補剛材を使うまでもない場合であっても、端の垂直補剛材を省くことはしません。板厚に較べて相対的に高さが高いウェブは、座屈変形を抑えるために補剛材で補強します。垂直補剛材の主な目的は、腹板の剪断座屈の補強です。トラスモデルとして見れば垂直材の性格もありますので、垂直補剛材の間隔は、トラスモデルのパネル間隔に相当し、桁高よりも広くしません。ウェブを波型に加工することは、垂直補剛材を省いて平面的な板の剪断座屈を防ぐためのアイディアです。高さの高いウェブは、**水平補剛材**も入れます。この部材は、上フランジ寄りの圧縮側にあるウェブの座屈変形を抑えることが目的です。桁の長手方向には垂直補剛材の個所で連続性が途切れますので、主断面の有効断面には含めません。

### 5.2.3 有効幅の問題

I形断面を曲げ部材として使うときは、普通はフランジ全断面が有効に作用すると仮定します。しかし、ウェブ高さに較べて相対的にフランジ幅を広くした断面は、曲げモーメントに対してフランジ全体が均一の圧縮または引張応力にはならないだろう、と漠然と想像します。この問題を理論的に扱う力学モデルは、薄板の面外への変形ではなく、面内での応力と変形を扱う二次元弾性体です。細長い部材の応力解析では、平面保持の仮定が実用的に使われますが、有効幅を定める力学モデルは、平面保持からのズレを考えます。この現象は、板面内の剪断応力が関係します。理論的に扱うときは、シアラグ(shear lag)と呼ばれています。実践的な数値計算に应用するときは、剪断流理論が使われます。実用的な設計法に应用するときに、有効幅の形に消化して扱います。有効幅は、合成桁の設計計算のとき、鉄筋コンクリートのスラブ幅を鋼桁と一体化して曲げ部材に換算するときになりました。あまり難しく考えない実用的な解決法は、スラブ厚、もしくは板厚の12倍の張り出し幅を有効幅とします。鉄筋コンクリートT桁の計算の場合にも、張り出し部分の有効幅をスラブ厚の12倍までを断面算定の範囲とします。この12倍前後の数値は、二つ上の段落でも紹介しましたが、種々の細部設計の寸法提案に現れます。桁端の垂直補剛材は、圧縮を受ける柱としての計算をしますが、ウェブの板厚の25倍(≒12+12)を柱の断面に加えます。

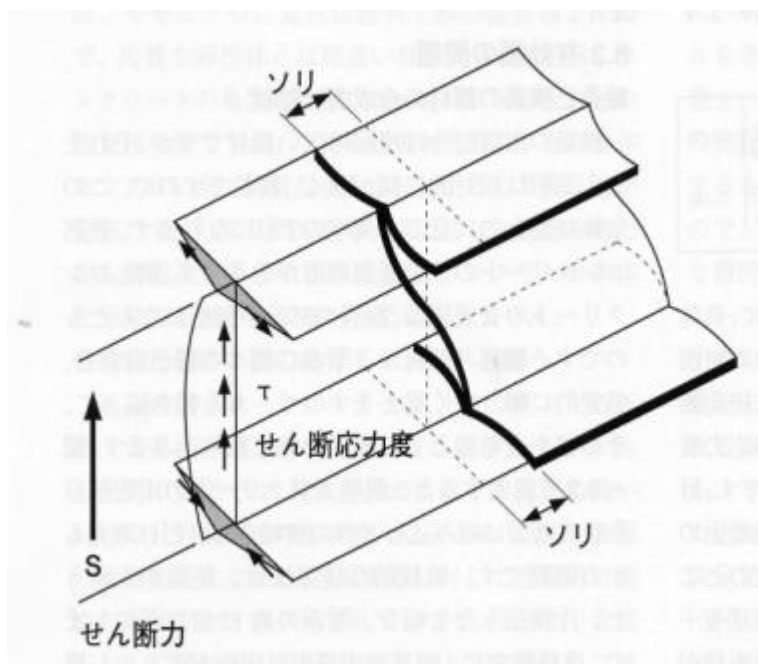


図 5.4 断面のソリは剪断応力度で生じる

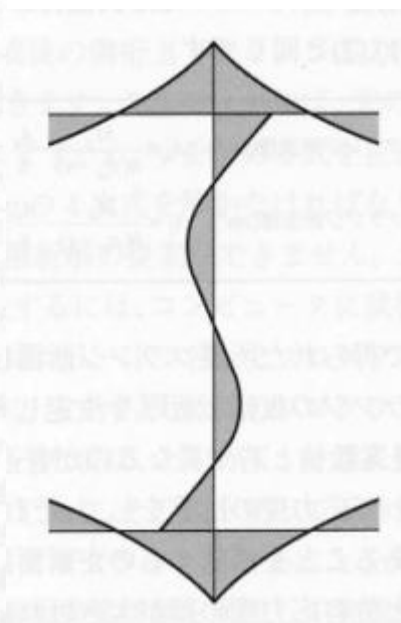


図 5.5 ソリの変化で生じる局部応力度

### 5.2.4 剪断応力度と剪断歪みは理解し難い力学量である

初学者が構造力学を勉強して構造物の設計法を理解しようとするとき、軸力・曲げモーメントは、感覚的に納得できますが、剪断力・剪断応力度・剪断歪みとなると混乱が起こります。柱や梁の応力と変形を扱うときの仮定は、最初に平面であった断面が、変形後も平面を保つ「平面保持」と、「応力度は歪みに比例する」の二つを使います。剪断応力度を考えると、平面保持の仮定は成り立ちません(図 5.4)。平面からのズレのことをソリ(反り)と言い、この大きさは剪断力に比例します。梁の長手方向に剪断力が一定であると、ソリは長手方向に一定になりますので、いわば紙のソーサー(お皿)を重ねたようになっています。しかし、横桁が取り付けられている個所のように、剪断力が変化する個所の前後では、左右のソリが合いませんので、その相対的は差に相当する軸方向の歪みが発生します。そして、この歪みに比例した軸応力度が発生します(図 5.5)。しかし、この応力度は全体として局部的に釣合っているので、剪断応力度が変化する個所から離れば無視できます。これをサンブナンの法則と言います。したがって、この局部応力度は、許容応力度を決めた安全率の範囲で消化できるとします。実践的な設計法では、剪断力が大きくなる個所の断面計算を有効幅の提案の形にして扱い易くしたものです。



### 5.3 主桁鋼断面の提案法

#### 5.3.1 鋼桁だけの断面提案法

橋梁の設計計算書は、主に橋梁の専門家が見る文書ですので、必要最小限の計算数値しか記述しません。上で解説した板厚・板幅の選択などは、示方書に規定している場合もありますが、理論的な背景や、理論式の誘導などについての説明は、計算書には書きません。また、管理上の図面も、一般図までであって、やや詳しい設計図は、製作や架設の現場で利用するように作成します。橋梁技術は、欧米、特に米国に多くを学びましたので、単位系にはフィート・ポンド法に原点を持つ数値が多く隠れています。その時代は、民間技術を育成する必要もありましたので、橋梁技術の殆どすべてに渡って、官・学が指導的立場にありました。しかし、学の側は、学術論文的な問題を扱うことに偏る嫌いがあり、実践的な説明を文書に残すことは多くありませんでした。橋梁の建設需要が多くなると共に、民間への技術移転(technology transfer)が進みましたが、実用文書に残して伝える方法が軽視されていました。その反動として、橋梁の管理者側である官・学の側に勉強不足と経験不足が起こり、いわゆる技術移転の空洞化が起こり始めました。また、プレートガーダーの設計法を勉強しても、それを具体的に応用する機会が少なくなったからです。しかし橋梁を管理するためには、先達が努力した設計技法の理解が必要です。これは非常に多くの項目があります。その一つが、フランジ断面積を決定する試行錯誤の過程を数式化する手法です。これは、計算書として表に現れることはありませんが、実務的な設計では、予備的な計算として使います。単純な数式であるため、取り澄ました橋梁工学の参考書に紹介される例は多くありません。

#### 5.3.2 断面提案法と応力計算法とがセットであること

曲げ部材は、曲げモーメントを受けたときの応力度を計算することで安全を確認します。したがって、その計算法は設計計算書の必須事項です。その前段階は、曲げモーメントの大きさを求めておくことと、材料の許容応力度を決めておくことです。I形鋼・H形鋼は、そのまま曲げ部材として使うことができるようにバランスの取れた板厚・板幅構成材として製鉄所で製作されています。曲げモーメント $M$ と許容応力 $\sigma$ とから所要の断面係数 $Z = M/\sigma$ が分りますので、カタログからその断面係数を満たす断面を選択すれば済みます。プレートガーダーに採用する断面は、カタログ寸法の例外になりますので、曲げモーメントと許容応力の条件と共に、ウェブ板厚と桁高を決めておいて、フランジの断面積を提案するように整理した式を使います。圧縮側と引張側とで許容応力度を変えると、上下非対称の断面を提案しなければなりません。式の形は、次のようになります(図5.6参照)。

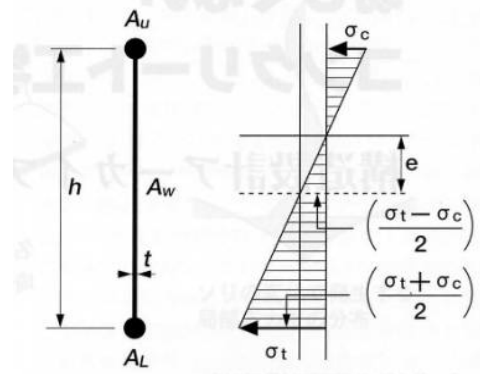


図 5.6 断面提案モデル

入力条件 (通常は、総て正の数値で表す約束です。単位系は実務の習慣で変わります)	
$M$	曲げモーメント(kgf-cm) (桁の上側が圧縮になる向きの曲げモーメントを考える)
$\sigma_t$	引張許容応力度(kgf/cm <sup>2</sup> )
$\sigma_c$	圧縮許容応力度(kgf/cm <sup>2</sup> ) (圧縮と断って正の数値を使います)
$h$	腹板の桁高(cm)
$A_w$	腹板の断面積 = $h t$ (cm <sup>2</sup> )

求める数値

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{圧縮側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \\ \text{引張側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \end{array} \right. \begin{cases} A_c = \frac{M}{h\sigma_c} - \frac{A_w(2\sigma_c - \sigma_t)}{6\sigma_c} \quad \dots(1) \\ A_t = \frac{M}{h\sigma_t} - \frac{A_w(2\sigma_t - \sigma_c)}{6\sigma_t} \quad \dots(2) \end{cases}$$

参考書、福田武雄他、「橋梁工学」、オーム社、昭和42年(1967)初版

## 5.4 合成桁の鋼断面提案法

### 5.4.1 合成桁の発想

橋の建設は、地域の生活環境としての要望もありますが、技術的には、一跨ぎでなるべく長い支間を渡したいとする希望を励みにして研究されてきました。合成桁としての設計法は、非合成の設計仮定の延長にあって、単純桁形式の適用支間を伸ばすことができます。一般的に言えば、構造解析モデルの仮定は、必ずしも実橋の力学的挙動を正確に表すとは限りません。設計法は、モデルを実情に合わせることも研究努力がされてきました。しかし、部材に作用する応力は内力ですので、これを直接測定することはできません。戦前までは、自動車荷重を載せて撓みを測定することが、橋梁の力学的性質を確認する唯一の方法でした。単純橋として設計された撓み実測値は、理論で推定した撓みの50~70%の低い値であって、実橋は、かなり大きな剛度があることが知られていました。戦後、部材の歪みをマイクロに測定する装置として、**抵抗線歪み計**が実用されるようになって、研究に大きな進展が見られました。鋼桁部の曲げ歪み分布を計測してみると、中立軸の位置が上フランジの方に上がっていることが測定され、合成作用が具体的に確認されました。次のステップは、この性質をどのように設計法に反映させるかの研究でした。この部分は、ドイツの橋梁技術の文献を模倣することから始まりました。

### 5.4.2 合成桁は不静定構造物であること

合成桁として構成された提案断面の応力を計算する方法は、式の扱いを簡単にするために、幾つかの仮定値を使わなければなりません。鋼材に較べて、コンクリートの性質には不確定な要素が多いので、実際にコンクリート部分を施工するときに、設計段階の仮定値に合うように、コンクリートの品質管理と架設の工程を制御しなければなりません。合成桁は、不静定構造物の性格があって、施工の順序次第で応力分布が変わります。この大枠的な分類が、**活荷重合成**と**死活荷重合成**の二つです。応力解析は、与えられた断面寸法の部材に対して、不静定構造物としての計算方法に焦点を置く見方をします。しかし、設計実務の要望としては、設計モーメントから断面寸法を提案する、逆向きの解析が必要です。前節の計算式と似た形で合成桁の断面提案法は、高島・佐藤の論文があって、極めて評価の高い方法です。合成桁の応力計算法の解説に先立って、断面提案法の実用式を紹介することにしました(図5.7参照)。

### 5.4.3 断面のモデル化

断面提案に使う合成桁断面の力学モデルは、図5.6の鋼桁断面の上に、鋼断面に換算した鉄筋コンクリートスラブの断面 $A_c$ が余分に追加された形で考えます。式の扱いを簡単にするため、スラブ厚を捨象します。鋼とコンクリートとの**ヤング率比** $n$ も仮定値(通常は7前後)を使います。合成断面として使う鋼断面単独は、下フランジの断面積を上フランジのそれよりも大きくしますので、中立軸の位置が下フランジに寄ります。合成断面では中立軸の位置は上フランジに寄ります。計算上の大枠的な仮定は、死荷重モーメントを、鋼桁とコンクリートスラブを合わせて計算し、これを鋼桁だけで受け持たせるとします。活荷重モーメントは、合成断面で受け持たせます。

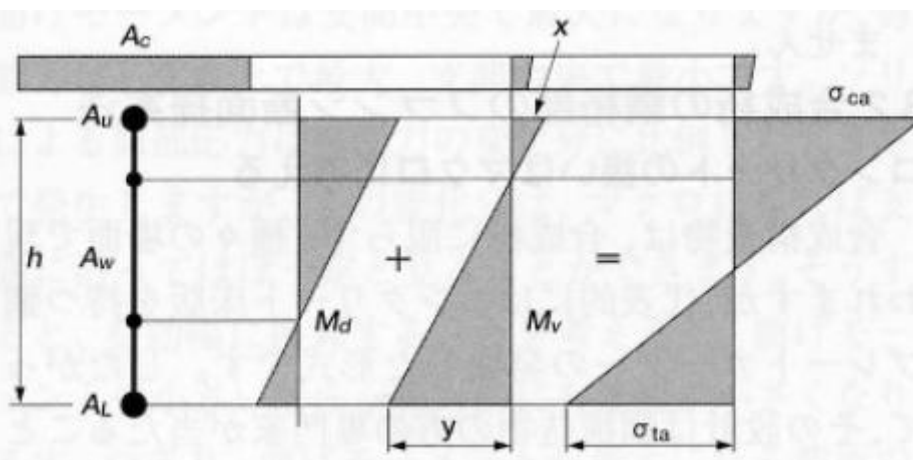


図 5.7 合成桁鋼断面提案に使う断面モデル

#### 5.4.4 合成断面の提案式

入力条件 (通常は、総て正の数値で表す約束です。単位系は実務の習慣で変わります)	
$M_d$	合成前に鋼桁に作用する曲げモーメント (kgf-cm)
$M_v$	合成後に構成断面に作用する曲げモーメント (kgf-cm)
$\sigma_{ta}$	下フランジ引張許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$\sigma_{ca}$	上フランジ圧縮許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> ) (圧縮と断って正の数値を使います)
$h$	腹板の桁高 (cm)
$d$	上フランジとコンクリート床版の重心位置間の距離 (cm)
$A_w$	腹板の断面積 = $h t$ (cm <sup>2</sup> )
$A_c$	あらかじめ、コンクリート床版の断面積を $n$ で割った値で使用 (cm <sup>2</sup> )

計算途中パラメータの計算 (島田静雄、高木録郎「新版合成桁の理論と設計」山海堂 S 63、p92)

$$K = \frac{\frac{M_v \sigma_{ta}}{h}}{\left[ \frac{M_d + M_v}{h} + \frac{A_w}{6} \sigma_{ca} + A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2 \sigma_{ta} \right]} \quad \dots(3)$$

$$L = \frac{A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2}{\left[ \frac{M_d + M_v}{h} + \frac{A_w}{6} \sigma_{ca} + A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2 \sigma_{ta} \right]} \quad \dots(4)$$

$$y = K(1 + KL) \quad \dots(5)$$

$$x = \frac{\frac{M_v}{h} - \left[ A_c \left( 1 + \frac{d}{h} \right) \frac{d}{h} - \frac{A_w}{6} \right] y}{\frac{1}{\sigma_{ca}} \left( \frac{M_d}{h} + \frac{\sigma_{ta} - y}{6} A_w \right) + A_c \left( 1 + \frac{d}{h} \right)^2} \quad \dots(6)$$

求める数値 (パラメータの表し方が少し違いますが、式(1), (2)と同じです)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{圧縮側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \quad A_u = \frac{M_d}{h(\sigma_{ca} - x)} - \frac{A_w}{6} \left( 2 - \frac{\sigma_{ta} - y}{\sigma_{ca} - x} \right) \quad \dots(7) \\ \text{引張側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \quad A_L = \frac{M_d}{h(\sigma_{ta} - y)} - \frac{A_w}{6} \left( 2 - \frac{\sigma_{ca} - x}{\sigma_{ta} - y} \right) \quad \dots(8) \end{array} \right.$$

ここで得られた所要フランジ断面積を元に、具体的にフランジの板幅と板厚を決定します。その断面積は、提案数値と若干異なるのが普通です。決定断面を使って応力度の計算をして、それが許容応力度以内であることを確認するのが断面計算法です。計算結果と許容応力度の差が大きければ、決定断面の寸法を少し変えて試行し、最初の提案計算法のところまでは戻らないのが普通です。

## 5.5 合成桁断面の応力度計算法

### 5.5.1 品質管理を踏まえることを理解する

コンクリートは、鋼材と共用して構造用材料として強度に期待して使いたいとき、理想化した弾性体モデルの仮定が必要です。実用の範囲で、応力と歪みとが比例する線形弾性体と仮定することが最も扱い易いので、マクロに扱うときは、ヤング率 $E_c$ が一定の均質な弾性材料と置いて、種々の計算に応用します。実用的な数値は、鋼材のヤング率 $E_s$ との比である無次元数のヤング係数比、 $n=E_s/E_c$ に集約します。コンクリートは人工的な石材ですので、施工前に仮定した通りに実際の材料が出来上がるか否かに、常に不安が付きまといまいます。これを合理的に解決する実践的な技術と理論の総合を品質管理と言います。品質管理の技法は、敗戦後、アメリカ風の合理的な考え方に学んで研究が進んだ分野です。日本では、良い品質とは、個人の職人技に頼るような、山勘や経験の蓄積で解決する問題と見る傾向があります。例えば、練り上げたコンクリートの軟らかさをテストするスランプ試験は、一部の学者は、科学的な根拠のない、いい加減な試験であると軽蔑的に見る傾向があります。しかし、訳の分からない性質を定量的に捉え、その性質を統計的に分析し、そこから得られた目標値に合わせるように全体手順を考え、管理にまで組み立てる発想は、日本的な風土では生まれなかったのです。品質管理を支えるのは、多くの試験や実験の積み重ねに始まります。それらを集約し、単純化して数値にして使います。

### 5.5.2 ヤング係数比の考え方

合成桁断面に作用する曲げモーメントと剪断力とから、鋼部材・コンクリート部材別に応力度を計算するときは、ヤング係数比 $n$ を使って、コンクリートの方を鋼断面に換算し、全体を鋼断面として計算をするのが実践的な方法です。鉄筋コンクリート理論では、鋼断面の方を $n$ 倍してコンクリート断面扱いをしています。合成桁の理論的モデルを考えると、図5.7に示すような単純化した断面形状を仮定し、鋼とコンクリートとを断面積と断面二次モーメントを持つ別部材にしておいて、個別に軸力と曲げモーメントとを求めてから応力度を計算する代数式を提案しました。ドイツの文献がそうなっていましたので、それを真似たのです。しかし、ハンチがあるような、少し複雑な断面の計算には向きません。コンクリートのヤング率は、材齢や応力の状況で種々の顔を持ちますので、場面に応じて $n$ の値を選択するようにして設計計算に利用します。合成桁は、一種の不静定構造物の性格がありますので、架設工法次第で応力分布が変わります。活荷重合成と死荷重合成の区別がそうです。しかし、架設工事の実際は、先に鋼桁を完成しておいて、それを足場にしてコンクリート部分を打設するのが普通です。また、死荷重合成になるように努力しても、ある年月を経ると、コンクリートの乾燥収縮やクリープが発現して、応力状態が変わります。この理論的なメカニズムは良く分かりませんが、簡単な仮定を使って計算してみると、死荷重分の大部分は鋼桁で持つことになり、結果的に活荷重合成桁と変わらないように進行します。設計計算では、途中経過を無視して、最初と最後とだけで結果を合わせるようなモデルを使います。死荷重応力のような持続的な応力が作用している場合は、ヤング率が見かけ上、低下すると捉えまます。そして、それを計算式の中で反映させたいとき、ヤング係数比を変えるだけで対応させまます。

### 5.5.3 理論式通りの計算をしなくてよいこと

合成桁の力学的性質を理解するために、力学モデルを仮定し、それから導いた数式があったとしても、その数式を設計にそのまま利用するのではなく、実践的な知恵として、扱いやすい形に直します。理論に忠実であろうとする人には気にいらなようですが、例えば、三角関数・対数関数などは、単純な一次式ないし三次式までの近似式を利用し、少し複雑であれば、分数式で表すように消化して使います。平方根の計算は、 $1/2$ 乗する指数関数ですが、利用頻度が高いので簡単な電卓でも使える普通関数になりました。しかし、手計算の時代は、平方に開く計算技術を覚えておく必要がありました。コンクリートの示方書は、学術研究を反映させて、指数関数や対数関数を使った説明が多くなりましたので、理論式を理解することが難しくなっていました。合成桁の鉄筋コンクリート床版部分は、鉄筋の断面積や配置のことを捨象して、全体をヤング係数比 $n=7$ （標準の場合）の均質なコンクリート断面として計算します。クリープの影響を考えて乾燥収縮応力や死荷重応力を計算するとき、 $n' = 2n$ 、 $n'' = 3n$ に直して応力計算に使います。また、合成断面全体について断面係数を計算して応力度を求めるのが実践的であって、理論式に合わせるように、鋼桁とコンクリート桁個別に作用する軸力 $N$ と曲げモーメント $M$ を求めて、 $\sigma = (N/A) + (M/Z)$ の形にはまともめまません。数値計算例を下に示します。これは、EXCELの表計算機能を利用して、定型的なレポート形式でまとめました。

## 6. 格子桁の分配係数の計算法

### 6.1 幅の広い道路橋

#### 6.1.1 荷重の載る位置が横にも移動すること

鉄道橋は、列車が通行する個所が、幅員方向でレール位置に固定されています。幅員も、通常、複線までです。道路橋は、道路構成の一部です。地方道では最小の2車線幅（6 m）が多く見られます。道路は、車線幅の両側に幾らかの路肩幅がありますが、橋の部分で車線幅が高欄で区切られると、橋の個所で幅員が狭められたように感じることがあります。交通量が多い道路では車線数を増やし、広い歩道も敷設しますので、幅員の広い道路橋が要請されます。大都市では、戦前までは、路面電車を道路中央に通す幅員の広い橋が架けられました。このような道路橋では、下路トラス橋のように路面上側に幅を区切るようなトラス構造を避けます。したがって、次善の構造として、支間を広く取りたいときは、上路形式のアーチ橋が景観上好まれています。最も素直で経済的な上路橋が桁橋形式であって、鋼桁・RC桁・PC桁が採用されます。道路橋は、一車線単位の構造を単純に並列に並べる設計ではなく、自動車荷重が道路面の片側に偏って載る場合であっても、道路面の横方向の広がりを考えて、全体が協力する作用を考えに入れます。

#### 6.1.2 幅員の広い桁橋形式の設計に用いること

広い幅員の道路橋を一般的なプレートガーダー形式で架ける設計は、複数の主桁を並列に並べます。鉄筋コンクリート床版は、主桁間隔を支間とした一方向版として設計します。重量が嵩みますので、スラブ厚が大きくなならない範囲に抑えると、主桁間隔は2 m前後になります。したがって、桁橋は少なくとも3本の主桁を並列に使います。トラス橋は一種の二主桁橋であって、車道幅員全体を二主桁幅の内側に入れます。上路形式の桁橋は、左右の主桁位置から幾らか外側にスラブを張り出して、左右端の主桁間隔を内側に寄せます。こうすると、橋台・橋脚の幅も狭く建設できます。スラブを広く張り出すと、道路片側に寄った自動車の輪荷重は、スラブの負の曲げモーメントを大きくすることと、テコ作用で端の主桁に大きな荷重に増幅します。また、振れの影響も心配です。これらのこと全体を**横分配**という疑念で扱います。最も単純な仮定が(1, 0)分配です。スラブは主桁間で単純支持されている仮定ですので、複数の主桁が並んでいても、互いに独立に荷重を受けるとする仮定です。ただし、幅員端の主桁は、単純支間のスラブが外側にも張り出すと仮定して、テコの作用を考えます。単純な設計法では、幅員の外側と内側とで、設計モーメントが結果的にはほぼ等しくなるように橋断面の寸法と配置にします。スラブの剛性が十分に大きく、主桁間を連続して繋ぐ効果があれば、複数の主桁が協力して荷重を支えることが期待できます。この効果を反映するようにすることが、格子桁計算の目的です。

#### 6.1.3 プレートガーダーの力学的挙動は良く分らないこと

橋の建設は、なるべく明確な力学モデルを考え、構造力学の計算を元に、部材を構成します。しかし、実際構造を正確にモデル化することができないか、または良く分らないことも多いので、設計では安全側の仮定を採用します。実際のプレートガーダー橋は、有限個数の主桁を、幅員方向に適当な間隔で配置した対傾構と横構でつなぎます。最もマクロに平均化して見ると、スラブを含めて、平面的な直交異方性の弾性版であって、支間方向と幅員方向とで剛性が異なります。プレートガーダーの主桁単独は頼りない部材ですが、全体構成は安定した立体構造になります。しかし、対傾構と横構がどのように働くかについては、良く分りません。プレートガーダーが立体的に安定であることは、全体の組み合わせが結果的に振れに抵抗しているからであって、主桁単独は殆ど振れ剛性を持ちません。次善のモデルとして、対傾構の作用を解析するマクロのモデルが、振れを考えない桁で構成した格子桁構造です。格子構造は、高次の不静定です。理論として考えられても、コンピュータが利用できなかった時代、手の掛かる数値計算が必要だったので、実務で扱うことを敬遠しました。日本の敗戦(1945)後、ドイツの橋梁技術に多くを学びましたが、その一つが格子桁の計算理論をまとめた**レオンハルト** (F. Leonhardt; 1909-1999) の論文です。レオンハルトの方法は、主桁方向に離散的なフーリエ解析を応用し、横方向は横桁の自由振動解を応用して重ね合わせる巧妙な方法でした。理論を設計計算に応用するときは、複数の横桁を持つ格子桁全体を、主桁支間中央の一本横桁に抽象化した格子モデルに置き換え、さらに構造形式の提案にまで昇華させました。パソコンが便利に利用できるようになりましたので、高次の不静定構造も数値計算が楽にできるようになりました。一本の分配横桁を使うモデルは設計法が明快ですので、標準的なプレートガーダー橋の計算法の一つとして採用されています。

## 6.2 格子桁の解析モデルと設計モデル

### 6.2.1 不静定次数が多い構造であること

桁橋を格子構造でモデル化するときは、独立した主桁と横桁とを等間隔で縦横に組み合わせ、交点(格点)で上下方向の力のやりとりだけを考えます。格子に構成する個別の桁は、実用上、簡単に振れない程度の振れ剛性が必要です。しかし、格点で互いに相手側の桁から、曲げモーメントの変化分としての振れモーメントの授受を考えません。主桁を箱桁構造にするときには振れを考えますが、この問題は別の章で取り上げます。主桁は支点位置で、振れ、つまり主桁全体の回転を拘束します。これが端横桁の役目です。振れを考えない格子構造は、端横桁に力が作用しませんので、格子桁モデルでは最初から除外します。主桁の本数を $m$ 、主桁支間を $(n+1)$ 等分して $n$ 本の中間の横桁を使うと、代数的に考えて、格子の格点に作用する上下方向の力、 $m \times n$ 個が未知数です。これらは、格点で作用する内力ですので、その符号は、主桁に対して下向き、横桁に対しては上向きを正の向きと約束します。個別に横桁を取り出して考えるとして、横桁の上に外力を載せ、主桁位置で $m$ 個の上向きの反力(未知数分)が作用すると考えます。これらの力には、釣合い条件が二つ( $\sum V = \sum M = 0$ )ありますので、全体で $K = (m-2) \times n$ 個の弾性条件を加えて全体の連立方程式を立てます。弾性条件は主桁の撓み変形の方で考え、横桁からの内力を受けて変形を計算します。再び横桁の方に戻して、横桁格点での変形に合わせます。 $K$ の数が、この格子桁構造の不静定次数です。連立方程式の未知数の数と、不静定次数とを混同しないことが、構造解析の一つの常識です。

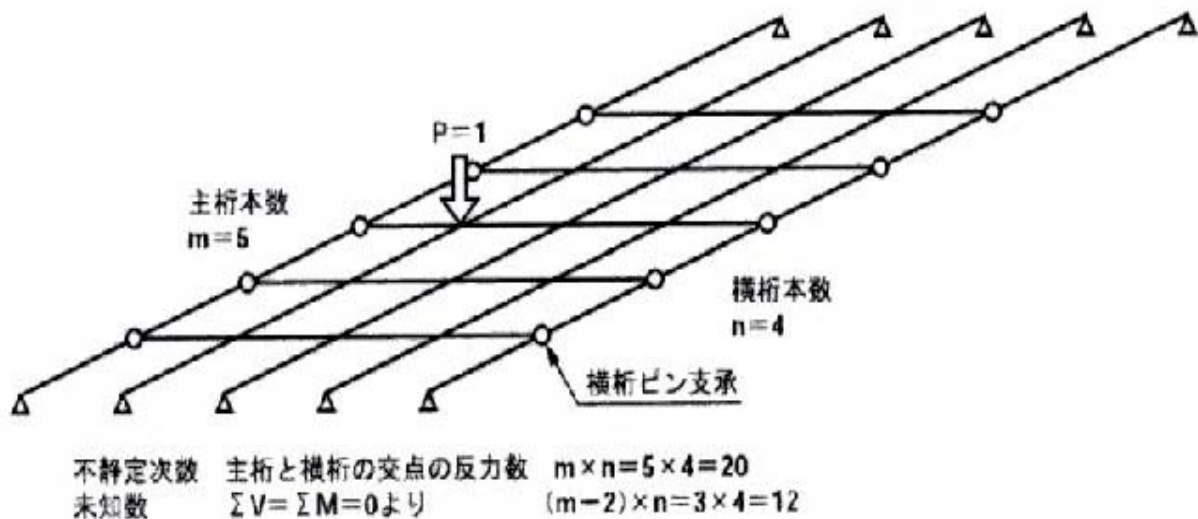


図 6.1 未知数と不静定次数

### 6.2.2 影響面を考えること

橋梁工学では、移動荷重の作用を**影響線**の形で扱います。道路面のような平面的な広がりを持つときは曲面を構成しますので、**影響面**の用語を使います。注目点を多くすれば全体曲面が滑らかになりますが、解析では格点だけを注目点にして、多角形の集合で扱います。外力の作用も、格点ごとに作用する**離散的な**(discrete)集中荷重に換算します。このような荷重体系が作用するときの解析では、桁の方の応力と変形も格点だけで考えればよく、理論的な解析も離散的なフーリエ解析が応用できます。離散的と言うのは、連続(continuous)の反義語であって、「飛び飛び」に取り上げるの意味です。連続的に考えるときは、無限に多くの注目点を対象とすることですが、実際計算では有限個数しか扱うことができませんので、残りを無視することに後ろめたさが伴います。最初から離散的に考えるときは、それに合わせた理論モデルで扱います。後の項で解説しますが、梁の変形を扱うとき、微分方程式に基づく式が連続的扱いであって、階差式(差分式)が離散的な扱いです。マトリックスを使う代数は、離散的な数値集団を扱う実用算法です。コンピュータを使うとマトリックス計算が便利にできるようになりましたので、数値計算に使う式も、従来の公式に囚われず、それに合った形にする工夫も必要になりました。

### 6.2.3 理論から実構造を逆提案しないこと

数学的方法を駆使して、格子桁および平面状の版の力学的性質を精密に解析することは、多くの理論研究者の興味を刺激しました。静定構造物であれば、構造解析の結果を見て、応力の大小に合わせて個別に部材寸法を変更することができます。しかし、不静定構造物の場合、或る部材の断面寸法を変えると、計算条件が変わってしまい、全体の応力配分も変わります。それを反映するように部材寸法を変えて行くと、最初とは全く違う構造形式の提案になることがあります。格子桁の設計の場合には、次のようなことがあります。複数の主桁を使う格子桁では、**耳桁**（幅員最外側の主桁）に応力が集中し、相対的に中間の主桁の応力が低く出ます。したがって、耳桁の断面を大きくします。そうすると、さらに耳桁に応力が偏り、中間主桁の応力が下がります。この究極が2主桁橋になり、結果的に中間の主桁断面を床組の縦桁並みに減らし、それを適当な間隔の横桁で支える構造が提案されるようになってしまいます。構造物の設計は、全体の剛度のバランスが必要ですので、理論計算上の応力度が低い場所の材料を省くと全体の安全性が損なわれることも起こります。したがって、理論解析に使うモデルは、実構造の性質を適度に反映する明快さがあると共に、試行錯誤の繰り返し計算に手間が掛からないように工夫します。格子桁の計算を設計に応用するときは、複数の横桁を持つ場合であっても、これを一本横桁の格子に置き換えたモデルで扱います。大胆な仮定のように見えますが、橋全体のマクロの挙動を捉えるモデルとして、実践的な価値があります。

### 6.2.4 偏心荷重では不利になることがあること

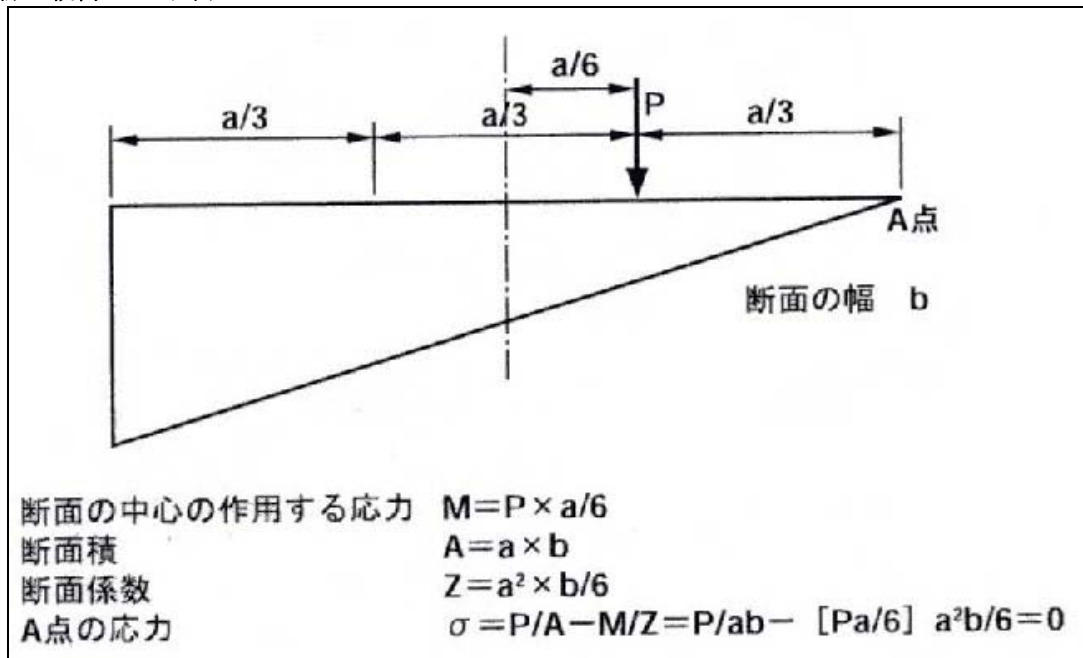


図 6.2 引張応力が出ない荷重

二主桁橋は、幅員方向に(1, 0)荷重分配を考えるのが普通です。大きな活荷重は、なるべく幅員の中央に載せると、左右の主桁が均等に(1/2, 1/2 分配)負担します。外側主桁幅よりもさらに外に荷重が載れば、テコ作用で1よりも大きな力が作用し、反対側が負の荷重になり、捩れや転倒の安全にも問題が出ます。したがって、左右の主桁間隔をやや狭く抑え、床組の重量が増えないようにします。三主桁以上を使う場合には、外側主桁上に荷重が載る場合であっても、反対側的主桁に負の荷重が作用します。この性質は矩形断面の柱に偏心して圧縮力が作用する場合の応力分布の性質と同じ現象です。柱の場合、断面幅の中央1/3の部分の核を言い、この範囲に軸力が作用すれば、断面に引張応力が出ません。この核は、道路橋の場合、幅員の中央1/3幅の狭い区間に相当しますので、そこから外れて作用する荷重は、反対側に負の荷重として作用します。外側主桁の幅員方向の分配を影響線として求めておいて、負の分配を受ける範囲だけに活荷重を載せると、単純な(1, 0)分配で仮定した場合よりも大きな設計応力になることが起こります。当初、格子桁理論を使って設計すれば、「経済的な設計ができる」と思い込んでいたドイツ技術を信奉する研究者にとって、このことは意外な結果でした。つまり、理論に欠陥があるのではなく、設計に応用するときの構造構成に工夫が必要であったのです。

### 6.2.5 格子計算を利用するため荷重体系も工夫したこと

格子桁理論を実際設計で効果的に応用できる場面は、(1)広い歩道が両側にあるような幅員の広い場合、(2)現在では見なくなりましたが、道路中央に重量の大きな市街電車を通す場合です。広い幅員の道路幅全体に満載する活荷重では分配効果が有効に働きません。幅員が広くない場合は、幅員の両側の主桁(耳桁)の剛性を中間主桁のそれよりもやや大きくすることで、幅員方向で負の反力が出る領域を減らすことができます。都市部の高架橋では、剛な防音壁を幅員端に増設することが多くなりましたが、これが、耳桁部の曲げ剛性を結果的に高める効果になっています。ただし、実際にこの効果を考えた設計と、現地でその確認する測定は殆ど行われていません。道路の管理者側の対応として、大型車を、なるべく道路中央を通すように指導した例があります。昭和31年の設計示方書から、交通事情を考えて活荷重の体系に確率的な考え方が取り入れられました。それは、2車線幅(5.5m)以上広い幅員の道路橋では、その幅で最も不利なる位置に満載し、残りの幅員幅に活荷重が満載する確率が小さい(50%)とする仮想的な荷重です。これは、格子理論を応用するとき、特に有利になるとは限りません。

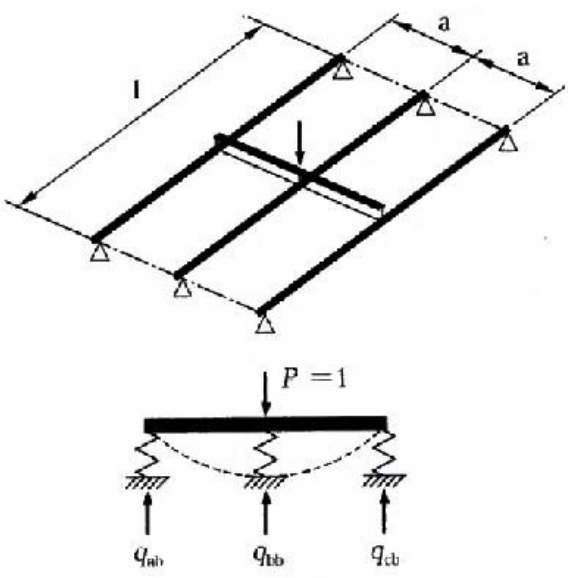
### 6.2.6 主桁に捩れ剛性があったとした計算法も工夫されたこと

捩れ剛性を無視した格子桁が、想像していたよりも分配効果を大きく改善しないことを受けて、主桁に捩れ剛性を持たせた格子構造の解析も研究されました。Hombergの理論が代表的なものです。しかし、具体的に捩れ剛性を見積もりが必要ですし、実験的にもその大きさを確認しなければなりませんので、設計法として実用式を提案するまでには至りませんでした。捩れの影響は、スラブを理論的に解析するときに、間接的に考えることができます。RC桁またはPC桁を並列する桁橋の設計では、幅員方向の分配にギヨン・マソネ(Gyon-Massonet)の提案した分配係数表が使われています。この解説は、PC並列橋の再現設計の説明をするときに行います。

## 6.3 バネ支承で支えられた連続梁モデル

### 6.3.1 三主桁一横桁の格子桁モデルは簡単に解ける

格子桁構造の最も単純なモデルは、並列3本主桁の中央を横桁1本で繋ぐ構造です。主桁本数 $m=3$ 、横桁本数 $n=1$ ですので、不静定次数が1です。弾性条件を一つ使います。横桁に注目すると、主桁の作用を垂直方向のバネ支承で置き換えることができます。横桁上の単位荷重による各支点の反力を求めれば、それは横桁を介して主桁に伝達する荷重分ですので、これを分配係数と言います。或る主桁に注目し、単位荷重を横桁上で移動するとして反力の影響線を求め、これを横分配曲線とします。実用的には、単位荷重を主桁上に載せたときの分配係数から多角形の影響線を描いて、簡便な仮定の(1,0)分配と差し替えて利用します。単位荷重が中央の主桁上に載るときの分配係数は、横桁を支間 $2a$ の単純梁としたときの中央の撓みを、主桁位置での相対的な撓みと等しいと置くことで下のようによ得られます。変数記号の使い方は、元になったレオンハルトのドイツ語論文の方法を使用しています。

<p><math>q_{ab}</math>    b点に<math>P=1</math>が載るときのa点の影響値</p> <p><math>q_{bb}</math>    b点に<math>P=1</math>が載るときのb点の影響値</p> <p><math>q_{cb}</math>    b点に<math>P=1</math>が載るときのc点の影響値</p> <p><math>l</math>        主桁の支間長</p> <p><math>a</math>        主桁間隔</p> <p><math>I</math>        主桁の断面二次モーメント</p> <p><math>I_Q</math>      横桁の断面二次モーメント</p> <p><math display="block">z = \frac{I_Q}{I_H} \left( \frac{l}{2a} \right)^3</math>      格子剛度</p> <p><math display="block">q_{ab} = q_{cb} = \frac{z}{2 + 3z}</math></p> <p><math display="block">q_{bb} = \frac{2 + z}{2 + 3z}</math></p> <p style="text-align: right;">…… 式 6.1</p>	 <p>図 6.3 三主桁の格子桁モデル</p>
---	--



### 6.3.2 重ね合わせの方法で残りの計算ができる

不静定構造物は、力の釣合い条件の他に、不静定次数だけの部材の弾性的な変形条件が必要です。三本主桁の格子桁では、**格子剛度**  $z$  が弾性条件に代入するパラメータです。単位荷重が外桁（耳桁）の上に乗るときの分配の影響値は、中央載荷の解を元に、荷重の**重ね合わせ**で計算することができます。これは、釣合い条件を使う計算ですので、力学モデルを考え直さなくても計算できます。それは、左右の耳桁上に  $+1$  と  $-1$  とを作用させた逆対称の解 ( $q_a=+1, q_b=0, q_c=-1$ ) と、すべての主桁上に  $+1$  を作用させた対称解 ( $q_a=q_b=q_c=1$ ) を組み合わせれば得られます。残りの解は次のようになります。

$$\begin{aligned} q_{aa} &= \frac{4+5z}{2(2+3z)} \\ q_{ab} &= \frac{z}{2+3z} \\ q_{ac} &= \frac{-z}{2(2+3z)} \end{aligned} \quad \dots\dots \text{式 6.2}$$

### 6.3.3 横桁の剛性が十分大きいとき

式(6.1)、(6.2)で、パラメータ  $z=0$  としたのが(1, 0)分配を表します。  $z \rightarrow \infty$  とすると、横桁に曲げ変形が起きない条件の分配が得られます。これは、一種の平面保持になっていて、3本の合成弾性柱に偏心圧縮力が作用したとして、釣合い条件だけで解いた結果と同じです。

### 6.3.4 主桁四本以上横桁一本のモデル

主桁三本を使うモデルから容易に類推できるように。主桁数  $m$  本の格子桁の力学モデルは、横桁がバネ支承で支えられた  $(m-1)$  径間の等径間連続梁です。解くときの考え方は、横桁を両端のバネ支承で支えた静定梁を基本形とします。横桁は、格点に作用する下向きの外力と、主桁からの反力とを受けるとして格点の撓みを求めます。主桁の撓みは、横桁からの反力の反作用として下向きの力で生じます。横桁の力と変位とを格点だけで考えることにすると、隣接する3格点間の力と変位の関係が  $(m-2)$  組の連立方程式で得られます。これをマトリックスで表すことの前段階として、階差式の形で一般化しておきます。まず、隣接する3格点の番号を、 $\{i, j, k, (1 \sim m)\}$  とします。格点での横桁の曲げモーメントと撓みとを  $(M_i, M_j, M_k), (Y_i, Y_j, Y_k)$  とします。  $i$  点と  $k$  点とを直線で結んで  $j$  点の相対的な撓み  $\Delta Y_j$  は、

$$\Delta Y_j = (-Y_i + 2Y_j - Y_k) / 2 \quad \dots\dots (6.3)$$

この撓みは、三連モーメント式を使って表すことができます。

$$\Delta Y_j = (M_i + 4M_j + M_k) * (\lambda^2 / 3EI_Q) \quad \dots\dots (6.4)$$

式(6.3)と式(6.4)とを等値することで、  $m-2$  個の連立方程式が得られます。変数が  $m$  組あって式の数  $2$  個減るのは、端支点で  $M_1 = M_m = 0$  の条件があるためです。

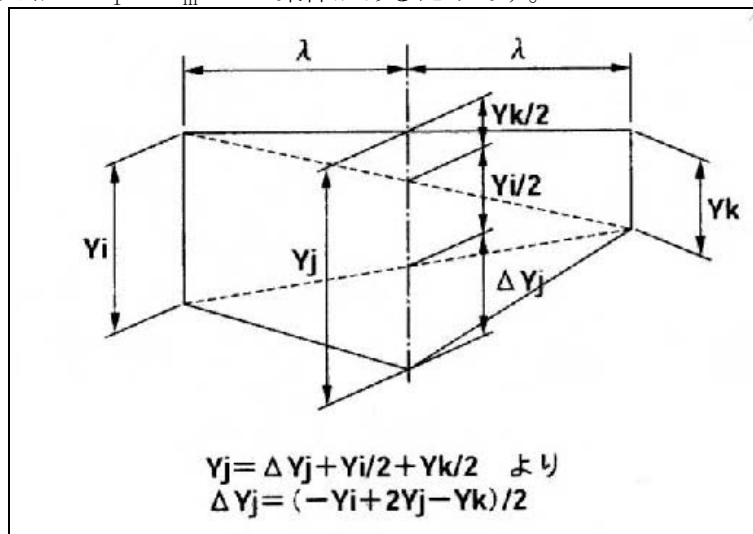


図 6.4 横桁の変形を扱う力学モデル

### 6.3.5 単位荷重を受ける単純梁の曲げモーメントを求める

両端で支持されている単純桁として、単位荷重が作用するときの撓みの計算式は、構造力学の公式集では必ず載る基本的な代数式です。単位荷重の載る位置の左右で式を換えますので、その判定をして式を運用しなければなりません。計算手順は種々考えられますが、ここでは、MS-Excel のマトリックスの組み込関数を使うことにします。それは、式(6.3), (6.4)をマトリックスで表しておいて、単位荷重が作用するときの曲げモーメントを $M$ に代入します。単純梁として単位荷重を受けるときの曲げモーメントも簡単な公式です。これも単位荷重の載る位置の左右で式を換える必要があります。注目点を等間隔の格点だけで考えると、単純梁の荷重と曲げモーメントの関係式は下のようになります。

$$2 \lambda P_j = (-M_i + 2 M_j - M_k) / 2 \quad \dots\dots (6.5)$$

ここで、右辺の係数(-1, 2, -1)を係数とするマトリックスを作って、この逆行列を計算すれば、任意の荷重が作用するときの曲げモーメントが得られます。両端支点で $M_1 = M_m = 0$ ですので、係数マトリックスは、2を対角線要素とする対称な $(m-2)$ 次の正方行列です。ここで得られた曲げモーメント(マトリックス)に、式(6.4)の係数(1, 4, 1)をマトリックスにまとめ、この逆行列との積を計算すれば、相対撓み $\Delta Y$ との関係が得られます。なお、 $\lambda$ はパネル間隔(格間の間隔)です。

### 6.3.6 左右主桁位置の撓みの影響を加える

図 6.5 は、横桁の単純梁としての撓みに、左右主桁位置でのバネ撓みの影響を直線分布の形で加算する原理を示したものです。格子桁では耳桁部分だけを中間の主桁よりも $j$ 倍だけ割り増すことがあります。横桁の格点ごとの撓みは、その場所の主桁の弾性撓みと等しくなることを考えることで、格子桁の弾性条件式が得られます。ここまでの式に加えて、力の釣合い条件が2つ必要です。この全部を合わせて、最終的に $P$ と $X$ とに関する $m$ 個の連立方程式をマトリックスの形にまとめ、これを解いて $X$ の影響値、または $P=1$ が或る格点上にあるときの $X$ の負担値が計算できます。言葉として説明するのでは分かり難いところがありますので、具体的な数値計算の例を挙げることにします。

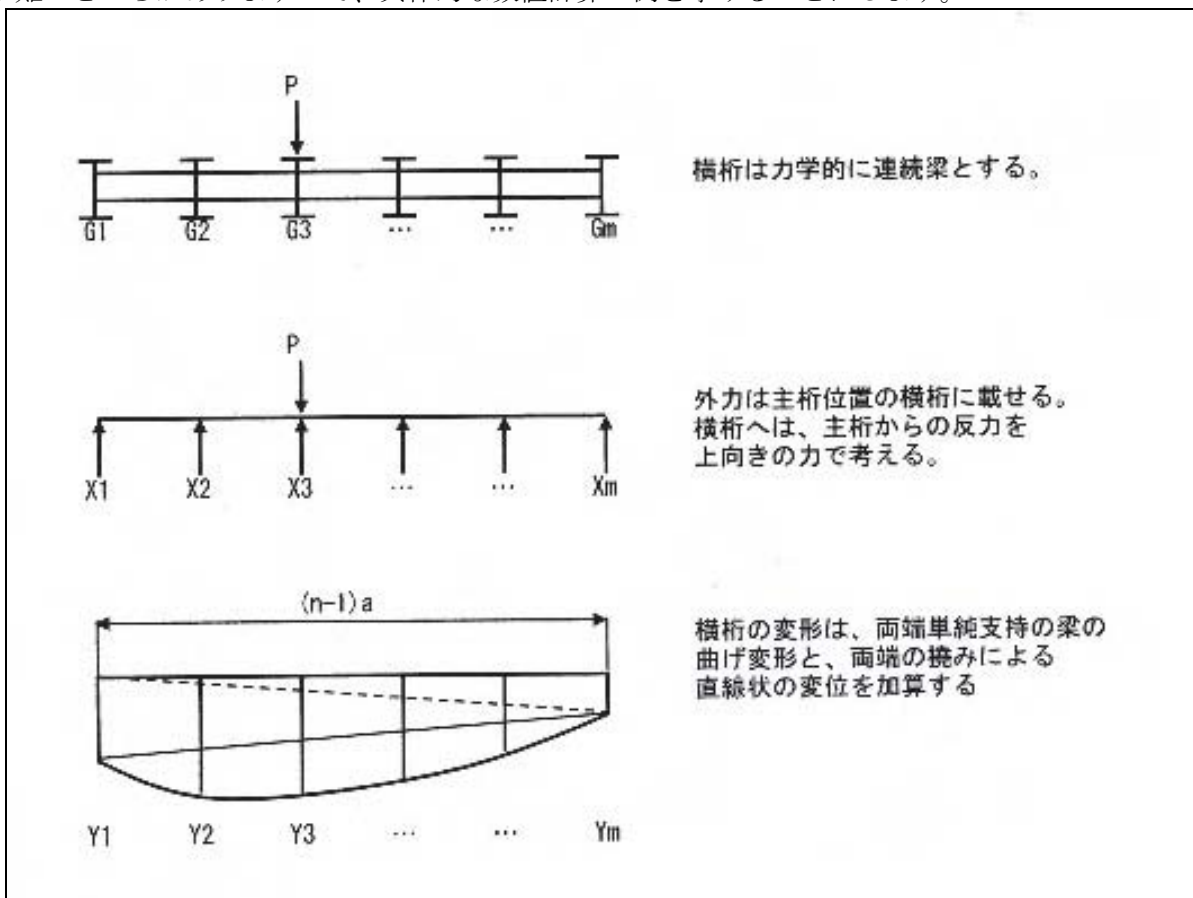


図 6.5 バネで支えられた横桁の変形を扱う力学モデル図

## 6.4 例題：七点のバネ支承で支えられた六パネルの連続梁

- (1) この例題は、 $m=7$ とした例です。まず式(6.3)と(6.5)にある $(-1, 2, -1)$ の係数マトリックスを準備し、これを $\mathbf{T}_1$ とします。元の式では $(1/2)$ が乗じてありますが、整数表現が覚え易いので、この形を使います。パネル数が $6=m-1$ ですので、例題は $5 \times 5$ の対称行列です。

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \\ 0 & 0 & -1 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \end{bmatrix} \quad \dots(6.6)$$

- (2)  $\mathbf{T}_1$ の逆マトリックスを求めます。MS-Excel の関数 MINVERSE を使います。マトリックスの成分を整数化するため、逆マトリックス全体の係数をパネル数倍(例題では6)して $\mathbf{T}_2$ として表します。これは、式(6.4)を解いた形です。支間6パネルの単純梁の曲げモーメントが $M = (\lambda/6) \mathbf{T}_2$ で得られます。 $\lambda$ はパネル間隔です。このマトリックスの行・列は、単位荷重が格点に作用するときの、単純梁の格点における曲げモーメントの影響線・曲げモーメント図の値です。境界条件は、両桁端で $M_1 = M_7 = 0$ を考慮した解です

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad \dots(6.7)$$

- (3) 次に式(6.4)に使われている係数 $(1, 4, 1)$ の対称マトリックス $\mathbf{T}_3$ を準備します。

$$\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \dots(6.8)$$

- (4) 式(6.4)の $M$ を表すマトリックス $\mathbf{T}_2$ と、上のマトリックス $\mathbf{T}_3$ を演算させると $\Delta Y$ の係数マトリックス $\mathbf{T}_4$ が得られます。この演算は MS-Excel の関数 MMULT を使います。単純梁の相對撓みが $\Delta Y = \mathbf{T}_4 * (\lambda^3 / 12 E J_Q) / n$ で得られます。 $n$ はパネルです。ここでは $n=6$ です。

$$\mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} 24 & 24 & 18 & 12 & \\ 24 & 42 & 36 & 24 & \\ 18 & 36 & 48 & 36 & 1 \\ 12 & 24 & 36 & 42 & 2 \\ 6 & 12 & 18 & 24 & 2 \end{bmatrix} \quad \dots(6.9)$$

- (5) 式(6.3)から、 $Y$ の値を計算するには、 $\mathbf{T}_1$ の逆マトリックス $\mathbf{T}_2$ を $\mathbf{T}_4$ に演算させた $\mathbf{T}_5$ で求めます。この計算は、境界条件として $Y_1=Y_7=0$ ですので、このマトリックス $\mathbf{T}_5$ の行・列は、単位荷重が格点に作用するときの、単純梁の格点における撓みの影響線・撓み図の値です。ただし係数として $(\lambda^3/6 EJ_Q)/n$ を掛けます。

$$\mathbf{T}_5 = \begin{bmatrix} 50 & 76 & 78 & 62 & \vdots \\ 76 & 128 & 138 & 112 & \\ 78 & 138 & 162 & 138 & \\ 62 & 112 & 138 & 128 & \\ 34 & 62 & 78 & 76 & \end{bmatrix} \quad \dots(6.10)$$

- (6) ここまでのマトリックスは、 $5 \times 5$ の対称マトリックスでしたが、桁端も注目点に入れて、これ以降は $7 \times 7$ の形で扱います。また対称性もありません。その前段階として、図 6.2 の最下段の撓みを表す式を二つ加ええます。一つは両端で撓み=0とした単純梁の撓み分 $\delta$ 、もう一つは、両端支点がバネで撓む分を格点に割り振る $\varepsilon$ の式です。

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \end{bmatrix} = \frac{\lambda^3}{6EJ_Q} \cdot \frac{1}{7-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 50 & 76 & 78 & 62 & 34 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} 76 & 128 & 138 & 112 & 62 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} 78 & 138 & 162 & 138 & 78 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} 62 & 112 & 138 & 128 & 76 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} 34 & 62 & 78 & 76 & 50 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 - X_1 \\ P_2 - X_2 \\ P_3 - X_3 \\ P_4 - X_4 \\ P_5 - X_5 \\ P_6 - X_6 \\ P_7 - X_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.11)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \end{bmatrix} = \frac{l^3}{48EJ_H} \cdot \frac{1}{7-1} \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1/j_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ X_7/j_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.12)$$

- (7) ここで、すべての支承について変位を考慮する弾性方程式を求めます。

$$\begin{bmatrix} \delta_1 + \varepsilon_1 \\ \delta_2 + \varepsilon_2 \\ \delta_3 + \varepsilon_3 \\ \delta_4 + \varepsilon_4 \\ \delta_5 + \varepsilon_5 \\ \delta_6 + \varepsilon_6 \\ \delta_7 + \varepsilon_7 \end{bmatrix} = \frac{l^3}{48EJ_H} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1/j_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7/j_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.13)$$

(8) 式(6.11)～(6.13)が弾性条件を考えた式です。力の釣合い条件は $\Sigma V = \Sigma V = 0$ の二つの条件を考  
えるのですが、これも $7 \times 7$ のマトリックスの形にしておきます。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 - X_1 \\ P_2 - X_2 \\ P_3 - X_3 \\ P_4 - X_4 \\ P_5 - X_5 \\ P_6 - X_6 \\ P_7 - X_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.14)$$

(9) 式(6.11)～(6.14)の4つの式をXとPとの関係を表す一つの連立方程式にまとめ、これをマトリ  
ックスの形に表します。 $z$ は格子剛度です。式(6.1)と同じ定義ですが、主桁間隔の記号 $a$ に代え  
て $\lambda$ を代入し、 $z = (I_Q / I_H) (1 / 2 \lambda)^3$ です。

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \begin{bmatrix} -5z/j_1 \\ -4z/j_1 \\ -3z/j_1 \\ -2z/j_1 \\ -z/j_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 50+6z & 76 & 78 & 62 & 34 \\ 76 & 128+6z & 138 & 112 & 62 \\ 78 & 138 & 162+6z & 138 & 78 \\ 62 & 112 & 138 & 128+6z & 76 \\ 34 & 62 & 78 & 76 & 50+6z \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -z/j_7 \\ -2z/j_7 \\ -3z/j_7 \\ -4z/j_7 \\ -5z/j_7 \end{bmatrix} \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 50 & 76 & 78 & 62 & 34 \\ 76 & 128 & 138 & 112 & 62 \\ 78 & 138 & 162 & 138 & 78 \\ 62 & 112 & 138 & 128 & 76 \\ 34 & 62 & 78 & 76 & 50 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.15)$$

**エクセルSoft**シリーズでは、単純梁の曲げモーメントと撓み計算の数値マトリックス部分を独立したソ  
フトとしてまとめ、プレートガーダーの再現設計では、この式(6.15)の部分を抜粋し、作業領域で格子  
分配係数を計算して本文に参照するようにしました。

(10) 式(6.15)の左辺でXの係数をまとめたマトリックスを求め、この逆行列を計算します。これと式(6.15)の右辺のPの係数をまとめたマトリックスとの積を作れば、形式として下の式(6.16)のようなマトリックス表現が得られます。この行・列の成分が、バネ支承で支えられた連続梁の支点反力の影響値・支点反力の分布値、つまり一本横桁の格子桁の分配係数です。具体的な数値は、格子剛度zに数値を入れて計算します。実用的な計算に直ぐに役に立つように、独立にまとめたエクセルソフト PGRIDV00.XLS を用意してあります。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.16)$$

(11) なお、格子剛度zが十分大きくz→∞になった場合の計算には、式(6.15)に代えて、式(6.17))を使うように式をまとめておきました。

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ -5/j_1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/j_1 \\ -4/j_1 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & -2/j_1 \\ -3/j_1 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & -3/j_1 \\ -2/j_1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & -4/j_1 \\ -1/j_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & -5/j_1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix}$$

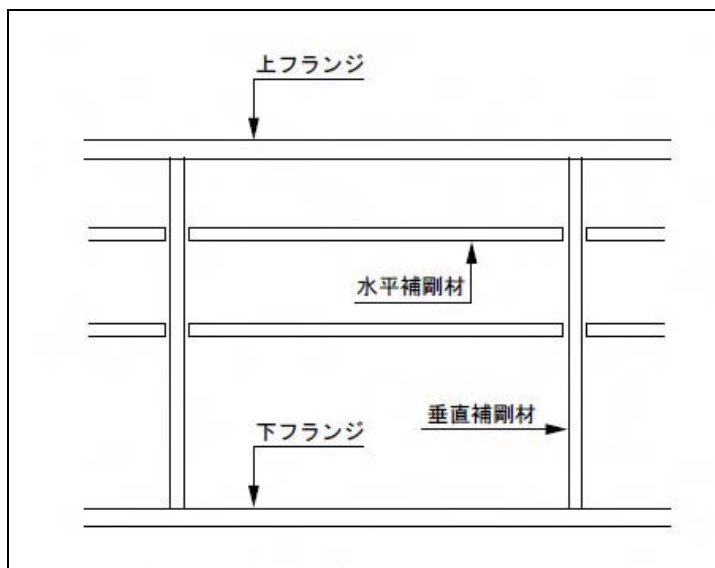
$$= \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} \quad \dots(6.17)$$

## 7. 鋼板桁橋計算エクセル Soft の解説

### 7.1 構造の理解

#### 7.1.1 板を扱う応用力学が基礎であること

支間にして 20~40m の中程度の長さを渡す道路橋は、鉄筋コンクリートの床版を使う鋼プレートガーダー（板桁）が多く架けられています。古い用語は、金偏の**板桁**です。カタカナ用語のプレートガーダーが一般的ですが、表題の字数を節約することと、紹介の意味を込めて、敢えて使いました。プレートガーダーは、見かけの構造は簡単ですが、相対的に薄い鉄板を組み合わせ、大きな荷重、特に鉄道橋の場合は機関車重量、に耐えるような桁に構成します。薄板単独は構造的に頼りない材料ですので、材料強度を有効に利用するために板の局所的な座屈変形を抑える必要があります。実務的には、板厚と板幅の比、補剛材の使い方、板の接合方法などを、示方書が提案しています。補剛材は、薄板の座屈防止に用いるもので、板の垂直方向と水平方向に用意されます（図 7.1）。既設のプレートガーダーを目視で観察するとき、鉄板の使い方、つまり構造を見ると、設計計算の背景が分ることがあります。そのためには、実務で使う設計計算書を例題にして勉強しなければなりません。



垂直補剛材は、板の剪断座屈に対する目的を持ちます。トラスの垂直材の使い方と似ていて、標準的な間隔は、腹板高さを参考にします。

水平補剛材は、腹板の曲げモーメントの圧縮側に配置します。水平補剛材は、垂直補剛材の個所で切りますので、主桁断面計算には使いません。

図 7.1 補剛材の配置

#### 7.1.2 橋梁工学と構造力学と数値計算法とを区別して理解する

橋梁の設計・製作・架設は、開発と研究に多くの知見が積み上げられてきて、その要点が示方書としてまとめられてきました。設計法の勉強は橋梁工学の勉強であって、示方書の解説を理解することから始めます。その背景を支える応用力学的課題は非常に多いのですが、示方書では学術的な知見を実用的な提案に集約する工夫がされています。理論に忠実な計算方法が提案されているわけではありません。また、数値計算法は技術ですので、設計者の個性的な手順と工夫も見られます。手計算の時代の計算法を理解することは必要です。コンピュータを利用する計算が普通になりましたが、プログラムは計算手順そのものをプログラミング言語で記述した文書だからです。コンピュータが利用できなかった時代の計算書は、具体的な数値と、それが得られた計算手順が分かるように形式と体裁とを整えてまとめました。橋梁工学の常識であるとして、計算書に載せない省略事項も多くあります。実践的な設計法の勉強は、この隙間を含めて理解しなければなりません。手計算時代の計算書は、隙間を埋める手掛かりを書き残しておくことが普通に行われていました。その方法は、原則として、参考文献に法的な根拠となる準拠示方書を挙げ、必要に応じて条文番号を個別の項目に載せます。構造力学の各種公式の利用は常識の部分ですが、データブックとして、土木学会で編集したハンドブック類を使うことが暗黙の了解事項でした。過去形で言うのは一種の皮肉でして、最新の編集は物知り事典的な内容になっていて、実用データが乏しくなったからです。理論の出所を説明するため、学術論文を参考事項として引用することもあります。これは迷惑なことも多く、一般には簡単に参照できませんので、付録などの別冊で説明するようにします。計算書は学術レポートではないからです。計算書をコンピュータの利用で作成するようになって、ブラックボックス化と言う省略と、また、必要以上にリストを増やす無駄も増えました。したがって、バランスの取れた計算書をまとめ、それを理解するための技術教育の場が望まれています。

### 7.1.3 再現設計作成がなぜ必要となるのか

既設橋梁の現状を把握し、耐荷力を判定したいときは、少なくとも、対象橋梁を現地で簡単な目視観察をすることと並行して、それがどのように設計計算されたかの資料を調べます。普通、管理者側で保存されている橋梁台帳を使います。詳細設計図面が無く、元の計算書を保存していないことも多いので、計算書を再現するデスクワークが必要です。これらの作業をするとき、建設当時の設計・製作・架設方法の理解が欠かせません。元の設計図と計算書があれば役に立ちます。しかし、これらは、製作・輸送・架設を目的とした専門的な資料の性格があります。管理者側が資料を残さないことも多いのですが、これは業務上の瑕疵には当たりません。逆に言えば、かなりの重要なデータは民間企業側、または個人で保存されていて、それを好意的に利用できることがあります。しかし、いつも可能ではありませんので、改めて再現設計をまとめることも必要になります。この場合、必ずしも元の設計条件に沿った計算書を作成するだけでなく、実情に合うように条件を変えた複数の計算書を作成して比較することも重要です。例えば、非合成の設計仮定で架設された場合であっても、合成作用を考えるとどうなるか、の計算

がそうです。非合成桁と合成桁との応力度分布の違いを、図 7.2 に示します。中立軸の位置が大きく異なります。これらは、できれば、実橋での応力測定をして比較したいところです。エクセル Soft では、製作や架設の作業に関わる専門的な項目は、意図的に省きました。例えば、添接部の計算や、材料断面寸法を細かく検討すること、などです。ただし、これらの専門的知識は、現物の構造を観察するときに必要です。

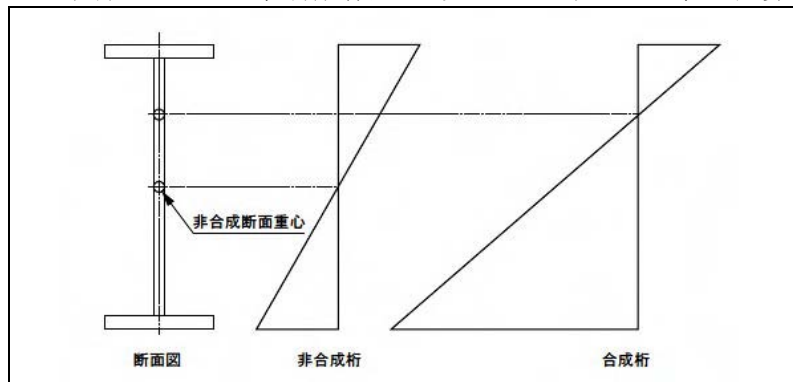


図 7.2 非合成桁と合成桁の応力度分布

### 7.1.4 対象橋梁の観測が欠かせないこと

調査の対象となる実橋梁の現況を知ることは重要です。現場での観察は、建設当時の技術水準の動向、その結果が現在どのようになっているか、を読み取ることができる場合があります。特に、改修や補修の履歴があるとき、また、損傷が観察される場合は、設計方法の反省資料になります。従来、この種の資料を客観的に蓄積する方法が確立されていませんでしたので、言わば、ロコミ的な技術移転の知識として伝えられてきました。重要な橋梁の管理にはモニタリングの手法が幾つか提案されています。しかし、数の多い並みの橋梁に応用する経済的な方法ではありません。一般的な橋梁は、写真撮影などを含め、目視の観察、主要な寸法測定などで場当たりに済ますことが多くなりました。病人を診断するとき、顔色を見る、などの外見だけの観察で内臓疾患が分るはずもありません。実情に合った再現計算を確認するには、実物に触る、例えば、対象橋梁の載荷試験をして突き合わせることができると最善です。しかし、費用も嵩みますので、筆者らは簡易振動測定を併用しています。実測振動数と理論的振動数とを付き合わせるため、全橋の自重と曲げ剛性の計算を再現設計計算の必須事項に含ませています。

### 7.1.5 構造としての注目点が幾つかあること

古いプレートガーダー道路橋は、鉄道橋の技術を応用したリベット構造が採用されていました。鉄道橋は、鉄筋コンクリートのスラブを使いませんので、鋼桁単独は、かなり立体的に頑丈な 2 主桁構造に製作されます。道路橋は、鉄筋コンクリート床版が上横構（ラテラル）の役目を兼ねますので、下横構だけをトラス状に組み、一定間隔に入れる対傾構、または横桁で主桁の横変形を拘束します。経済的な設計を意図すると、真っ先に横構と中間対傾構を簡易化または部分的に省く傾向が見られ、これが、問題を起こすことがあります。特に、2 主桁構造で問題が頻発します。コンクリートスラブを打設する前の合成桁では、鋼桁単独は、全体を立体トラスモデルとして見ると、内的に不安定な構造になっていることがあります。合成桁では、生コンクリートの打設時に鋼の上フランジの圧縮応力が最大に近い大きさになるのですが、コンクリートに未だ剛性がないので、主桁の上フランジが、部分的または全体として横方向に座屈変形を起こした例が知られています。また、上下の横構と対傾構を含めた全体橋梁が箱断面になることで橋としての捩れ剛性が発現するのですが、コンクリート打設段階ではそうならないので、簡単に捩れて落橋事故になった例も知られています。上下の横構と中間対傾構を、二次部材であると軽く考えると間違えます。合成桁橋のコンクリート床版を打ち込むときに、上フランジの座屈防止のため仮の横構を用いて、上フランジの座屈長を短くすることがあります（次ページ図 7.3）。



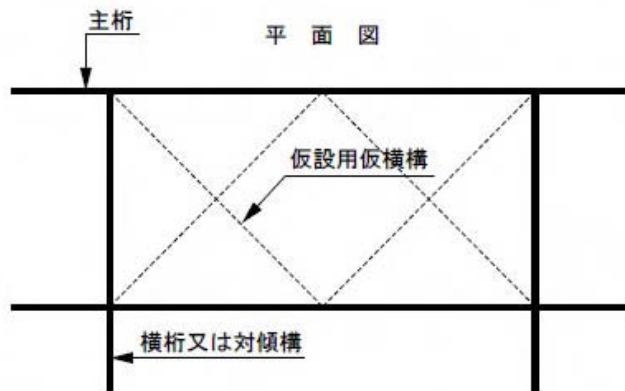


図 7.3 コンクリート打ち込み時、合成桁上フランジ座屈防止に使う仮の横構、

### 7.1.6 下横構は主桁並みの応力を受けること

溶接構造でプレートガーダーを製作することが普通になったことで、下横構の下フランジへの取り付け方法について、力の伝達に問題がある構造が多くなりました。引張応力を受ける主桁の下フランジに直接取り付けられないように、ウェブの或る高さにヒレ上状のガセットプレートを溶接して、そこに接続させる構造が多く見られるのがそうです。この構造は、立体骨組として見ると、力の伝達に幾らが不合理なところがあります。下フランジは、トラス構造で言えば引張応力を受ける下弦材に当たるのですが、この下弦材を水平方向に拘束する効果が小さくなり、いわばブラブラの状態になることがあります。この影響は、特に2主桁橋では、低周波振動公害として観察されることがあります。プレートガーダーのウェブ側面は、かなり大きな表面積を持ちます。これが巨大なハイファイスピーカーのように振動すると、耳には聞こえない低周波ですが、その音声出力は非常に大きくなるからです。また、案外なことに、横構の取り付けのリベットやボルトの損傷も見られることがあります。計算上、水平荷重による応力度が小さいので、下横構を二次部材と考え易いのですが、立体構造と考えると、下フランジ面と共同して、主構造の下弦材としての引張応力を受けることが分ってきました。逆に、高欄は、主桁構造の圧縮材の性質を持ち、圧縮応力を受けていることも測定されています。下横構を省く2主桁橋の断面形は材料力学では溝形鋼のような開断面であって、閉じた箱形状にくらべて捩れ剛性が非常に小さくなります。話は少し飛びますが、吊橋の補剛桁に採用されると、耐風安定性が大きく損なわれることが知られています。米国の金門橋（ゴールデンゲート）は、建設当時、補剛トラス下弦側の断面構成は開断面だったのですが、その後、下横構の追加工事で補強されました。

## 7.2 構造解析のモデル

### 7.2.1 計算モデルは理想化して行うこと

プレートガーダー形式は、トラス橋に較べると、路面状況に合わせた形状・寸法の選択自由度が大きく、架設現場の状況に合わせる製作が多く見られます。多少の斜橋は普通に見られます。勾配に合わせてウェブを平行四辺形にすることも行われます。程度問題ですが、計算モデルは標準的な直橋を仮定します。交通量の増加によって、片側だけに歩道を設けた、幅員構成が非対称になった橋も見られます。再現設計の場合には、設計時の条件に合わせた計算と平行して、実情に沿う条件を考えた力学モデルを仮定した計算も要望されます。学問的に凝ると複雑な力学モデルを考えたくりますが、マクロにみて、なるべく単純化したモデルで扱うようにします。トラス橋のパネル間を結ぶ縦桁は、コンクリート床版を連続させるとしても、考え方は小支間(10m 前後)のプレートガーダーになっています。この計算法は、最も簡易化した力学モデルを採用しています。その仮定は、幅員方向の荷重の載せ方を(1, 0)分配と仮定した非合成構造です。支間にして20~40m の中程度の長さを渡す道路橋の場合にも、戦後しばらくの間はこの仮定を採用していました。しかし、これは、かなりの過剰設計になっていることが、載荷実験をすることで知られていました。なるべく実情に合わせる設計方法の研究は、戦後、ドイツの橋梁技術から大きな刺激を受けました。適用支間を伸ばすための方法は、箱桁構造と連続桁形式の採用が代表的です。しかし、最も多く採用される形式は、複数の主桁を並列に使う単純桁橋です。設計法の合理化の問題は、代表的には二つです。一つは、橋面を二次元的に扱う格子桁または直交異方性版と考える設計法、二つ目が合成桁としての設計法です。

## 7.2.2 単純桁橋は高次の不静定構造の性格がある

コンクリート床版を採用する既設のプレートガーダーは、外見を観察して、設計計算法の仮定が、非合成であるか、合成であるかの違いが分からないことがあります。非合成として設計された場合でも、活荷重に対する実際の挙動は、合成桁です。したがって、既設のプレートガーダーの再現設計は、非合成の計算と合成を考えた計算の比較が必要です。道路橋は、幅員方向にも活荷重が移動しますので、影響線を幅員方向でも考えなければなりません。これを横分配と言う概念でまとめます。トラス橋は原理的に2主桁橋です。下路トラス橋は、トラス面が幅員の外側に配置されますので、横分配は単純な(1, 0)分配を使いますし、それが正解です。3本以上のプレートガーダーが並列される桁橋は、複数の主桁が協力して荷重を負担する効果が期待できます。しかし、載荷位置が偏ると、テコ作用で反対側の主桁に負の荷重が出る分だけ載荷側の主桁が不利になる場合も起こります。この作用をなるべく実情に合うように計算する方法の一つが、格子桁の理論の応用です。この二つ(合成作用と横分配と)は、どちらも不静定構造の解析ですので、設計計算が複雑になりました。コンピュータが利用できなかった手計算の時代は、この計算法に対応することが大きな問題であったことを、理解しておく必要があります。格子構造としての数値計算は、実用的な計算式をまとめた参考書を利用して別に計算します。コンピュータを利用するようになって、この部分の扱いがブラックボックス化しました。エクセル Soft の場合も、格子計算の肝心な個所は別のソフトとしてまとめ、要点を引用するようにしてあります。したがって、プレートガーダーの再現設計エクセル Soft は、主桁本数別に別バージョンです。

## 7.2.3 断面決定法は計算書に載せない計算であること

公文書として残す計算書は、採用された部材断面の決定に至るまでの試行錯誤の途中経過を残しません。しかし、設計実務では、この部分が設計者の経験に大きく依存する個所です。前々章、第5章で、通常非合成桁と合成桁の断面計算法を紹介しました。エクセル Soft では、この計算部分を印刷範囲の外で行うようにし、その計算結果を断面計算の個所に、同じく印刷範囲の外にメモ的に示してあります。応力度の計算結果も、同じ場所に参考として転載してあります。このようにしておくこと、所要断面の寸法を変更したときの結果が作業画面で直ぐに分ります。後の節で解説しますが、静定構造物の場合、応力度の過不足を調整するときには、対象としている部材だけの寸法を変えるだけで対応できます。しかし、不静定構造物では、一つの部材の剛性が変わる場合であっても、その影響が全体構造系の性質に影響して、他の部材の応力も変わります。理論にこだわると、計算値に合わせるように部材寸法を変化させたくりますが、そうすると、全く違った構造系を提案することになることがあります。格子桁の計算の場合、一般に耳主桁に応力が偏る傾向があります。応力に合わせるように調整するには、相対的に中間の主桁の断面を小さくします。これを繰り返していくと、最後は二主桁橋の提案になってしまうのです。

## 7.3 計算書の書式と体裁

### 7.3.1 EXCEL を使うことの利点

マイクロソフト社の MS-EXCEL は、事務処理計算とそれを体裁のよい印刷で得ることを目的とした表計算ソフト (spread sheet program) です。豊富な組み込み関数が利用できるようになって、科学技術計算の利用が増えました。一般的な科学技術計算のプログラミング言語は Fortran が主流であって、次善に Basic 系が使い易さの面で一般化していました。これらは、数値計算には強力なツールですが、形式と体裁を整えたレポートを作成することには不便を強いられました。文書としての形式を制御する命令文は入出力文と一緒に使う format 文で指定するのですが、これを使いこなすには、かなりの勉強と経験が必要です。コンピュータで作成した生のリストは、膨大なページ出力を誇示する目的には使えますが、レポートとして体裁を整え、実用的な意義が評価できる資料として保存することは多くありません。EXCEL を使う場合には、手計算の手順をレポート文書として編集したものが、そのまま計算に使うことができます。印刷体裁は GUI の環境で設計できます。また、計算式の説明などのコメントを残すことができます (次ページ、図 7.4 参照)。複雑な計算は、印刷領域を外した部分でまとめて本文に引用する方法が使えますので、レポート本体の印刷ページ数の肥大化を抑え、かつ説明不足によるブラックボックス化を避けることができます。Fortran や Basic では、プログラミング文書と成果文書ファイルとが別資料になりますので、ブラックボックス化を起し易いのです。商業的なソフトは、プログラミング文書を意図的に機密化する販売戦略を取ります。しかし、橋梁の設計計算書は、公開を前提とした公文書の性格がありますので、機密化を避けるのが本筋です。

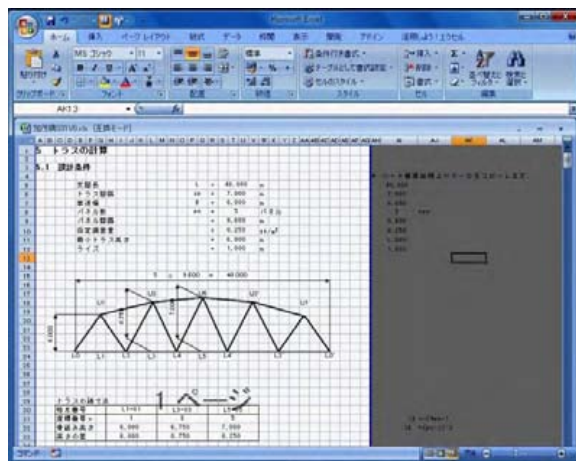
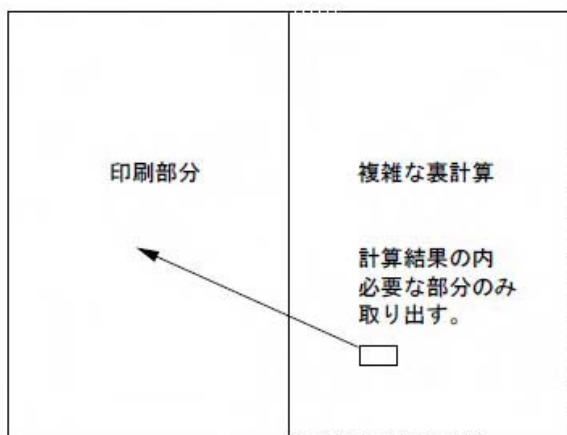


図 7.4 EXCEL 作業画面のレイアウト(右に図 1.1 を再掲)。込み入った計算を右にまとめます。

### 7.3.2 セキュリティに工夫が必要になること

一般的にソフトウェアと言うときは、プログラミング文書やマニュアルなどの書類全体を指し、著作権の対象です。ソフトウェアは、ファイル形式で保存するのが普通ですので、ファイルコピーが簡単にできてしまいます。ソフトウェアに対価を支払うシステムは、著作権を尊重する方法の一つです。しかし悪意が有っても無くても、制限なしにコピーを利用されることは、ソフトウェアの開発者にとっては、道義的に我慢のできない問題です。したがって、物理的な手段を使って、ソフトウェアの肝心な個所の改変ができないような対策を工夫します。このことは、広い概念でセキュリティ(security)の問題としています。この問題は、しばしばハッカーとのいたちごっこの様相になるのですが、本来の目的は、ユーザが誤ってプログラムやデータを破壊しないような安全策を講じることです。EXCEL 場合、その作業ファイル(ブック単位)は、対象としている処理のプログラムとデータとを含めたものです。EXCEL 本体のソフトは、成果品として出す作業ファイルを改変できないようにするため、セルやシートをロック(施錠)する機能が提供されています。ユーザがエクセル Soft で比較設計をする場合には、データを差し替えて計算ができなければなりません、プログラムの骨格を変更できないように保護する方法を取ります。プログラムを正当に評価してもらうには、なんらかのデモンストレーションが必要です。この目的には、EXCEL2007 から、データを含めた全体が変更できない、読み取り専用の最終版の作成機能が追加されましたので、これをデモ版として別に公開することにしました。

### 7.3.3 EXCEL を使う場合の繰り返し計算

数値計算のプログラミングツールとして見ると、EXCELは、原則として、条件判定を組み込んだ自動的な繰り返し処理ができません。Fortranでのdo-continue文、Basicのfor-next文に当たる処理ができません。EXCELの計算は、シート単位で先頭行から順に下向きに計算をする、いわゆる構造化プログラミングになっていますので、処理方法の選択と変更をするgo to文相当の処理がありません。初期値(デフォルト値)を仮定し、後の計算、または別シートで変更が必要となった場合、計算再開処理を前に戻ってやり直し、条件が満足されるまでの試行の繰り返しで対応します。しかし、考えてみれば、これは合理的な機能です。設計計算の場合、主桁断面を仮定し、応力計算をして許容応力度と比較してところで断面の過不足が分りますので、そこで、遡って、断面を決定するか変更するかをユーザが判断します。これを自動的に変更するように設定すると、EXCELのシステムは循環参照のエラーを起こします。自重の計算をするとき、鋼重に仮定値を代入しておくこともそうです。断面設計の場合には、入手できる材料に標準的なカタログ寸法がありますし、加工寸法も切りのよい単位に揃えます。数学的に決まる条件は参考にしても、それを直接使って断面の提案をしません。したがって、新規に設計をするときには、許容値を越えないように手作業を加えます。つまり、一般論として、設計計算にコンピュータを使うにしても、完全な自動化をしません。

## 7.4 エクセルSoftの構成

### 7.4.1 ブック単位の大きさを抑えたこと

設計計算書を公文書としてまとめるときは、既に決定された部材寸法を使って、許容応力などが示方書の規定に合っていることを確認するようにまとめます。再現設計の計算書の場合も同じようにまとめるのですが、建設時と異なる荷重体系を載せたらどうなるか、などの比較計算ができるようにします。許容応力との比較は必要ですが、許容応力を超える結果が出ることを確認する使い方もしますので、条件が満たされるように、自動的な反復計算をするプログラミングはしません。研究目的に利用するときは、考えられる多くの検討事項を一単位のソフトにまとめると便利であると考え易いのですが、実務の設計にも応用できるようにするには、単機能ごとに独立させます。プレートガーダー場合、非合成の場合と合成の場合の比較が必要です。一つのEXCELブック単位で両方の計算に対応できれば便利とは思いますが、当面の問題と無関係になる不要のシートも増えます。全体のブック単位を抑えるように、幾つかの独立したエクセルSoftで提案することにしました。したがって、非合成桁の計算書作成と合成桁の計算書作成は別です。また、それぞれについて、主桁本数別に独立させます。この理由は、格子桁の分配計算式が、主桁本数によって異なるためです。

表 7.1 単純プレートガーダー橋再現設計関連ソフト名(2009年8月時)

標準ファイル名	計算種類	主桁本数	備考
SGNC3S31V00.xls	非合成単純鋼鈹桁(*1)	3	
SGCP3S31V00.xls	活荷重合成単純鋼鈹桁(2)	3	
SGNC4S31V00.xls	非合成単純鋼鈹桁(*1)	4	
SGCP4S31V00.xls	活荷重合成単純鋼鈹桁(2)	4	
INFSGRID.xls	格子桁分配係数計算(*3)		
INFSBEAM.xls	単純梁影響線計算(*4)		

(\*1), (\*2) 大枠的な分類として、非合成桁の計算と合成桁の計算に分けます。  
 (\*3) 格子桁分配係数の計算式の説明と例題をまとめたソフトです。主桁本数によって式が異なりますので、それに合わせてエクセルSoft(\*1), (\*2)が別ファイルになります。  
 (\*4) 支間をn等分(n=2~10)した格点での曲げモーメントと撓みの影響線数値をマトリックスの計算で求めたものです。ここでは、格子桁の分配係数の計算に利用するユーティリティの扱いにしております。

### 7.4.2 ソフト名の命名規則

ソフト名は、英数字10文字とエクセルの拡張子(.XLS)です。その命名規則は、下のようにしました。

SGBBmCnnVkk.XLS      例      SGNC3S31V02.XLS

- 最初の2文字SGは、鋼桁橋：プレートガーダー(steel girder)の意
- 次の2文字BBは合成・非合成の区分記号です。  
 NC:      非合成(non composite)の意  
 CP:      活荷重合成桁(ComPOSITE)の意
- mは主桁本数です。格子桁の横分配計算と関係します。3または4です。
- 英数字3文字Cnnは、準拠する示方書年号です。S31、H14、のように表します。
- Vkkは、バージョン番号です。なお、閲覧用(デモ用)はVNkとします。

### 7.4.3 シートは章別にまとめてあること

エクセルSoftは、形式を整えた計算書の作成が目的です。公文書としての顔を持たせるように、書式と体裁(用紙・横書き・字詰めなど)は、標準的な科学技術レポート形式で印刷出力が得られるようにしてあります。エクセルSoftの目的は、既設橋梁の力学的な特徴を明らかにすることを主眼としますので、製作・架設に必要な項目、例えば添接部の計算などは、意図的に省きました。また、部材全部の情報ではなく、代表的な最大応力断面だけのデータに抑える、などのようにして、印刷ページ数が増えないようにしました。計算書は、計算の流れを章に分け、複数のEXCELシートで構成します。シート番号は、準拠示方書年を頭に付け、計算書の章番号別に分けて、例えばS31-0, S31-1, S31-2, …のように追い番号を付けてあります。ただし、『概要説明』のシートがあり、ユーザ向けに簡単な情報を載せてあります。これは、『ReadMeファイル』に当たります。

## 7.5 ユーザがする作業のあらまし

### 7.5.1 一般図と設計条件を準備する

エクセルSoftは、既設橋梁の調査に利用することが主な目的です。そのためには、その橋梁の**一般図**と**設計条件**を用意することが最初のデスクワーク作業です。既設橋梁の一般図は、通常、その橋梁の管理者が保存していますが、それが得られない場合も含めて、現地で寸法などを当てる必要があります。橋梁には**橋歴板**（ネームプレート）が付いていますので、その記載事項を情報の確認に利用します。

### 7.5.2 複数のエクセルSoftを準備する

プレートガーダーの再現設計に使うソフトは、対象橋梁の主桁本数と、非合成・合成の区別をしたソフト名を別表 7.1 から一つ選べば作業ができます。主桁本数の選択は、現在は3,4の二種類しかありません。5本以上使う場合には、ユーザからの要望が出たときにバージョンを追加することにします。これは、格子桁としての分配係数の計算部分を差し替えなければならないからです。ユーザが自分でソフトを開発することを考えて、格子桁分配係数の計算用エクセルSoft、“INFSGRID.XLS”を作成してあります。再現設計の場合には、同じ断面構成で比合成と合成の計算をして比較しますが、エクセルSoftの場合には独立した別バージョンで個別に計算します。ソフト名は、SGNC…、SGPC…と区別してあります。現在のバージョンは、昭和31年版の示方書に準拠する荷重体系を使い、単位系も重量単位です。ニュートン単位系による計算が必要になる場合は、荷重と応力度の値を重力単位に換算した値を代入すれば、比較計算ができます。最初からSI単位系で統一したバージョンの作成は、今のところ予定していません。

### 7.5.3 計算条件の設定作業

ユーザがする最初の作業は、**シート番号-0**（例ではS31-0）の必要個所に、設計条件を入力することです。数値入力が必要な個所は、EXCELの作業画面で、セルの背景色を薄青色にしてあります。この個所だけが、ユーザのデータ入力を受け付けるようにしてあって、残りのセル領域はロックをかけて変更ができないように設定してあります。このデータは、後続の計算シートで参照しますが、作業開始時には初期値（デフォルトの数値）が設定されています。また、後の計算に必要な途中の計算結果や、他のシートから引用された数値などは、背景色を黄色にしてあります。重要な計算結果で、後の行、または別のシートで参照されるセルは緑色の背景色で強調してあります。これらの中間結果のセルは、自動的に計算されますが、ユーザが不注意に変更できないようにロックがかかっています。プレートガーダーの入力条件の中、特にウェブの桁高を最初に設定してあることに注意します。通常、ウェブ高さは、プレートガーダーの一般寸法として重要な数値です。計画設計の段階では、経験的に支間の1/15前後に決める数値です。このウェブ高さは、主桁の断面計算の個所で参照するようになっています。**シート番号-0**は、データ入力用と同時に計算作業の**まとめ**です。全体レポートの要約ですので、ユーザの控えに残すことを考えています。後半のシートで、主要部材断面の提案と、計算応力度などが計算されて行きますが、それらの抜粋を自動的にフィードバックして表示します。したがって、シート番号-0を利用するだけで、比較設計の計算が直ぐに得られます。例えば、コンクリート床版を増し厚する、自動車荷重を変更する、仮定鋼重を変更する、などが一瞬の中に反映されます。このシートだけで、耐荷力の検討が簡単に、またダイナミックに得られます。

### 7.5.4 橋梁台帳のデータとして利用する

**シート番号-0**は、橋梁台帳のデータを部分的に引き写した内容ですので、これに他のデータを追加して、新しい形の電子化橋梁台帳として再利用することが考えられます。この目的に使うシートは、シート番号-0だけをコピーし、適切な管理名を付けて**別シート**として追加します。この数値データを独立に保存できるようにしておきます。この作業のままでは、その**別シート**は、他のシートのデータとリンクが設定されたままになっています。単独に取り出して利用するためには、リンクを外し、データだけを記録するシートに直す必要があります。これには、一寸したコピー操作を加えます。それはコピーした全体を選択し（ctrl+A）、これ全体をコピーし（ctrl+C）、そのまま、エクセルのメニューから「値の貼り付け」→「形式を選択して貼り付け」→「値と数値の書式」の順に実行します。そうすると、そのセルの外部リンクが切れて、データだけが残るシートになります。念のため、数値の変更を受け付けないようにロックを掛けておくと安全です。同じ作業用のエクセルソフトを使って複数の比較設計をしたい場合には、別名の複数の管理用シートを、そのまま残しておくことができます。これらを、管理データだけを集める独立したEXCELブックに保存しておくことを薦めます。

### 7.5.5 シートの構成はトラス橋のエクセルSoft と相似であること

シート番号-1以降が、レポート本体です。この原稿は、先のシート番号-0 に記入しておいたものを参照して計算を進めていきます。シートの内容と体裁とは、例えば、トラス橋のエクセルSoft とほぼ相似に作成されていますので、ここでは詳しい説明を省きます。シート番号-3 が主桁断面を決定し、応力度を計算する主要な部分です。断面提案に使う式を参照するため、第5章で紹介した本文の枠つき式をイラストの形ではめ込んであります。

### 7.5.6 製作時に決める詳細寸法の扱いをしていないこと

プレートガーダー橋に限りませんが、鋼橋全体の予算の内、鋼材価格が相対的に大きな比率を示すことから、経済性を追求する設計では、応力に合わせてこまめに断面を対応させます。プレートガーダーの上下フランジの板厚と板幅は、最大応力度になる支間中央の断面が設計の注目点ですが、支点に向かって適当な個所で断面を節約します。全体の鋼重量を正確に見積もりたいときは、主桁の断面変化を考え、さらに補剛材や添接材なども重量計算をしなければなりません。しかし、経験的には、主桁最大断面で全支間を通したとして計算した値と、ほぼ等しくなることが知られていますので、製作時の情報を捨象しても、大きな誤差にはなりません。ただし、上フランジは、鉄筋コンクリートのスラブを支えるだけの、或る最小幅が必要です。この寸法は、耳桁の場合、張出し部部分のスラブ実効支間の計算に使用しますので、仮定値を決めておきます。

### 7.5.7 全体重量の検証をする

そもそも設計計算の目的は、使用材料の寸法と重量を求めることです。全体の重量は、詳細な製作図を描いてから材料表を作成し、それから重量を積算します。この重量は死荷重として計算に必要ですが、計画設計の段階では判りませんので、経験則を使って見積もります。しかし、応力計算を元に所要断面寸法が計算できれば、それを参考にして、比較の実情に合った重量が得られます。かなり大雑把な仮定ですが、再現設計は、重量計算と、撓みの計算で締めくくります。

## 8. RC・PC スラブ橋の計算

### 8.1 問題点の解説

#### 8.1.1 並列コンクリート桁橋の計算は版モデルを使う

この章から、RCまたはPCの桁を並列して、全体として均質なスラブ橋として扱うときの計算法を解説します。鋼のプレートガーダーを並列させた橋梁構造の計算は、格子桁の計算をして幅員方向の分配計算をすることが必要です。二つ前の第6章は、格子桁の分配係数の計算法を解説しました。製作や架設の段階での鋼桁単独は、振れに対して頼り無い性質を示します。したがって、この格子構造の力学モデルは、主桁と横桁の振れ剛性を無視します。現実には、振れ剛性を考える格子桁モデルが一举に複雑になることに加えて、実際の振れ剛性を見積もる方法も良く分らないからです。コンクリート構造では、厚み一定の床版が典型的なスラブ構造です。桁を並べる構造であっても、スラブと組み合わせたT形断面は、スラブを桁で補強した形と見るか、逆に、全体高さの厚みから断面を節約した形と見ることもできます。したがって、力学モデルは、等厚均質なスラブの場合と、振れを考えない格子構造を均した擬似的なスラブの場合、との中間の性質を考えます。この理論的なモデルを、**直交異方性版**と言います。振れの影響が全くない版構造は、例えとして、海苔巻きを作るときのスタレを縦横に組み合わせた平面構造を考えて下さい。直交異方性版は、等厚均質な弾性版とスタレ版との中間になりますので、振れの寄与を数値的に見積もらなければなりません。

#### 8.1.2 振れ剛性は二種類あること

橋全体は、断面形が変形しない一つの棒状の部材と仮定すると、振れ剛性がないと安定な部材になりません。構造力学的に言うと、支点を外して取り出すと簡単に振れますので、内的に不安定な構造です。両支間で、少なくとも2個の対の支承を使うことで、全体が振れに対して外的に安定な構造になります。振れは、幅員の左右で逆対称の荷重の対で生じるとし、これを左右主桁の反対向きの曲げ撓みで受け取ります。これを**曲げ振れ剛性**で持たせると言います。振りモーメント（トルク）だけに抵抗するように設計する部材は、自動車の車軸などの回転軸、例えばプロペラシャフトがあります。この振れを、曲げ振れに対して**単純振れ**、または**サンブナンの振れ**(Saint Venant)と区別して言います。トルクに抵抗するのは断面の剪断応力度の方です。橋梁断面は、複数の部材が集合した構造ですので、トルクは、曲げ振れと単純振れの両方を考えます。単純振れ剛性が十分に大きい単独の箱構造と仮定できるとき、幅員方向に偏心して荷重が載っても、大きな振れ変形が起きません。応力度は、純曲げと純振れとを個別に計算できます。幅員に対して支間が長い橋を計画するとき、単純振れ剛性の小さな並列2主桁橋は、振れに抵抗させるため、左右の主桁間隔を広くしなければなりません。単独の箱桁断面を採用すると、箱桁の横幅寸法を支える左右支承の間隔は、静的な全体転倒の安全だけを考えればよく、さらには橋脚や橋台の幅も、相対的に狭くすることができます。

#### 8.1.3 曲げ撓みと剪断撓みも理解しておくこと

単純橋の撓みの計算は、通常、**曲げ変形**だけで計算します。しかし、トラス橋では、実質的には曲げ変形と剪断変形とが合わさった撓みが起こります。平行弦トラス橋で、斜材の断面積が上下弦材と垂直材の断面積に較べて小さい場合を考えて下さい。このトラスの撓みは、斜材が伸縮して、パネル間の矩形が平行四辺形に変形することで起きます。これが**剪断変形**です(図8.1下)。実際のトラスの撓みは、曲げ変形(図8.1上)が合わさって起きます。超高層ビルは、剪断変形を主に考えますので、図8.1下を縦位置に置くモデルです。トラス橋が立体的な棒状の部材としてトルクに抵抗する原理は、トラスの上下と左右の平面トラス組みが、マクロに箱断面を構成するからです。各トラス面は、面内力に対して、それぞれ剪断力を伝え、曲げ変形分と剪断変形分とが合わさります。トラス橋の振れは、全体を立体骨組みと仮定して変形を計算するのが正しい扱いです。しかし、マクロに均して理論的に扱うときは、曲げと振れ、双方の剛性を持つ棒状のモデルに仮定して変形を計算します。

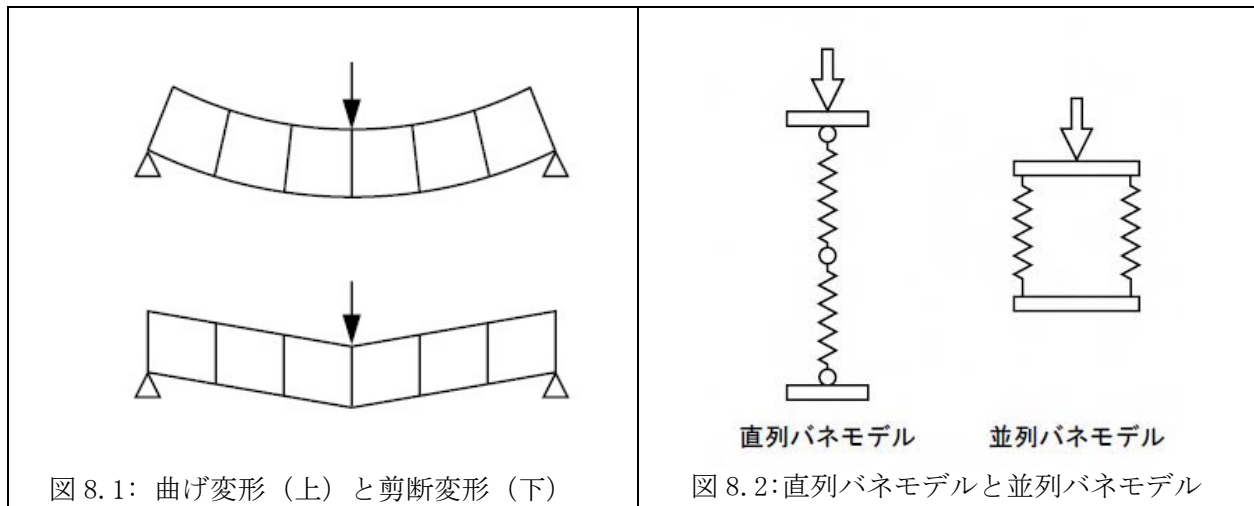


図 8.1: 曲げ変形 (上) と剪断変形 (下)

図 8.2: 直列バネモデルと並列バネモデル

### 8.1.4 変形については二通りのモデルがある

トラス橋の撓みを計算するときの力学モデルの扱いは、原理として、二つの場合を考えます。一つは曲げ撓みと剪断撓みとを合算します。それぞれの撓みが発現する力学モデルは、バネを独立に扱うことができる場合です。これを直列バネモデルと呼ぶことにします (図 8.2)。もう一つは、例えば、重ね梁のモデルです。図 8.1 は、上下で骨組みを独立させた構造を描いてありますが、二つの桁全体を垂直材などで上下を繋ぐ構造が並列バネモデルになります。全体の撓み変形は上下で同じですが、剪断力を受け持つ比率が、スパン方向で変化します。これを並列バネモデルと呼ぶことにします。全体としての撓みは、上下への荷重分配効果が効いて、個別の撓みよりも小さくなります。橋の振れ変形を考える力学モデルは、原理的に、並列バネモデルの考え方で扱います。単純振れと曲げ振れとが協力しますので、単純振れ剛性が大きくなると、曲げ振れだけを考えた場合の左右の桁への曲げ変形の分配が (1, 0) 分配から (1/2, 1/2) の方に寄ります。

### 8.1.5 曲げ剛性と振れ剛性を持つ格子構造をどう扱うか

格子桁の分配係数を、より理論的に計算したいとき、まず、主桁だけが、曲げ剛性に加えて振れ剛性も持つとする力学モデルを考えます。代表的には Homberg がこの解析法を公表しています。しかし、設計に応用するには複雑過ぎる嫌いがあります。実用的な計算は、2 主桁構造までです。コンクリート橋 (RC, PC とも) は、肉厚の桁断面自体が或る程度の振れ剛性を持ちますので、並列する桁全体を均質な直交異方性版にモデル化することが実用的です。PC 桁を多く並べる桁橋の計算では、Guyon-Massonet (ギヨンとマソネ) が提案した分配計算の方法が主に使われていました。コンピュータが手軽に利用できなかった時代、直交異方性版の応力を一般的な設計事務所で数値計算することは殆ど不可能でしたので、基本的な条件であらかじめ計算した数表を利用して、二種類の内挿法で幅員方向の分配を求めます。直交異方性版は、桁の振れ剛性をパラメータ  $H$  (後の式 8.1 参照) で考慮するのですが、これを、完全な弾性版の場合と、振れを考えない版 ( $H=0$ ) の場合との両極端の計算が数表にまとめられていますので、実際はその中間になるとした内挿計算をします。数表は、主桁の本数を均した版について、幅員方向を 8 等分した格点で計算してありますので、主桁位置での分配を再度内挿して桁個別の分配を求めます。直交異方性版でモデル化すると、主桁と横桁の単純振れ剛性を考えに入れますので、分配効率が向上します。振れ剛性は、実際の構造で測定し、理論仮定値との突き合わせが必要です。しかし、実測の方は殆ど行われていませんでした。機械部品の場合には実物モデルを使った実験ができますが、橋梁構造物では実物が大きすぎることで、構造が複雑ですので、測定が難しいからです。一つの手掛かりは、筆者らが開発した簡易振動測定をして、幅員全体としての撓み振動と、左右非対称の振れ振動数を測ることで、擬似的に 2 主桁橋としての分配効果が比較できます。測定例は未だ多くありませんが、鋼のプレートガーダーに較べて、コンクリート系の桁橋の分配は、効率がよいことが分かってきました。また、単純トラス橋は、見かけが華奢であっても、案外、単純振れ剛性が効いて、左右主構への分配の効率がよいことも分かってきました。



### 8.1.6 桁の並びを均して版にモデル化する

最も基本的なスラブが**等方性版**です。鉄筋コンクリートの床版は、縦横に鉄筋を入れ、方向性のある細部構造を持ちますが、設計上は等方性版を仮定します。橋梁構造、特にコンクリート橋では、縦横等間隔に補剛の意義を持つ桁またはリブ（肋）を入れた格子構造全体を、マクロに均したスラブでモデル化します。縦横2方向で単位幅当たりの曲げ剛性が異なりますので、力学モデルは直交異方性版です。コンピュータが便利に利用できなかった時代、理論的に扱い易い微分方程式を解くモデルが工夫されました。材料力学的に等方性版を扱うときは、材料のポアソン比の影響も考えます。縦方向に単純曲げを加えると横方向に反対向きの曲げ変形が出ます。これは、軟らかな消しゴムを曲げると、その状態を見ることができ（図 8.3）。しかし、構造解析に使うモデルは、この条件を考えません。FEMを利用する場合のモデルは、微分方程式に原理があっても、有限個数の注目点と考えた離散化モデルに直します。それならば、元の骨組みモデルから、扱い易い計算式を提案することの方が勝ります。第6章の格子桁の解析では、分配横桁の変形の計算式を階差式に直して、マトリックスの計算式に載せるように整理しました。版を扱う場合も、幅員方向の変形は、等間隔に分割した注目点を考えて、同じく、階差式に整理する計算式を、この章で紹介します。

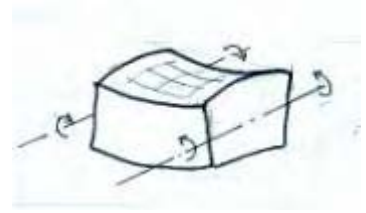


図 8.3: ポアソン比を考慮するときの版曲げ歪み

## 8.2 直交異方性版の解析モデル

### 8.2.1 二方向を考えた四階の微分方程式を扱う

理論解析の出発は、まず、梁の曲げ変形を扱うときの微分方程式を、平面的な広がりを持つ直交異方性版の変形に応用する式に拡張します。これを下のよう表します。

$$B_x \frac{d^4 w}{dx^4} + 2H \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + B_y \frac{d^4 w}{dy^4} = p(x, y) \quad \dots(8.1)$$

ただし

- $w$ ;           スラブの撓み、下向きを正とします
- $B_x, B_y$ ;       スラブの $x, y$ 二方向の単位幅当たり曲げ剛性
- $2H$ ;           スラブの単位幅当たりの縦横捩れ剛性の和
- $p(x, y)$ ;        $x, y$ 平面に垂直に作用する分布荷重

式(8.1)に示すパラメータ  $B_x, B_y$  については、並列した主桁、横桁の曲げ剛性を桁間隔で均した値ですので容易に理解できるでしょう。桁単独を考えると、曲げ剛性は、ヤング率  $E$  と断面二次モーメント  $J$  の積を使います。桁単独の単純捩れ剛性は、剪断変形に関係しますので、剪断剛性係数  $G$  と捩れの方の二次モーメント  $K$  を使います。コマのように回転させるときに考える力学的慣性モーメントは、二方向の曲げ計算用断面二次モーメントの和です。剪断応力度の分布に関係する二次モーメント  $K$  はこれより下がります。同じになるのは、均質材料の円形断面の棒部材だけであって、 $K=2J$  です。一般的な断面形の数値計算に使う式は、例えば、デザインデータブック（橋建協）の公式集などを使います。一方、剪断剛性係数  $G$  は、材料のポアソン比と関係しますが、 $2G < E$  です。つまり、 $GK \leq EJ$  の性質があります。縦横2方向に桁を並列して、全体を均質な直交異方性版のスラブでモデル化するとき、式(8.1)の  $H$  は、 $2H \leq (B_x + B_y)$  です。このことを考えて、式(8.1)の微分方程式を解く場合には、パラメータ  $H$  は、 $B_x, B_y$  と無関係に決めるのではなく、式(8.2)の条件を仮定します。

$$H \leq \sqrt{B_x B_y} \quad \dots(8.2)$$

### 8.2.2 曲げモーメントは単位幅の桁として計算する

理想的な等方性の弾性版は、 $B_x = B_y = H$  とした式を扱います。 $H=0$  と仮定すると、捩れ剛性を考えない格子桁構造をスラブにモデル化することです。数学的な課題は、版の形状と境界条件を決め、荷重の種類を変えて、式(8.1)の解  $w$  を求めます。版は二方向を考えますが、梁の力学と合わせるように座標系や符号の正負の約束を決めます。版を構成する桁単位の曲げモーメントは、下の式(8.3)に示す単位幅当たりのスラブ幅の曲げモーメントを桁幅分で加算し、桁単位の曲げ応力度を検査します。捩れによる剪断応力度の計算は、実用的には無視します。

$$\begin{cases} m_x = -B_x \frac{d^2 w}{dx^2} \\ m_y = -B_y \frac{d^2 w}{dy^2} \end{cases} \quad \dots(8.3)$$

### 8.2.3 回転の慣性モーメントの計算も必要になる

梁の曲げ変形と応力度を計算するとき、断面に直交する垂直・水平二軸回りの断面二次モーメントが必要です。荷重は、普通、垂直方向だけを考えますので、断面の重心を通る水平軸回りの断面二次モーメントを使います。合成断面の場合には、材料のヤング率違いを重みとして計算します。橋梁の部材断面は、複数の材料を合成して構成することが多いので、実用的な計算には、或る材料の弾性係数を基準とし、他の材料はヤング率の比を重みにして加算する方法が便利です。鉄筋コンクリートの場合、鉄筋断面積をコンクリート断面に換算するときの  $n = E_s / E_c$  がそうです。PC橋でも、後から追加する弾性係数の異なるコンクリート断面があり、PC鋼材のヤング率も普通鉄筋と少し違います。生のヤング率や剪断剛性係数を使う代わりに、 $n$  のような無次元化した数で扱う方が、計算書が判り易くなります。捩れ振動を計算するとき、図形の重心を回転軸とした質量慣性モーメントが必要です。同じ材料の部材であれば、垂直・水平二軸回りの断面二次モーメントの和に密度を掛けます。ただし、橋梁断面のように異なる材料が組み合わさった断面では、材料の比重を重みとして計算します。捩れ剛性は、捩れの復元力の方で必要です。捩れ変形を扱うときの二次モーメント（前々項の  $K$ ）は、回転の方の質量慣性モーメントとは別に計算します。その理由は、剪断応力度の分布が断面の重心からの距離に比例しないからです。

### 8.2.4 単純版の解析が基本であること

式(8.1)を解く場合に考える条件が三つあります。材料力学的な仮定を、①弾性条件と言います。これには力の釣合条件を含みます。全体の幾何学的形状と支持条件とを合わせて、②境界条件と言います。全体形状に円形やひし形なども見られますが、通常は矩形を扱います。鉄筋コンクリートスラブは、主桁または縦桁間隔で、単純支持・連続・片持ち梁の区別をしますが、自動車の進行方向には無限に連続した幅を仮定します。橋全体をスラブでモデル化するとき、支間方向（ $x$  方向）を単純支持、幅方向（ $y$  方向）は左右で自由縁を仮定します。スラブ上に載せる荷重の大きさとその分布形状を吟味する方は、③荷重条件と言います。この扱いを影響面の形で求めることが、スラブ橋解析の主題です。橋梁に載せる活荷重を理論的に扱いたいとき、マクロに考えて点状の狭い範囲に作用する集中荷重を考えたいところです。しかし、柱や梁を扱う場合の理論モデルとしての代数的な集中荷重とは異なって、版の解析には使うことができません。現実的には、平面的な広がりを持たせた分布荷重を載せます。床版は自動車のタイヤ荷重を直接受けますので、示方書のT荷重が規定する自動車のタイヤ荷重は、タイヤの空気圧で決まる支圧応力度で路面に分布させるとして接地長と接地幅を決めています。もしジャッキなどを介して重量車を支え、狭い範囲に大きな荷重が作用すると、実構造では押し抜き剪断破壊を起こします。舗装は、タイヤの接地面積を広げ、支圧応力度が局部的に大きくなるようにする重要な働きを持たせています。

### 8.2.5 影響面を考えるとときはフーリエ級数分布の荷重を使う

橋梁の主桁と横桁を組み合わせて、全体を版とみなして計算をする場合、個別のタイヤ重量を間接荷重に置き換えた簡便化した荷重モデルで扱います。理論的な考え方は、針の先のような先鋭な集中荷重を、単純支間方向にフーリエ級数に展開し、個別に正弦関数形をした線状の分布荷重で合成します。理論の上では、無限に多くのフーリエ項の計算を加算しなければなりません、集中荷重直下が特異点になりますので、その場所での影響値の数値を、精度よく数値計算することができません。この問題を実用的に解決する方法は、影響面の形状が、支間方向と幅員方向とでそれぞれ相似になっていると仮定します。さらに、荷重をフーリエ級数に展開したとき、第1項の分布荷重の影響だけを考え、幅方向の影響線形状を分配と言う概念でまとめます。第6章で解説した格子桁の計算で、主桁支間の中央に一本の分配横桁があるとしたモデル化と対応するものです。単純支間方向（ $x$ ）の支間長を $L$ として、半波形の正弦波形状の線荷重（図8.4）を載せると、横方向のスラブの変形を表す式(8.1)から、変数 $x$ を使わない式(8.4)が得られます。この扱いを、数学的には変数分離と言います。

$$B_x \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 w - 2H \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{d^2 w}{dy^2} + B_y \frac{d^4 w}{dy^4} = p(y) \quad \dots(8.4)$$

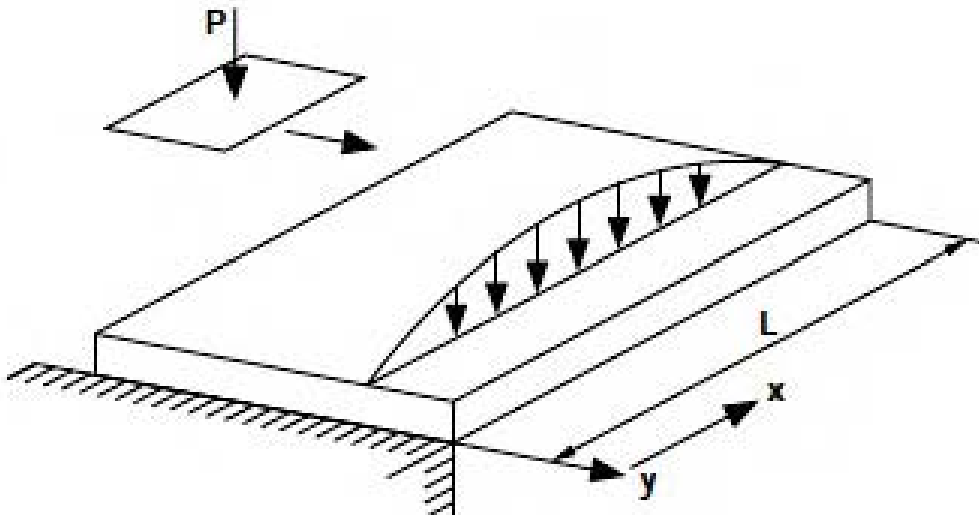


図 8.4: 集中荷重は、支間方向の正弦波形の線荷重で合成する

### 8.2.6 力学モデルは軸力が作用する梁が弾性床上に載っている

説明の手段として代数式を使うことには我慢してもらいますが、代数式(8.4)が表す力学的意味を理解しておくことが大切です。この式は、スラブの横方向変形を単位幅の梁で扱っています。曲げ剛性が $B_y$ である梁が弾性的な床で支えられ、さらに軸力で引っ張っている構造です（図8.5参照）。弾性床は、 $w$ に比例して上向きの分布反力を発生するバネの作用をします。 $H$ を含む項の力学モデルは、軸力が梁の曲率に比例して変形を小さくする内力を発生します。主桁と横桁の捩れ剛性の影響が反映する項です。主桁の捩れ剛性を考えない格子桁をスラブモデルで扱うときは、 $H=0$ を代入します。軸力は、桁の端部で、桁の撓み角度分の垂直方向の成分が梁の剪断力と釣合います。版断面全体として見たとき、厚み内部には軸力が作用しませんが、捩れ剛性の寄与を扱う数学モデルは、形式的に軸力の作用と相似の式になります。曲げ変形を減少させ、分配の効率が向上します。ただし、軸力を作用させる一般的な梁モデルは、吊橋が引っ張り軸力が作用する梁、アーチ橋は圧縮力が作用する梁です。これらの軸力の大きさには制限がないのですが、版の変形では、式(8.2)の条件があることに注意します。

### 8.3 弾性床上の梁の解析

#### 8.3.1 数学問題としての扱いから始める

前節に続く次の課題は、弾性床上の梁に集中荷重が作用するときの、境界条件、荷重条件、解のまとめ方の約束を決めることです。まず、式(8.4)の荷重項を0とした場合の4階微分方程式の一般解を求めます。数学的な解は、複素数の4つの指数関数  $\exp(\pm \alpha y \pm \beta iy)$  で得られるのですが、実用計算には、三角関数と双曲線関数とを使います。4つの定数項  $R$  を未知数とする線形式を、下の式(8.5)で表します。パラメータ  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\rho$ 、 $T$  は、 $B_x$ 、 $B_y$ 、 $H$  の比に関係しますので、後の式では  $B_x = 1$  として式を扱います。弾性床のバネ定数は  $\rho$  とします。ただし、これらの定数には、元のスラブの支間  $L$  を含みます。スラブの全幅は、ギヨン・マソネの方法と合わせて  $2b$  とします。この幅を  $n$  等分した点を解析上の格点とし、格点間（パネル）の長さを  $\lambda$  とします。ギヨン・マソネの計算法では、 $n = 8$  の場合だけを解くのですが、ここでの解法は任意の整数の場合 ( $n \geq 2$ ) に応用できます。

$$w = R_1 \sin \beta y \sinh \alpha y + R_2 \sin \beta y \cosh \alpha y + R_3 \cos \beta y \sinh \alpha y + R_4 \cos \beta y \cosh \alpha y \quad \dots(8.5)$$

ただし、 $R_1, R_2, R_3, R_4$  は、別の条件で決める定数です

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{B_x}{B_y} + \frac{H}{B_y}} \right)}, \quad \beta = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{B_x}{B_y} - \frac{H}{B_y}} \right)} \\ \rho = \frac{B_x}{B_y} \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \text{ 弾性床バネ定数}; \quad T = \frac{2H}{B_y} \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \text{ 換算の軸力} \end{array} \right.$$

#### 8.3.2 橋梁工学の視点で解をまとめる

式(8.4)は、版の解析を進めるときの一段階として導かれた梁の力学モデルです。橋梁計算に使う場合には、主桁間隔を  $2\lambda$  とし、主桁  $n$  本分の幅をスラブ幅とします。構成する個別の主桁が弾性床の作用をします。幅員方向に分布する荷重の何%を受け持つかを求めると、弾性床上で支持された横梁の撓み図を求めます。構成する主桁の位置を注目点とし、単位集中荷重が幅員方向に移動するとして、注目点の撓みの影響線を求めれば、これがその桁の荷重分担の影響線とほぼ相似です。ギヨン・マソネ法は、幅方向の8等分点を注目点とし、荷重もその個所に作用させるとして計算します。主桁の数が等間隔の4本であるときは、主桁位置での影響値が奇数番の注目点を使うことができます(図8.5)。そうでないときは主桁位置での影響値は、近似的に内挿法で求めます。格子桁の場合には主桁位置での分配係数を計算しますが、版にモデル化するときには、版全体の平均撓みが1になるように撓みの影響値を標準化します。これは、幅員全体に等分布荷重が作用するときの撓みを1とする約束です。そうするためには、集中荷重を  $P = n\lambda$  とし、式(8.5)で示した  $\rho$  を撓み  $w$  に乗じます。或る主桁に注目して集中荷重に対する分配係数の形に考えたいときは、その主桁の勢力圏に相当する幅  $2\lambda$  の影響線面積と全幅の影響線面積の比で求めます。式(8.4)を、標準化して撓みの平均値を1とするときは、曲げ剛性  $B_y$  を単位化し、それに合わせて他の定数も扱い易くした梁モデルにします。梁の曲げモーメントと剪断力は、式の誘導や展開のときに使われるだけですので、例えば、式(8.3)に示す曲げモーメント  $m_y$  の計算では  $B_y = 1$  に理想化したモデルを使います。

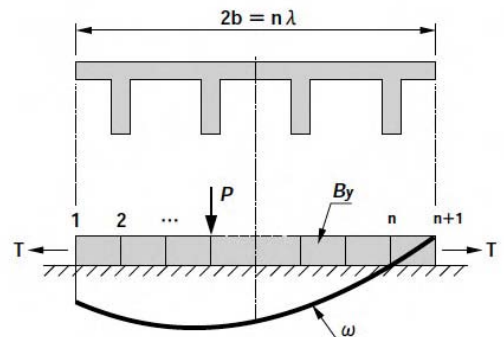


図 8.5： 弾性床で支えられた梁

### 8.3.3 階差式は二パネル分を考えるだけで済ませる

スラブの横変形をモデル化した弾性床上的の梁の解は、スラブの幅方向を等間隔に区切った注目点（格点）だけで考えます。この場合は階差式で整理すると便利です。ギヨン・マソネ法のように、常に8等分で計算する必要はありません。パネル数を  $n$  とし、格点に左から  $1, 2, \dots, n+1$  と番号を振ります。連続した3格点の番号記号に  $i, j, k$  と使います（図 8.6）。格点での撓みだけを扱いますので、撓みを大文字の  $W$ 、曲げモーメントを  $M$  の記号で表し、座標に代えて番号を付けます。荷重は、集中荷重を格点だけに作用させます。弾性床からは、撓みに比例して上向きの分布反力  $\rho w$  が発生します。梁の単位長さ当たりのバネ定数は、式 (8.5) に、記号  $\rho$  で示してあります。パネル間は荷重がありませんので、式 (8.5) がその間の変形を表す一般式です。階差式を使うときは、便宜的に中間の格点を座標原点に考えて、左右の格点位置での応力と撓みとを相対的に表すことにします。集中荷重が作用した個所の左右では、剪断力が不連続ですので、特解を別に求めます。この扱いは、集中荷重の作用位置から右側だけに、変形式 (8.6) を追加します。この式の境界条件は、中間格点の位置 ( $y=0$ ) で、撓み、撓み角、曲げモーメントが 0、剪断力が格点で負の向きの集中荷重と釣合う条件で解きます。式 (8.5) の係数  $R_2$ 、 $R_3$  に相当する関数項だけが残ります。この特解を加算する解き方を、数学的には ラプラスの方法 と言います。

$$w_p = P_j R_p (\alpha \sin \beta y \cosh \alpha y - \beta \cos \beta y \sinh \alpha y) \quad \dots(8.6)$$

ここに

$$R_p = \frac{1}{2\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}$$

後の計算で使いますので、2階微分の式も示します。

$$\frac{d^2 w_p}{dy^2} = \frac{P_j}{2\alpha\beta} (\alpha \sin \beta y \cosh \alpha y + \beta \cos \beta y \sinh \alpha y) \quad \dots(8.7)$$

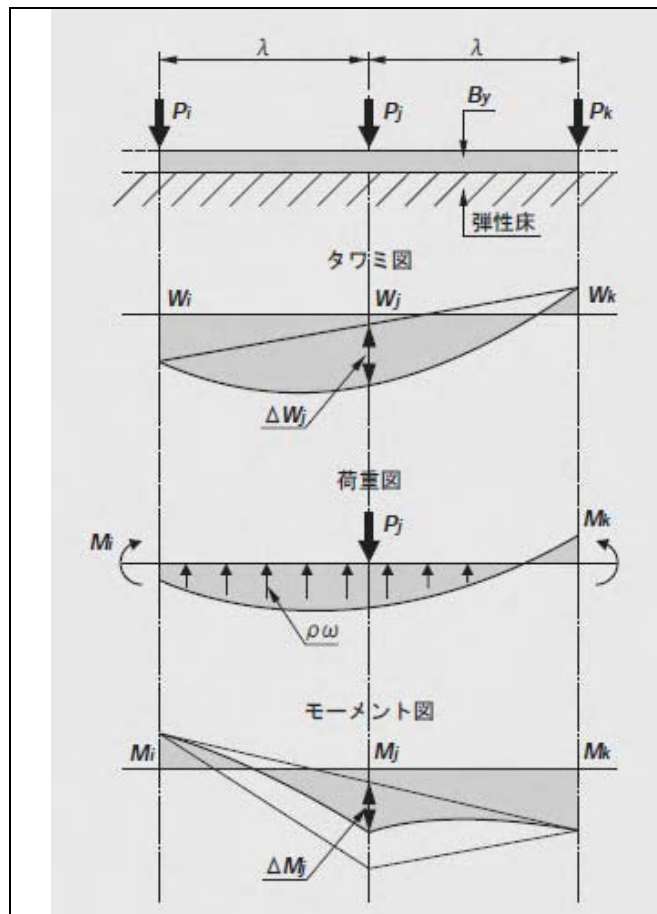


図 8.6: 二パネルを取り出した弾性床上的の梁の力学モデル

### 8.3.4 相対的に中央格点の撓みを求める

図 8.6 の撓み図  $w$  を与える計算式は、中央格点に  $y$  座標の原点をおきます。左右格点の座標位置は、 $y = -\lambda$ 、 $y = +\lambda$  を式(8.5)に代入します、右格点は、集中荷重よる変形分として式(8.6)を加えます。集中荷重分を考えた変形に注目する弾性条件を、二次の階差式の形でまとめます。

$$\begin{aligned} \Delta W_j &= \frac{1}{2}(-W_i + 2W_j - W_k) \\ &= -R_1 \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda + R_4(1 - \cos \beta\lambda \cosh \alpha\lambda) \\ &\quad - \frac{1}{2} P_j R_p (\alpha \sin \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - \beta \cos \beta\lambda \sinh \alpha\lambda) \quad \dots(8.8) \end{aligned}$$

式(8.5)にある4つの係数の中、 $R_2$ と $R_3$ とは非対称の変形項ですので式(8.8)では消去されます。また、 $y$ 座標の原点位置での撓み値から、 $R_4 = W_j$ です。支間中央の曲げモーメントの一般式は、式(8.5)の変形を二度微分した式に、式(8.3)に示すように曲げ剛性  $B_y (=1)$  を乗じて求めます。中央格点での曲げモーメント  $M_j$  を求めることで、残った係数  $R_1$  が決定できます。まとめると；

$$\begin{cases} R_1 = \frac{-1}{2\alpha\beta} ((\alpha^2 - \beta^2)W_j + M_j) \\ R_4 = W_j \end{cases} \quad \dots(8.9)$$

### 8.3.5 相対的に中央格点の曲げモーメントを求める

左右格点での曲げモーメントに対して、相対的に中央格点での曲げモーメントを求める二次の階差式を、式(8.8)と同じような形で求めます。これは釣合条件に当たり、梁の変形  $w$  を二回微分する式(8.3)に、式(8.5)と式(8.6)を代入します。差し当たって、係数  $R_4$  と  $R_1$  とに、式(8.9)を代入しないで、そのままにしておきます。

$$\begin{aligned} \Delta M_j &= \frac{1}{2}(-M_i + 2M_j - M_k) \\ &= R_1 [(\alpha^2 - \beta^2) \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda + 2\alpha\beta(\cos \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - 1)] \\ &\quad + R_4 [-2\alpha\beta \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda + (\alpha^2 - \beta^2)(\cos \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - 1)] \\ &\quad + \frac{P_j}{4\alpha\beta} (\alpha \sin \beta\lambda \cosh \alpha\lambda + \beta \cos \beta\lambda \sinh \alpha\lambda) \quad \dots(8.10) \end{aligned}$$

### 8.3.6 マトリックスの形で表す

式(8.10)は階差式ですが、 $M_1=M_{n+1}=0$  の境界条件を考えた式です。i, j, k を順に変えると、 $M_2 \sim M_n$  に関する連立一次方程式を意味しています。階差式のままでは分かり難いので、印刷ページ数は増えますが、視覚的に見易くなるマトリックスの形で表します。

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & \\ & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ M_n \end{bmatrix} + C_0 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ M_n \end{bmatrix} \\
 & = C_1 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_2 \\ W_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ W_n \end{bmatrix} + C_2 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ P_n \end{bmatrix} \quad \dots(8.11)
 \end{aligned}$$

式(8.11)で使うパラメータ  $C_0$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  は、式(8.9)、(8.10)から得られ、下の式(8.12)にまとめました。具体的に数値計算をするときに使います。式(8.11)の中を書くとき、表現が混雑しますので別にまとめました。マトリックスの成分が0である個所は、0の表記を省略しました。以降の表記もそうです。

$$\begin{cases} C_0 = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda + (\cos \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - 1) \\ C_1 = -\frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{2\alpha\beta} \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda \\ C_2 = \frac{1}{4\alpha\beta} (\alpha \sin \beta\lambda \cosh \alpha\lambda + \beta \cos \beta\lambda \sinh \alpha\lambda) \end{cases} \quad \dots(8.12)$$

式(8.11)の左辺は、対角線要素を  $(1 + C_0)$  に、その両隣を  $-0.5$  とした正方マトリックスに集約できます。この逆マトリックスを求め、これを  $[T_M]$  略記し、式(8.11)の右辺にある単位マトリックスと置き換えると、 $M$  を  $W$  と  $P$  とで表した式が得られます。

$$\begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ \dots \\ \dots \\ M_n \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_2 \\ W_3 \\ \dots \\ \dots \\ W_n \end{bmatrix} + C_2 \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ \dots \\ P_n \end{bmatrix} \quad \dots(8.13)$$

### 8.3.7 撓みと荷重の関係もマトリックスで表す

式(8.8)は、連続する格点での撓みを階差式の形で表したものです。このままでは分り難いので、式(8.11)と同じように、視覚的なマトリックス表現に直します。パラメータが入り組んだ表現になりますので、パラメータを $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ と略記しておきます。

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & \\ & & -1 & 2 & -1 & \\ & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ W_n \\ W_{n+1} \end{bmatrix} + D_0 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_2 \\ W_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ W_n \end{bmatrix} \\
 & = D_1 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ M_n \end{bmatrix} + D_2 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ P_n \end{bmatrix} \quad \dots(8.14)
 \end{aligned}$$

式(8.14)の左辺、 $(-1, 2, -1)$ の係数マトリックスだけは、 $(n-1)$ 行 $\times$  $(n+1)$ 列の矩形行列であることに注意します。他は $(n-1)$ 行 $\times$  $(n-1)$ 列の正方マトリックスです。定数係数 $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ は、式(8.14)を見易くするためと、数値計算に利用する便を考えて下にまとめます。

$$\begin{cases} D_0 = -\frac{(\alpha^2 - \beta^2)}{2\alpha\beta} \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda + (\cos \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - 1) \\ D_1 = \frac{1}{2\alpha\beta} \sin \beta\lambda \sinh \alpha\lambda \\ D_2 = -\frac{1}{4\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)} (\alpha \sin \beta\lambda \cosh \alpha\lambda - \beta \cos \beta\lambda \sinh \alpha\lambda) \end{cases} \quad \dots(8.15)$$









ンにします。EXCEL本体は、成分を表の形にして演算を進めることができますが、上に挙げた計算式は、エクセル本体の印刷機能では正確なフォント表現が得られませんので、式を一旦グラフィックス化しておいて、印刷領域を外したところに説明用として挿入してあります。ページ数が多くなりますので、具体的な数値計算例は、EXCEのデモソフトに載せましたので、そちらを閲覧して下さい。

## 9. PC桁橋計算エクセル Soft の解説

### 9.1 PC桁の製作環境

#### 9.1.1 用語の解説から始めます

プレストレス(prestress: PS)の単語自体は、応力調整を目的として、製作・架設・施工を行う動詞の意義で使われます。日本語の環境では、外来語はすべて名詞扱いをしますので、元の英語で名詞の意義を言うときに動名詞のprestressingと書きます。コンクリート構造に応用することで広く使われるようになりましたが、その英語綴りは、過去分詞の形prestressed concreteです。日本語に直すとき、正式にはプレストレストコンクリートですが、一字詰めてプレストレスコンクリートの方が一般的です。カタカナ語は字数が増えますので、専らPCの省略形が使われます。因みに、鉄筋コンクリートの元の英語は、正しく書くならばsteel reinforced concrete: RCであって、補強の意義を持つ動詞の過去分詞を形容詞としています。補強鉄筋を名詞的に言うときは、steel reinforcementです。コンクリートは引張強度に多くを期待できない材料ですので、計算上、鉄筋を使うまでもない無筋コンクリート(plain concrete)と言う場合であっても、実際には何がしかの用心鉄筋を使います。

#### 9.1.2 死荷重応力は一意に決まらない

構造力学的に言うと、不静定構造物の死荷重応力(曲げモーメントや軸力など)は、架設の方法次第で分布が変わります。したがって、部材断面の設計は、架設の段取りから考えなければなりませんし、また、架設段階で設計通りの応力を実現させる施工時の工夫が必要です。この全体が応力調整であって、多くの技術と経験が反映されます。構造部材単体は三次元的な連続体の形状を持ちます。理論的に扱うときは、理想化した条件を仮定した微分方程式を元に解析をします。しかし、構造力学的にマイクロに見れば、複雑で巨大な次数を持つ不静定構造です。実用的な計算をするとき、連続した全体の内、飛び飛び(離散的、discreteの訳)の座標位置で考えますので、最初からそれに合わせる解析法として有限要素法(Finite Element Method: FEM)が応用されます。しかし、外力が全く作用していなくても、連続体の内部応力度が存在することがあります。これは内部的には釣合っていて、外からは伺い知ることができません。実際にどのようになっているかは分からないのです。或る条件を想定して理論的に推定するとき、局部応力・残留応力・温度差応力などと呼ぶ応力解析が行われます。PC桁は、制御された施工方法で、主として桁の内部曲げ応力度の分布を意図的に調整して製作する部材です。この部材を組み合わせ、全体構造に構成すると、さらに複雑な不静定構造になりますので、製作から架設までの段取りに合理的な施工計画が必要です。こちらの方は、製作・施工時の設備などに関わる専門分野を構成しますが、計算原理などの常識は弁えておくことが望まれます。一方、完成後のPC構造物の、活荷重による応力度と変形などは、架設作業までの応力履歴とは独立に計算することができます。この章のPC桁の計算は、主として完成後の並列PC桁橋の計算を扱います。

#### 9.1.3 応力調整の主役はジャッキであること

単純橋以外の構造形式は、不静定構造物です。架設時には、大なり小なり、ジャッキが使われます。ジャッキは、自動車のタイヤ交換などに使う簡単なメカニズムを始めとして、種々の製品が応用されていますが、原理的には或る間隔を広げるように圧縮力を作用させる装置です。PC構造物では、PC鋼材に引張力を導入するために、反力の圧縮力をコンクリート側で受ける特殊なジャッキを使うことが特徴であって、その代表がフレシネ法(Freyssinet)で使うジャッキです。現在では殆どみる機会がありませんが、初期のジャッキは、油圧ではなく、水圧を使う方式でした。奇異に感じられますが、ポンプ構造は水を対象とすることが出発ですし、蒸気機関車(SL)に見るように、かなり大きな力を発生させる装置として使用されてきた歴史があります。PC鋼材を引っ張るジャッキだけでなく、その力をコンクリートに固定する装置も力学的に検討する必要があります。多くの技術開発が行われてきました。橋梁に使うPC桁は、長さも重量も大きくなります。プレキャストPC部材のように工場で作る単位にして輸送する製品ではなく、架設現場に隣接した、臨時の工場設備で作られます。死荷重による曲げモーメントを打ち消す方向にプレストレスを加えます。架設の段取りとのからみで、死荷重モーメントの増加に合わせて何回かに分けて後からプレストレスを加えることもします。架設時の桁移動の際に、支持方法を間違えると桁が簡単に折れる危険があります。これらは架設時の設計で検討されますが、既設橋梁の再現設計では、これらの計算を省きます。

## 9.2 材料の力学的な仮定

### 9.2.1 引張応力度とひびわれの考え方

コンクリート桁の設計は、全体としての構造解析で要求される応力（曲げモーメント、軸力など）が許容範囲に入るように、施工法を考えた断面の提案が行われます。この大枠的な分類が、PCとRCです。PC桁の断面提案のとき、通常は活荷重が作用しない死荷重だけの載荷状態で、コンクリート断面に引張応力度が出ないようにします。RC構造は、死荷重載荷状態でも引張応力度が出ることを考えます。PC桁で、活荷重が載荷しても引張応力度が出ないように設計するものをフルプレストレスング、部分的に引張応力度が生じることを許すものをパーシャルプレストレスングと言い、後者をPRC構造と言います。コンクリートには何がしかの引張強度がありますので、引張応力度が或る許容値に入るように計画すれば、鉄筋を使用しなくても、設計荷重の範囲では亀裂（ひびわれ）が発生しない断面を提案できます。これらの区別は、施工設計のときに用いられますので、完成した桁を外見から見て判別できる分類ではありません。引張側にひびわれが発生すると、その時点から鉄筋が効いて、ひびわれが中立軸まで延びるのを抑え、結果として、桁全体の破壊強度（終局強度とも言います）に達するまでに十分な耐荷力が残ります。設計活荷重が作用する状態でひびわれが発生するような断面は、本来、欠陥設計です。しかし、ごく限られた状態で生じる最大応力度の状態、一つの大きなひびわれではなく、それが分散して発生するように合理的な配筋をすれば、個別のひび割れ幅が小さくなります。ひび割れが深く進行しませんので、耐荷力の低下を抑えることができます。この判定には、鉄筋の作用位置でのコンクリートの引張歪みの大きさが重要なパラメータです。実験的にひび割れを観察するとき、表面に見える個別のひび割れ幅が一つの判断資料になります。実用的な提案は、許容ひび割れ幅として0.1ないし0.2mmが提案されています。しかし、ひび割れ幅は、隣接するひびわれ間隔と関連しますので、断面設計時に予測することができません。したがって、設計計算で断面提案の段階は、コンクリートの許容引張強度を考える方が理に適います。

### 9.2.2 コンクリート全断面を有効として計算すること

鉄筋コンクリート（RC）桁の断面提案法では、コンクリートの引張強度を無視する安全側の仮定が使われます。これが誤解されて、断面の引張側に配置する鉄筋の許容応力度を高くすれば、経済的な断面が提案できると思う過ちを起こします。鉄筋の引張許容応力度を高くすると、引張側のコンクリートの引張ひずみが追いつきませんので、設計荷重の範囲で引張側のコンクリートにひびわれが発生します。ひびわれが観察されるコンクリート構造物は、理由が何であれ、欠陥設計か欠陥施工です。実際のコンクリート構造物では、コンクリートの引張強度が或る限度内に収まるように、巧妙に仕組んだ設計になっていますので、鉄筋の応力度は大きくなりません。また、鉄筋を使うにしても、コンクリート全断面に対して2～3%です。鉄筋が多過ぎると、コンクリートの打ち込みに支障がでます。つまり、コンクリート部材の中の鉄筋は、コンクリート断面内の配置を考えた計算はあまり重要ではなく、マクロに均したコンクリート断面として計算することができます。鉄筋コンクリートの死荷重見積もりでは、従来から均した単位重量を使っています。ヤング率に関しても、鉄筋を含め、均した値を使うのが実践的な考え方です。

### 9.2.3 プレストレスは施工時には外力扱いをする

PC鋼材に作用させる引張力は、施工時にジャッキで加えますが、その反力をどこで受けるかでプレテンション方式(pre-tensioning：プレテン)とポストテンション(post tensioning：ポステン)に分類します。コンクリートの硬化後(post)、反力をコンクリート桁本体で受ける施工方法がポステンです。この時点では、PC鋼材の引張力は符号を変えた圧縮力（外力扱い）としてコンクリート断面に作用させて応力を計算します。PC鋼材とコンクリートとを付着させて一体化し、ジャッキを取り去ると、PC鋼材とコンクリートそれぞれに応力が残り、内部的に釣合います。つまり部材としての内部応力です。ポステン方式ではPC鋼材の両端を固定する装置を使い、シーす内部をグラウト充填して一体化を図ります。これ以降のPC鋼材は、通常の鉄筋コンクリートとしての応力分を受け持ちます。断面の応力度を計算するとき、PC鋼材の配置と断面積とを加算した合成断面を考えるのが理屈ですが、他の普通鉄筋と合わせて、桁全体をマクロに均した換算コンクリート断面で扱います。この断面の弾性係数は、鋼材のヤング率との比 $n$ で扱うのが分り易いでしょう。合成桁では通常 $n=7$ 程度を取るのですが、PC桁ではコンクリートが高強度ですし、鋼材も多めに使いますので、 $n=6$ 前後が使われます。

## 9.3 全体構造系の仮定

### 9.3.1 有効幅を考えない

RC桁、PC桁を並列したコンクリート系の道路橋は、活荷重に対しては、全体断面を均した弾性版にモデル化しておいて解析し、個別の桁の守備範囲に当たる幅の版について曲げモーメントと剪断力を求めます。鋼桁橋の場合と同じように、捩れ剛性を考えない格子計算をすることもあります。桁断面の上部は、幅員方向に連続する床スラブを兼ねますので、主桁構成にT桁の断面形も提案されます。施工時の仮定として、T断面の張り出し部分の有効幅を考慮することがあります。並列PC桁橋の場合、床版部分を後打ちのコンクリートで構成しますので、弾性係数の異なるコンクリート断面との合成桁構造になります。これを通称で**PCコンポ橋**と言います。コンポとは、合成を意味する英語のcompositeの省略カタカナ語です。合成桁としての計算は、施工時の手順と関連し、死荷重応力を見積もるときに必要なです。しかし、活荷重による応力と変形を計算するときは、死荷重を考慮する場合のような施工手順を考慮する必要がありませんので、全断面を有効と仮定することができます。PC桁橋の再現設計の場合には、施工手順の計算を省きます。PC鋼材の断面積、断面内の配置、緊張力などは、施工時の設計書が残っていれば、それを死荷重応力の計算に使うことができます。しかし、プレストレスは内部応力ですので、供用後の緊張力がその後変化した実態は推定するしかありません。

### 9.3.2 振動の性質を説明できる計算が必要

既設橋梁の現況を把握するには、荷重が分ったトラック重量などを使った撓みの実測から全体の剛性を求め、再現設計の計算値と比較するのが最も直接的な方法です。この計算には、自重の見積もりと、全体断面の曲げ剛性を求めておく必要があります。撓みの測定は、思った以上に時間も経費も掛かります。筆者らは、通常交通状態での振動を簡易な方法で測定することで、間接的ですが、橋梁の耐荷能を推定しています。一般的な傾向を言うと、まず振動波形の乱れを見ます。完成直後のコンクリート橋は、RC、PCともに、振動波形のオシログラムはきれいな正弦波形を示します。しかし、供用年数の増加と共に、波形がきれいではなくなります。その原因は部材内部にひび割れなどが増え、内部摩擦が効いて、振動の性質で言う減衰係数が大きくなるからです。波形の乱れはRC構造物の方が大きく観察されます。コンクリート構造全体のマクロに考えた弾性係数の経年変化については、データが乏しいのですが、振動数の測定値は鋼桁系の桁橋よりもやや大きいことが統計的に得られています。この理由として、実橋のコンクリートの強度が設計時の仮定よりやや大きく増進するからではないかと推定しています。また、コンクリート系の橋梁は、鋼桁橋に較べると捩れ剛性が大きいので、横方向の荷重分配の効率が鋼桁系よりも大きくなります。これは幅員の左右で非対称に変形する捩れ振動の振動数が、全体の曲げ振動の振動数よりも相対的に高く出る傾向から判定しています。この振動測定の結果を説明するためには、再現設計の計算で捩れ剛性を考えた計算法が必要です。

### 9.3.3 捩れ剛性を見積もりと分配計算が必要

桁橋全体の捩れの性質を求める最も実用的な仮定は、全体を均質な直交異方性版にモデル化することです。ギヨン・マソネ法は、コンピュータが便利に利用できなかった時代、微分方程式から出発して実用的な分配計算にまとめる実践的な方法です。手計算で処理するにはかなり面倒ですが、コンピュータによる設計計算が普通になると共に、この部分をコンピュータ任せにするようになって、言わばブラックボックス化してしまいました。計算手順を眼で追って確認することができませんので、数値計算技法の改良はなおざりになり、また理論式そのものを解説する技術参考書も殆ど見ることも無くなってしまいました。パソコンが普及して来ましたので、MS-EXCELを使って直接眼でみて確認計算をする方法ができるようになりました。後先になりましたが、この部分が前章の解説です。**ギヨン・マソネ法**は、スラブの横幅を8等分した注目点で計算しますので、主桁位置での分配を計算するとき、内挿計算をしなければなりません。前章で紹介した階差式で整理した計算法では、主桁本数にあわせた等分座標で計算する方法ですので、この内挿計算を省くことができます。以下に示す計算は、5主桁の**分配計算**に使うため、幅員方向を10等分して計算をした上で、主桁位置を偶数番目の格点で考えてあります。主桁本数の2倍で等分計算をするのではなく、例えば5等分で分配計算をしておいて、主桁位置が格点の中間にあるとして、左右の格点位置での分配の平均値を使う、とする考え方もあります。いずれにしても、数値計算は、理論的な厳密性にこだわらず、分配の傾向が分るように整理します。

## 9.4 エクセル Soft の構成

### 9.4.1 ソフトのグループ化と命名規則

PC桁を並列した単純橋は、これをマクロに直交異方性版にモデル化して計算するとき、桁の捩れ剛性の計算と、スラブとしての横分配係数の計算とが大きな柱です。PC桁は、施工設備との関連から、或る程度の標準設計断面が提案されていますので、多くの施工実績があります。したがって、定型化したエクセル Soft を提案してあれば、断面寸法を少し変更するだけで、対象橋梁の再現設計をまとめることができます。その基本となるソフト名は、PCPOST の 6 文字を頭に付け、主桁本数の整数、準拠示方書の種類、バージョン番号を続けます。以下の例題は、“PCPOST5S31V0.xls”です。スラブの横分配係数の計算は主桁本数で幅員方向を等分します。計算に使うマトリックスの次数は、EXCEL の表計算では固定して使いますので、主桁本数別に独立したバージョンにまとめました。

### 9.4.2 分配計算のソフトは独立にまとめてある

前の第 6 章では、捩れを考えない格子桁の分配計算を横分配の計算を“INFSGRIDV0.xls”、として準備しました。スラブの分配計算は“INFSLABnV0.xls”です。n は幅員方向のパネル分割数です。この中身は、主桁本数別に計算に使う複数の独立したシートで構成してあります。シート単位での計算行数は多くありませんので、再現設計計算ソフトの中にコピーして利用しています。スラブ橋の横分配係数の計算は、捩れを与える係数別に  $H < 1$ 、 $H = 0$ 、 $H = 1$  の三種類の計算が別シートとしてまとめてあります。ギヨン・マツネ法は、 $H = 0$ 、 $H = 1$  の二つの場合を計算しておいて、 $H < 1$  の場合を内挿して求めるのですが、ここで紹介する実際計算では、直接  $H < 1$  の場合を扱うことができます。このソフトは、RC 桁、鋼鉄桁橋をスラブでモデル化する場合にも利用します。その利用方法は、個別の再現設計ソフトに必要な部分のシートを組み込んで使用します。デモ版は、計算手順を説明するために別に用意しました。

表 9.1 単純プレートガーダー橋再現設計関連ソフト名 (2009 年 11 月時)

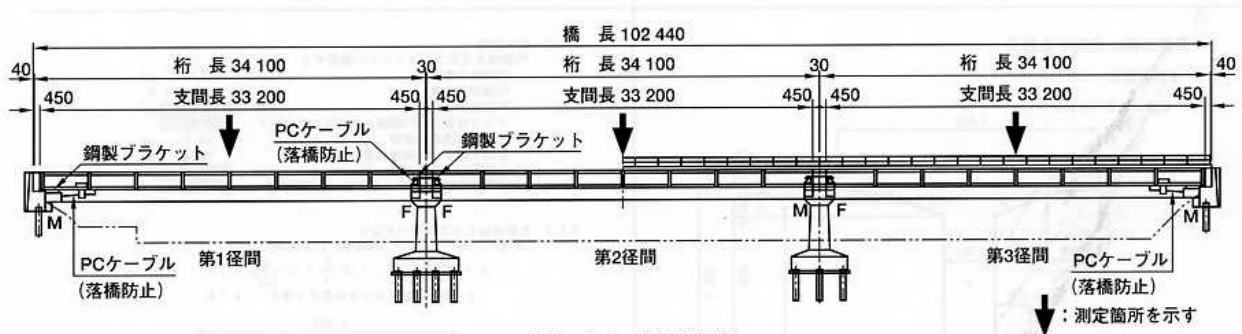
標準ファイル名	計算種類	主桁本数	備考
PCPOST5S31V00.xls	5 主桁単純 PC ポステン	5	(*1)
PCPOSTnS31V00.xls	n 主桁単純 PC ポステン	n	(*2) 追加予定
INFSLAB5V0.xls	スラブ分配影響値計算	2, 5, 10	(*3)
INFSLAB6V0.xls	スラブ分配影響値計算	2, 3, 6	
INFSLAB7V0.xls	スラブ分配影響値計算	7	
INFSLAB8V0.xls	スラブ分配影響値計算	2, 4, 8	
INFSLAB9V0.xls	スラブ分配影響値計算	3, 9	
INFSLAB8VN0.xls		8	(*4) デモ版

(\*1) 既設橋梁の簡易振動測定時にまとめたバージョンです。S31 は、準拠する示方書年号です。Vkk は、バージョン番号です。閲覧用 (デモ用) は VNk とします。  
 (\*2) 実橋の調査の機会があったときにまとめる予定にしています。  
 (\*3) スラブ橋の横分配係数の計算ソフトです。主桁本数によって式が異なりますので、それに合わせてエクセル Soft を別ファイルにしました。  
 (\*4) 幅員を 8 等分した格点での、分配係数の計算例です。計算手順を解説することが目的ですので、欄外に計算式を示してあります。



## 9.5 調査した橋梁

写真のPC橋は、愛知県御津町の永久橋です。1969年に2車線、主桁5本、3連として架設されました。交通量の増加に対応させるため、10年後、ほぼ同じ形式で増設され、上り線・下り線が分離されました。したがって、全部で6橋の単純PC橋があります。現況調査と同時に、これをモデルとして再現設計の計算書を作成し、デモソフトPCPOST5S31VN0.XLSにまとめてあります。



## 10. 小径間吊橋の計算

### 10.1 小径間吊橋の解説

#### 10.1.1 無補剛吊橋は昔からあること

日本の山間部は谷が深い地形が多いので、生活道路として簡易な吊橋（以前は釣橋と使いました）が各地に見られます。原始的な吊橋として、植物のかずら（葛）を使って架けられた徳島県祖谷（いや）のかずら橋が有名になりました。現在は、一種の観光資源として、外見を似せていますが、ワイヤロープを使っています。兎に角、谷を渡すにはケーブル一本を手掛かりにします。このために、通路幅を持たせることができませんので、籠を吊り下げる籠渡しがあり、名所浮世絵にもあります（図 10.1）。北斎の名所図絵に、当時としては有名であった歩道吊橋を描いたものがあります（図 10.2）。橋梁工学的に見れば幾らか不合理な構造図ですが、典型的な無補剛吊橋の変形を描いています。近代の歩道専用の吊橋は、放物線のケーブルに眼が行きます。実は、歩道を真っ直ぐに構成するケーブルにも大きな引張力を持たせていることで、橋として実用になるのです。現存しているかは不明ですが、郵便切手の図柄に採用された黒部溪谷、樺平の奥鐘の吊橋が一例です（図 10.3）。歩道専用の吊橋は、その地域の観光ランドマークになる場合があります。上高地にある河童橋（初架橋 1891）が一例です。これらの簡易吊橋は、橋梁工学の知見が無くても、地元の鍛冶屋や大工などの技術集団が工夫して架設しました。



図 10.1 広重名所図会 of 籠渡し（部分）



図 10.2 葛飾北斎の名所図絵から



図 10.3 黒部溪谷の吊橋

### 10.1.2 小吊橋の構造は実践的な工夫があること

人だけでなく、車両交通に利用する中小吊橋は、左右二本の放物線ケーブルを使って床横桁を吊り、縦桁を渡して通路にします。通路の曲げ変形と捩れ変形を抑えるため、構造上の工夫が必要です。歩道専用の吊橋は、手すりも含め、通路部に複数の水平ケーブルを別に張って通路を補強します。放物線状のケーブルは、歩道部を水平に支え、全体重量を持たせます。放物線ケーブルだけでは、全体の曲げ変形を抑える作用が大きくなりません。通路部の水平ケーブルに大きな引張力を作用させれば、歩道橋としての実用的な曲げ剛性が得られます。似た構造は、電車の架線構造に見ることができます。放物線のケーブルが別にある、パンタグラフが当たる電線を水平に吊ります。水平に保つ電線部は、放物線ケーブルとは独立させた端部に、張力を加える錘をぶら下げる個所を見ることができます。この水平反力は内部応力の性格を持つ力であって、ケーブル自体に曲げ剛性が無くても、曲げ変形を抑えます。昔の路面電車の架線は、適当な間隔で横に張ったケーブルで支えていましたので上下の変形が大きく出ます。歩道専用の吊橋の、通路部に引張力を加える水平ケーブルは、上下の撓みだけでなく、支間方向と直交する方向の水平変位も抑えます。吊橋の補剛桁は、支間方向の上下の曲げ変形を抑える目的に使うのですが、桁自体には支間方向の水平軸力を作用させません。放物線ケーブルの水平力成分は、曲げ変形を抑える作用もします。しかし、幅員方向の水平変位と捩れ変形を抑える作用が小さいので、簡易な吊橋では横変位と捩れを抑える耐風索(storm cable)を張ります(図 10.4)。

### 10.1.3 補剛トラスの座屈変形が頻発したこと

図 10.4 に示した道路吊橋は、歩道専用吊橋の構想をそのまま引き継いだ補剛トラスを採用しています。放物線ケーブルは、横桁を吊り、その上にトラスを組み上げます。トラス自体は上横構の無いポニートラスです。この形式の吊橋は、上弦材が横方向に蛇行するような座屈変形が頻発しました。筆者が調査したのは 1969 年ですが、橋の上で重量車が対向できない渋滞が起きて、どちらも譲らない活荷重満載状態になったときに、大きな音を立てて上弦材が変形したそうです。上弦材の補修後、橋の入り口に荷重制限の標識が付きましたが、その後の交通マナーが格段に向上したそうです。このような経験を反映し、中小規模の吊橋は、トラスの上弦材を吊り、上路形式にすることが標準になりました(図 10.5)。



図 10.4 耐風索を配置した小規模の道路橋吊橋  
愛知県天竜川上流、錦橋(おきんばし)

### 10.1.4 捩れ剛性の向上には上下の横構が必要であること

吊橋は長大橋に適した形式です。しかし、水平変位と捩れの影響を考える必要があることがタコマ吊橋の崩落事故(1940)で明らかになりました。結論から言うと、捩れ剛性が大きい補剛桁構造にすることです。トラス形式を採用する場合、下横構を省く構造、または上が開いたポニートラス構造は、大きな捩れ剛性が得られません。アメリカの金門橋(1937)は、当初、トラス構造の下面が開いていましたが、その後、下横構を増設する補強工事が行われました。



図 10.5 箱ヶ瀬橋、(九頭竜ダム湖)。瀬戸大橋のテストケースにした吊橋

## 10.2 吊橋ケーブルの計算

### 10.2.1 単純吊橋は一次の不静定構造であること

両端をヒンジで支持した単純桁を、放物線ケーブルで吊った形式が単純吊橋です(図 10.6)。この形式は、構造力学的に言えば一次の外的不静定構造ですので、その内部応力は不明です。つまり、架設工事次第でケーブルの水平反力、それに関連して補剛桁の応力も変化します。力学的には、完成時、死荷重のみの載荷状態で補剛桁の応力が 0 になるように架設工法を計画します。気温の変化があればケーブルが伸び縮みしますので、それに引かれて桁も曲げを受けます。ケーブルは、塔を立てて支え、塔頂でケーブルを固定するサドルで橋軸方向の変位を固定します。このとき、塔を自立させるように曲げ剛性を大きくすると、塔の基部に余分な曲げ応力が発生しますので、不静定次数が上がります。これを避けるため、中小吊橋ではタワー基部をヒンジにしたロッキングタワーが採用されます。ケーブル形状は、サドル間で測った径間とサグが変動します。九州の若戸吊橋は、支間が長く、塔の剛性も大きいので、塔を自立させた構造です。そうすると、塔頂の前後でケーブルの水平反力が異なります。つまり、不静定次数が上がります。完成時に、この差が最小になるようにサドルを固定することを計画すると、ケーブルだけを張り渡す架設時にサドルの前後で水平反力に差を付けなければなりません。これは不可能ですので、サドル全体を塔頂で径間の外側にセットバック(後退)させておいて、架設の進行に合わせて中央径間側に移動させました。長大吊橋では、サドルの移動ではなく、塔全体の弾性変形で塔頂間の伸縮に対応させる施工をします。

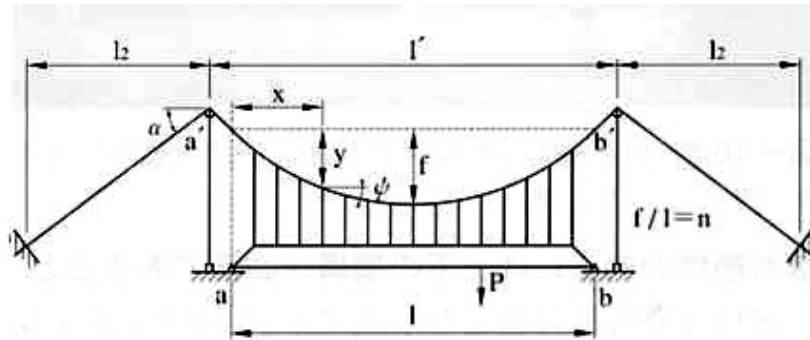


図 10.6 単純吊橋の幾何学的形状

### 10.2.2 吊橋計算の力学モデルは引張軸力を受ける梁

吊橋完成後、活荷重による応力と変形の追加分は、原則として死荷重応力とは独立に計算します。これを考えて吊橋補剛桁変形の微分方程式を扱います。つまり、活荷重が載らない状態で、変位  $w$  を 0、ケーブルの水平反力の増加分  $H$  を 0 とします。ケーブルの形状が放物線であるとして、その基本形は式(10.1)です。ただし、吊橋の長さは塔頂のサドル間の距離を言うのですが、補剛桁の計算は、補剛桁の支間と、その区間のケーブルの形状で決まるサグを使います。式(10.1)から出発して、以下に幾つかの計算用の実用式を示します。エクセルSoftの数値計算の個所で式番号を参照しますが、そちらの方のコメント領域に、この章で示した式をイラストにして挿入し、対応を取りました。

$$EJ \frac{d^4 w}{dx^4} - (H_d + H) \frac{d^2 w}{dx^2} = p(x) - \frac{8F}{L^2} H \quad \dots(10.1)$$

ただし、

$w$ ; 補剛桁の撓み

$EJ$ ; 補剛桁の曲げ剛性

$H_d$ ; 死荷重によるケーブルの水平反力

$H$ ; 荷重  $p(x)$  の載荷で生じるケーブルの水平反力増分

$L$ ; 支間長

$F$ ; 支間中央でのケーブルのサグ

$p(x)$ ; 荷重

### 10.2.3 弾性理論を応用するのが実践的であること

式(10.1)の左辺は、補剛桁に引張軸力が作用する力学モデルを表します。右辺にも出てくる水平反力の増分  $H$  が吊橋の特徴を表す不静定力です。活荷重  $p$  が作用することで、ケーブルに追加的に発生する水平反力分です。右辺に現れる  $H$  の項は、単純支持された補剛桁に対して上向きの等分布荷重の作用に変わります。吊橋補剛桁の変形と応力は、この上向きの荷重の作用と、引張軸力 ( $H_d + H$ ) による補強梁としての性質の二つで、単純桁の変形と応力よりも大幅に小さくなります。簡易な歩道専用の吊橋は、曲げ剛性  $EJ \rightarrow 0$  であるとした力学モデルです。式(10.1)は、代数学的には非線形です。線形と言うのは、二種類の荷重  $p_1$  と  $p_2$  とが独立に作用するときの変形  $w_1, w_2$  と、水平反力の増分  $H_1, H_2$  とを計算しておけば、 $(p_1 + p_2)$  の場合の変形を  $(w_1 + w_2)$ 、水平反力増分も  $(H_1 + H_2)$  と計算できる場合を言います。これは構造力学では重ね合わせができますと言います。線形である不静定構造物は、不静定力の影響線を求めて荷重の重ね合わせの計算ができます。式(10.1)は、左辺に  $H$  を含み、 $H$  によって生じる変位  $w$  との積の形がありますので、非線形の微分方程式です。この形で扱う吊橋の理論を **撓み理論** (deflection theory) と言います。式の左辺で、 $H_d$  に較べて荷重  $p$  による  $H$  の増分を無視すると、式(10.1)は線形式になり、解き易くなります。線形式で扱う場合が、吊橋の **弾性理論** (elastic theory) です。活荷重による応力計算をするときは、弾性理論で十分正確です。撓み理論の場合も、仮に  $(H_d + H)$  を定数と仮定して線形の弾性理論の式で解いておいて、 $H$  の仮定値を補正する繰り返し計算をします。この場合に、弾性理論に基づく影響線を応用する方法が、Perryの影響線解法の趣旨です。

### 10.2.4 放物線ケーブルの全長を求める

中小吊橋のケーブル形状は、中央径間が左右対称の放物線、左右のバックステー（控えケーブル）はほぼ直線です。ケーブル全長の計算は、材料重量の計算に必要です。構造力学的には、温度差によってケーブル全体の伸縮量を求め、これから温度変化による変形と応力の計算に使います。バックステー部の長さは簡単に得られます。放物線区間の曲線の長さを求めることは、計算幾何学の問題です。数学的に厳密な積分解は、数学公式（森口他、岩波）を使うことができます。しかし、実用計算に使うには、テイラー展開を元にして誘導した、下に示す近似式で十分です。

$$L = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \doteq L \left(1 + \frac{8}{3} n^2\right) \quad \dots(10.2)$$

ただし、 $n$  はサグ比です

$$n = \frac{F}{L}$$

### 10.2.5 ケーブル水平反力影響線の解き方

吊橋の解析は、荷重の载荷によるケーブル水平反力の増分  $H$  の影響線を、弾性エネルギー法で求めることが一つの節目です。ケーブルの一端を外した静定構造物を仮定し、そこに単位の追加分の水平力  $H = 1$  を作用させたときの水平変位  $\delta_H$  を求めます。 $H$  がする外部仕事は、ケーブル全長の弾性伸び分と、補剛桁の変形で生じる分との弾性エネルギーを個別に計算して合計します。式(10.3)は、原理式を示します。このときの仮定は、ケーブルと補剛桁の幾何学的形状変化が微小であるとして無視します。補剛桁は、放物線ケーブルから、上向きの等分布荷重 ( $-8FH/L^2$ ) を受けて変形します。この変形を ( $-\delta_H$ ) で除した曲線が  $H$  の影響線です。単純なエネルギー法の原理ですが、相反作用の法則の応用です。なお、全体として  $1/2$  は共通しますので、数値計算に使う式では、これを省く参考書が見られます。

$$\frac{1}{2} H \delta_H = \int \frac{T^2}{2EA} dL + \int \frac{M^2}{2EJ} dx \quad \dots(10.3)$$

桁部分の弾性エネルギーの計算は、次節で解説します。ケーブルは、曲線を描きますので、その計算が、やや特殊です。斜めになっているケーブルは、水平方向からの傾き分だけ長さが長くなりますし、その分だけ軸力が大きくなることを考えて、ケーブル全長の弾性エネルギーを積算します。バックステー部はほぼ直線ですが、補剛桁を吊る部分は放物線を仮定します。中央径間は左右対称として計算します。側径間を持つ連続吊橋の場合には、対称な放物線の部分を切り出すようにして、非対称な部分の計算ができます。吊り材の変形も考える場合がありますが、無視しても大きな差はありません。

### 10.2.6 左右対称な放物線区間の計算式

ケーブルは、水平に対して  $dy/dx$  の傾きによる角度 ( $\beta$ ) を持つとします。ケーブル軸力  $T$  は水平反力 ( $H=1$ ) の  $\sec \beta$  倍に、また  $x$  軸方向にも  $\sec \beta$  倍の長さに増えます。これを考えると下の式(10.4)になります。直線形のバックステー部分の計算は簡単です。左右対称の放物線区間の計算は、厳密な積分分解を前々項と同じように公式集を使うこともできますが、実用には式(10.4)の近似式が簡明です。

$$\int \frac{T^2}{2EA} dL = \frac{H^2}{2EA} \int \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} \right]^3 dx$$

$$\doteq \frac{H^2 L}{2EA} \left( 1 + \frac{16}{3} n^2 \right) \quad \dots(10.4)$$

### 10.3 引張軸力を受ける梁としての補剛桁の計算

#### 10.3.1 吊橋は二つの荷重モデルから構成されていること

吊橋補剛桁の変形  $w$  を表す代数式は、式(10.1)に紹介しました。実は、この式の  $w$  は二つの変形計算式を一つにまとめたものです。

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad EJ \frac{d^4 w_1}{dx^4} - (H_d + H) \frac{d^2 w_1}{dx^2} = p(x) \\ \textcircled{2} \quad EJ \frac{d^4 w_2}{dx^4} - (H_d + H) \frac{d^2 w_2}{dx^2} = -\frac{8FH}{L^2} \\ \textcircled{3} \quad w = w_1 + w_2 \end{array} \right. \quad \dots(10.5)$$

式(10.1)の右辺、 $p(x)$  は、実荷重です。等分布荷重相当の  $(-8FH/L^2)$  は、計算上は外力扱いをしますが、プレストレスのような内部応力です。実荷重として等分布荷重が作用しても、この項を省きません。吊橋としての変形は、以下のように考えます。ケーブルは、一端の固定条件を外して、水平方向に動けるような静定の構造系を考え、 $H_d$  を定数と仮定して作用させておきます。外力の荷重  $p(x)$  を作用させて、引張軸力を受ける梁として変形を求めます(式10.5の①参照)。このとき、ケーブル端に変位が出ます。この状態で、水平反力の追加  $H$  をケーブル端に作用させます。これが、放物線ケーブルを介して作用する追加の等分布荷重です②。不静定力  $H$  によるケーブル端の水平変位が、荷重載荷の水平変位を打ち消す条件で  $H$  を決定します。橋梁工学的な計算は、①の場合の荷重に単位の移動集中荷重を考えて、 $H$  の影響線を求めます。そうしておけば、どのような外力荷重の場合も計算できるからです。

#### 10.3.2 軸力を受ける梁としての解

式(10.1)を元にして、左辺の  $H$  を 0 とし、右辺の荷重項を 0 と置いた一般解を求めます。死荷重分による水平反力  $H_d$  には、耐風索の水平力分、歩道専用吊橋では床を構成する水平ケーブルの引張力を加算します。また、撓み理論を使いたい場合には、 $H$  の大きさを仮定して定数として加えておきます。

$$w = R_1 \sinh \alpha x + R_2 \cosh \alpha x + R_3 x + R_4 \quad \dots(10.6)$$

ここに  $\alpha = \sqrt{\frac{H_d}{EJ}} \quad \dots(10.7)$

曲げモーメントは  $-EJ w''$  で計算しますので、2階微分の式も示します。なお、 $R_1, R_2, R_3, R_4$  は、別の条件で決める定数です

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \alpha^2 (R_1 \sinh \alpha x + R_2 \cosh \alpha x) \quad \dots(10.8)$$

### 10.3.3 集中荷重による変形分を別に求めておく

影響線を求めるために、単位の集中荷重が作用する場合の変形を求めます。これは、水平方向に軸力を受ける梁に、①集中荷重が作用する変形と、②ケーブル水平反力の増分  $H_d$  によって発生する上向きの等分布荷重による変形とを、別々に求めます。吊橋としての変形は、①と②と加算（重ね合わせ）します。手順は次のようです。最初に、死荷重によるケーブルの水平反力  $H_d$  だけを考慮して、この引張軸力を受ける梁に外力が作用するとして応力と変形を求めます。単位の集中荷重が作用する場合①の変形分は、式(10.6)の一般解と共に、集中荷重が作用する座標位置を仮に  $x=0$  として、この位置から右だけに、ラプラスの方法で求めた特解、式(10.9)を加えます。

$$w_p = P_j R_p (\sinh \alpha x - \alpha x) \quad \dots(10.9)$$

ここに  $R_p = \frac{1}{\alpha H_d} \quad \dots(10.10)$

曲げモーメントの計算に必要ですので、  
2階微分の式も示します。

$$\frac{d^2 w_p}{dy^2} = \left( \frac{P_j}{\alpha EJ} \right) \sinh \alpha x \quad \dots(10.11)$$

### 10.3.4 等分布荷重が作用する場合の一般解

吊橋の全径間に等分布荷重が作用する場合の解も、式(10.5)の①と②との計算をしますが、どちらも同じ力学系を解くこととなります。一般的に応用するとして、式(10.5)の①、 $p(x)$ に代えて、等分布荷重  $q$  が作用するときの微分方程式の解が必要です。この解を扱うときは、式(10.1)を二回積分した曲げモーメントの関係式を扱うと便利です。

$$EJ \frac{d^2 w}{dx^2} - H_d w = M_q(x)$$

$$\therefore -M(x) - H_d w = M_q(x)$$

記号  $M(x)$  は補剛桁の曲げモーメント、 $M_q(x)$ 、等分布荷重  $q$  を受ける単純梁の曲げモーメントの意味です。ここで、座標原点 ( $x=0$ ) を支間中央に考えます。変形は ( $x=0$ ) に対して左右対称です。左右支点で、変位  $w=0$ 、曲げモーメントの計算に使う二階微分  $w''=0$  の条件で、一般解の式(10.6)の係数が決定できます。なお、歩道専用吊橋は  $EJ \rightarrow 0$  の仮定ですので、別に扱います。

$$w = \frac{qL^4}{24EJ} \left[ \frac{-24}{L^4 \alpha^4} \left( 1 - \frac{\cosh \alpha x}{\cosh \frac{\alpha L}{2}} \right) + \frac{12}{L^2 \alpha^2} \left( \frac{1}{4} - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) \right] = \frac{qL^4}{24EJ} U_1(x) \quad \dots(10.12.1)$$

$$M = -EJ \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{qL^2}{2} \left[ \frac{2}{L^2 \alpha^2} \left( 1 - \frac{\cosh \alpha x}{\cosh \frac{\alpha L}{2}} \right) \right] = \frac{qL^2}{2} V_1(x) \quad \dots(10.13.1)$$

双曲線関数による式は、直感的な理解を妨げます。上の式で、 $H_d \rightarrow 0$ 、つまり  $\alpha \rightarrow 0$  とすれば、単純桁に等分布荷重  $q$  が作用する場合の式になります。これは、 $\alpha$  が微小であるとして、双曲線関数のテイラー展開式を求め、 $\alpha \rightarrow 0$  とすれば得られます。参考のために、単純桁の場合の式を下に示します。式の形が全く異なりますので、計算数値の傾向を判定するときに参考式として使います。ただし、座標原点  $x=0$  は、支間中央にしてあります。なお、 $U(x)$ 、 $V(x)$  は、角括弧の中を略記し、ディメンションを持たない関数記号として使います。歩道専用の吊橋では、 $EJ \rightarrow 0$  ですが、このときの  $w$  の式(10.12.1)は、 $H_d = EJ \alpha^2$  で書き換えます。また、曲げモーメントの式(10.13.1)は使いません。

$$w = \frac{qL^4}{24EJ} \left[ \frac{5}{16} - \frac{3}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \left( \frac{x}{L} \right)^4 \right] = \frac{qL^4}{24EJ} U_2(x) \quad \dots(10.12.2)$$

$$M = -EJ \frac{d^2w}{dx^2} = \frac{qL^2}{2} \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] = \frac{qL^2}{2} V_2(x) \quad \dots(10.13.2)$$

### 10.3.5 桁の弾性エネルギーの計算式を求める

単位の等分布荷重  $q=1$  が作用するときの、桁の弾性エネルギーの計算式を下に示します。これは、式(10.3)右辺第2項を具体的に計算する式です。ケーブルの水平反力の影響線を計算するときに使います。

$$A = \int \frac{M^2}{2EJ} dx = \int \frac{1}{2EJ} \left( EJ \frac{d^2w}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$= \left( \frac{2 + \cosh \alpha L - 3 \frac{\sinh \alpha L}{\alpha L}}{1 + \cosh \alpha L} \right) \frac{q^2 L}{2EJ \alpha^4} \quad \dots(10.14.1)$$

上の式も、 $\alpha \rightarrow 0$  とした値は、単純梁で等分布荷重が作用したときの弾性エネルギーに収斂します。

$$A = \frac{q^2 L^5}{240EJ} \quad \dots(10.14.2)$$

### 10.3.6 曲げ剛性が小さい場合は変位の方から計算する

桁の弾性エネルギーは、撓みの方からも計算できます。等分布荷重 ( $q=1$ ) とその場所の撓み  $w$  の積は外部仕事ですので、撓みを積分することが弾性エネルギーの計算になります。この方法は、 $EJ \rightarrow 0$  になる歩道吊橋の計算のときに便利です。計算式は、(10.14.3)です。式(10.14.1)よりも簡明です。

$$w = \frac{-q}{H_d \alpha^2} \left( 1 - \frac{\cosh \alpha x}{\cosh \frac{\alpha L}{2}} \right) + \frac{qL^2}{2H_d} \left( \frac{1}{4} - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) \quad \dots(10.12.3)$$

$$A = \frac{1}{2} \int q w dx = \frac{q^2 L}{2H_d \alpha^2} \left[ -1 + \frac{2 \sinh(\alpha L/2)}{\alpha L \cosh(\alpha L/2)} \right] + \frac{q^2 L^3}{24H_d} \quad \dots(10.14.3)$$

### 10.3.7 水平反力の影響線の計算法

吊橋補剛桁を単位の集中荷重が移動するとして、ケーブルの水平反力増分  $H$  の影響線は、静定化した吊橋について、 $H=1$  を作用させ、それによって生じる等分布荷重 ( $q = -8F/L^2$ ) による変形を式(10.12.1)で求め、ケーブル端の水平変位の合計 ( $-\delta_H$ ) で除して求めます。原理式は(10.3)です。ケーブルの弾性エネルギーは、式(10.4)を使います。桁に関しては、式(10.14.3)を使う方が簡明です。



## 10.4 階差式を使う表し方

### 10.4.1 マトリックスの算法につなぐ

連続体の解析を理論的に考える出発は、微小な範囲での条件を基にした微分方程式を考えます。この方法は、全体のどの部分であっても正確に解を求める手法として意義があります。しかし、この結果を応用して、具体的に数値計算をするときは、注目点を飛び飛びの（離散的; discrete）位置で扱います。そうであるなら、最初から飛び飛びの位置での厳密解を求める方法を工夫すると便利です。この手法の一つが、微分方程式に代えて階差式の形で扱うことです。階差式が表に出ない場合、また、階差式で表すことに幾らか無理がある場合、マトリックスで表すことが多くなりました。これらの離散化手法は、コンピュータを利用するようになって、連続（アナログ）事象をデジタル化することと、ほぼ同義に理解されます。コンピュータを利用する連立方程式を解く計算法は、線形代数として扱うようになりました。マトリックスの形で式を整理するとき、階差式に原点のある計算式が多く利用されます。

### 10.4.2 計算上のパネル割りを別に考える

構造物の幾何学的形状は、大なり小なり、幾つかの等間隔部材の集合で構成されます。トラス構造がその代表です。単純トラス橋では、パネル割りの数が多くても10前後です。吊橋の補剛トラスなどは、図10.4、図10.5で見るとパネル数が20ないし30を超える場合も少なくありません。そのため、構造解析では、トラス桁全長を均質な桁に仮定し、適当な等分点で計算します。等分数は、常識的には10等分です。吊橋では支間の1/4点付近の応力と変形が大きく出る特徴がありますので、これを考えると12等分にしたいところです。吊橋では影響線が正負交番する曲線になりますので、正負、それぞれの影響線面積を計算する必要があります。しかし、再現設計の場合には、変形や応力の大体の傾向が分る8等分点で計算しても役に立ちます。コンピュータを応用する計算ならば、分割数を無理に減らさなくてもよいのですが、リストを不必要に多く出したくなるので、迷惑なことも少なくありません。吊橋計算のExcelソフトでは、マトリックス計算に使う数表配列をA4のレポート書式の横幅に収めることを考えて、8等分の計算例を載せました。任意のパネル数で分割することを考えて、以下の式を示します。微分方程式の解から階差式に直す考え方は、格子の分配係数の計算（第6章）、スラブの分配計算の計算（第8章）で示した方法と同じです。単純吊橋の場合には、パネル数を $N$ とし、格点に左から0, 1, 2, … $N$ と番号を振ります。格点番号0と $M$ は支点です。ここでは曲げモーメントも撓みも0の条件がありますので、マトリックスの次数は $(N-1)$ で計算できます。

### 10.4.3 階差式は二パネル分を考えて式を立てる

そもそも、微分方程式の考え方の出発は、階差式の分割方法を微小化したものです。ここでは、階差式を正確に求めるために、逆に、微分方程式の方から導きます。連続した3格点だけを考え、その番号記号に $i, j, k$ と使います（図10.7）。格点だけを注目点としますので、曲げモーメントを大文字の $M$ 、撓みを $w$ の記号で表し、座標に代えて番号を付けます。荷重は、集中荷重を格点だけに作用させます。等分布荷重が満載する場合の解も求めたいところです。しかし、実用的には、影響線の面積を正負別々に計算しておいて、個別の有限区間に等分布荷重を載荷させますので、影響線の多角形図形から面積計算をします。

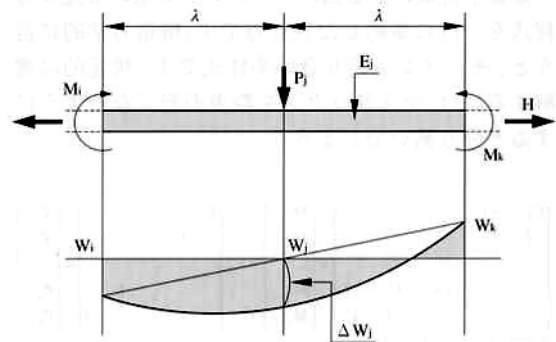


図 10.7 二パネル間の部分構造モデル

### 10.4.4 格点での曲げモーメントを階差式にまとめる

補剛桁の曲げモーメントは、変位 $w$ を二回微分して $(-EJ)$ を乗じて求めます。格点位置だけで曲げモーメントを求めるときは、式(10.8)と(10.11)を応用します。階差式にまとめるときは、便宜的に中央格点 $j$ を $x$ 座標の原点に考え、左右格点の座標位置 $i, k$ での値は、 $x = -\lambda, x = +\lambda$ を代入します。集中荷重の無い区間は式(10.8)を使い、右格点は、中央格点に載る集中荷重による曲げモーメントの追加分の作用を式(10.11)で加えます。中央格点での曲げモーメントは、相対的に左右の格点の曲げモーメントとの差 $\Delta M$ で考えます。求める階差式は、二回微分に相当する二階の階差式です。

$$\Delta M_j = \frac{1}{2}(-M_i + 2M_j - M_k)$$

$$= EJR_2\alpha^2(\cosh \alpha\lambda - 1) + \frac{P_j}{2\alpha} \sinh \alpha\lambda$$

定数項  $R_2$  は、式(10.8)で、中央格点( $x=0$ )での曲げモーメントが  $M_j$  であることを代入して定めます。

$$R_2 = -\frac{M_j}{H_d} \quad \dots(10.15)$$

定数項  $R_2$  を消去すると、 $M$  と  $P$  と関係式の階差式表現が得られます。

$$-M_i + 2M_j \cosh \alpha\lambda - M = C_2 P_j \quad \dots(10.16.1)$$

ただし ;  $C_2 = \frac{\sinh \alpha\lambda}{\alpha}$

上の式は、軸力を受ける梁モデルで、格点に作用する集中荷重による曲げモーメントを求める連立方程式を一行に集約した表し方です。構造力学的に言うと、モーメント釣り合い条件式です。視覚的に理解するには、マトリックスを数表の形になるようにすると分かり易いでしょう。

$$\begin{bmatrix} C_1 & -1 & & & \\ -1 & C_1 & -1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -1 & C_1 & -1 \\ & & & -1 & C_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_{N-2} \\ M_{N-1} \end{bmatrix} = C_2 \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(10.17.1)$$

ただし ;  $C_1 = 2 \cosh \alpha\lambda$

式(10.17.1)は、マトリックスの形にしましたが、代数的には変数  $M$  の連立方程式です。代数的には消去法で簡単に解くことができます。マトリックス算法は、左辺のマトリックスの逆マトリックスを求めて、右辺の単位マトリックスをその逆マトリックスと置き換えます。MS-EXCEL は、逆マトリックスの計算ができる関数 **MINVERSE** が便利に使えるようになりました。この逆マトリックスを  $\mathbf{T}_M$  と略記し表現を下に示します。ここで求めた曲げモーメントの解は、式(10.5)の①の場合です。②の場合の解は、撓みの解と共に、後の 10.5 節で説明します。

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_{N-2} \\ M_{N-1} \end{bmatrix} = C_2 \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{T}_M & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(10.18)$$

### 10.4.5 相対的に中央格点の撓みを求める

図 10.7 は、引張軸力を受ける梁の力学モデルに対して、集中荷重だけが格点に作用する場合の条件を示したものです。弾性条件を、式(10.6)と式(10.9)を使って、二階の階差式の形にまとめます。

$$\Delta W_j = \frac{1}{2}(-W_i + 2W_j - W_k)$$

$$= R_2(1 - \cosh \alpha\lambda) - \frac{P_j}{2\alpha H_d}(\sinh \alpha\lambda - \alpha\lambda)$$

定数項  $R_2$  は、式(10.15)を代入します。視覚的には、マトリックスの形にしておくと、MS-EXCEL の表計算をするときに分かり易い表現になります。

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_{N-2} \\ W_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{2(\cosh \alpha\lambda - 1)}{H_d} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_{N-2} \\ M_{N-1} \end{bmatrix} - \frac{(\sinh \alpha\lambda - \alpha\lambda)}{\alpha H_d} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix}$$

上の式で、左辺の(-1, 2, -1)の係数マトリックスの逆マトリックスを  $\mathbf{T}_W$  と略記し、 $M$  に式(10.18)を代入することで、荷重  $P$  と変位  $W$  の関係を表すマトリックス表現が得られます。

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_{N-2} \\ W_{N-1} \end{bmatrix} = C_3 [\mathbf{T}_W] \times [\mathbf{T}_M] \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix} - C_4 [\mathbf{T}_W] \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(10.19)$$

ただし  $C_3 = \frac{2 \sinh \alpha\lambda (\cosh \alpha\lambda - 1)}{\alpha H_d}$ ,  $C_4 = \frac{(\sinh \alpha\lambda - \alpha\lambda)}{\alpha H_d}$

## 10.5 水平反力の影響線を計算する式

### 10.5.1 等分布荷重を受ける梁の格点モーメントを求める

第 10.2 節の第 5 パラグラフの式 (10.3) を解説したところで予告しましたが、水平反力の影響線を計算するとき、式②の方の応力と変形を表す計算式が必要です。これには、第 10.3 節最初のパラグラフの式(10.5)-②の解が必要でした。これを一般的に扱うため、単位の等分布荷重  $q=1$  が作用する場合の解を第 4 パラグラフの式(10.12)～(10.14)にまとめておきました。これらの式を直接使用することもできます。しかし、前節に整理したマトリックスの式と関連を付けるため、少し遠回りですが、式(10.12.1)と式(10.13.1)を元に階差式の表し方に直し、再びこれを解きます。曲げモーメントに関しては、式(10.16.1)と右辺が異なるだけの下の式が得られます。

$$-M_i + 2M_j \cosh \alpha\lambda - M = C_5 q \quad \dots(10.16.2)$$

ただし ;  $C_5 = 2 \frac{\cosh \alpha\lambda - 1}{\alpha^2}$

### 10.5.2 マトリックスの表し方にする

先の(10.17.1)較べて、視覚的に理解するため、マトリックスに整理したものを示します。

$$\begin{bmatrix} C_1 & -1 & & & \\ -1 & C_1 & -1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -1 & C_1 & -1 \\ & & & -1 & C_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_{N-2} \\ M_{N-1} \end{bmatrix} = C_5 q \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \dots(10.17.2)$$

等分布荷重を受ける梁の曲げモーメントは、近似的には式(10.17.1)において、格点に作用する集中荷重  $P$  を、パネル間の等分布荷重  $q$   $\lambda$  と置き代えて近似的に計算することができます。式(10.17.1)右辺のパラメータと式の表し方が異なりますが、 $\alpha \rightarrow 0$  では同じになります。格点での  $M$  の値は、マトリックスの列成分で表しますので、既に解いた式(10.18)のマトリックス  $T_M$  をそのまま応用し、行成分の和を求めて、モーメント図の座標値が得られます。撓み図も同じようにマトリックス直して計算することができます。しかし、式(10.12.1)に表れている双曲線関数が同じ形でモーメントの計算式(10.13.1)で使われていますので、これを考えて撓み図の座標値を求めます。具体的にはエクセル Soft の例題で見て下さい。数値計算を進めるときに、数値の傾向を確認するため、曲げモーメントと撓みの計算では、式(10.12.2)、式(10.13.2)の右辺で紹介した無次元の関数表現  $U(x)$ 、 $V(x)$  でまとめます。

### 10.5.3 水平反力の増加分 $H$ の影響線を求める

水平反力増加分、不静定力  $H$  の影響線は、10.2 節に言葉で解説しましたが、実用する計算式を下にまとめます。ここでは、 $U(x)$  に乗じる係数の意義が分るように表しています。最初がケーブルの水平力が等分布荷重に変わる項、二番目は単純梁で考える撓みの剛性部分、三番目がケーブルの伸びです。

$$H(j) = \left( \frac{8F}{L^2} \right) \left( \frac{L^4}{24EJ} \right) \left( \frac{1}{\delta_H} \right) U(j) \quad \dots(10.20)$$

この水平反力の増加分  $H$  による補剛桁の曲げモーメント図と撓み図とは、式(10.21)と(10.22)で計算します。この実際計算をマトリックスの演算で行うときは、ベクトルの二項積 (dyad) の考え方を応用します。この計算には、MS-EXCEL の関数 **MMULT** を使います。式の形は、下のようになります。

$$M(i, j) = - \left( \frac{L^2}{2} \right) \left( \frac{8F}{L^2} \right)^2 \left( \frac{L^4}{24EJ} \right) \left( \frac{1}{\delta_H} \right) [V(i)U(j)] \quad \dots(10.21)$$

$$W(i, j) = - \left( \frac{L^4}{24EJ} \right)^2 \left( \frac{8F}{L^2} \right)^2 \left( \frac{1}{\delta_H} \right) [U(i)U(j)] \quad \dots(10.22)$$

上の式の表現で、左辺の  $M(i, j)$ 、 $W(i, j)$  はマトリックスです。右辺の  $U(i)$ 、 $V(i)$  はベクトルです。そして、角括弧 [ ] でくくった二つのベクトルの並びはマトリックスを表し、中身は二項積で計算します。この計算は、MS-EXCEL のマトリックス関数 **MMULT** を使って (1列N行の配列)  $\times$  (N列1行の配列) の計算を行わせ、結果を (N行N列) の配列に納めます。

### 10.5.4 吊橋としての影響線に合成する

単位集中荷重が吊橋の補剛桁上を移動するとして、曲げモーメントと撓みの関係は、式(10.5)に示したように、軸力を受ける梁の力学系に単位荷重が作用したときの解①と、内力相当の水平反力増分  $H$  による等分布荷重載荷による解②との和です。前者の解は式(10.18)、(10.19)です。これらの解はマトリックスの形ですが、列方向が桁の注目点、行方向が移動させる集中荷重の作用点です。

(剪断力の計算などは次章で解説します。)

## 11. 小径間吊橋の計算（続）

### 11.1 補剛桁の支点構造と塔との関係

#### 11.1.1 遊動円木の性質を考えること

吊橋の補剛桁を桁端部で支持する方法は、二つの構造モデルがあります。一つは、桁端部を遊動円木のように支持する構造。もう一つは、単純支持桁の支承構造を基本とする考えです。どちらの場合も、補剛桁は橋軸方向の移動を考え、接続する路面に伸縮装置が必要です。標準的な吊橋の塔は、塔頂のサドルから伝わる鉛直力を支える垂直の柱です。吊材は主ケーブルから鉛直に補剛桁を吊り下げます。橋軸方向から見ると、ケーブル・吊り材・補剛トラス・塔が垂直面内に並びますので、支間方向では、補剛桁と塔との間に隙間が必要です。したがって、吊橋の力学モデル（前章の図 10.6）で見ると、塔頂間距離よりも補剛桁の支間を短くします。塔を通り抜けて補剛桁を連続させたいとなると、塔柱を傾斜させ、英字のAのように、塔柱下部を開かなければなりません。斜張橋は、この形式の塔構造を見ることが多くなりました。幅員が狭い吊橋は、横荷重に対する塔の倒れの安全率を上げるため、塔の基部を開くことも行われます。長大支間の吊橋の桁端は、ケーブル吊り材ではなく、塔の或る高さの個所から補剛桁端部を吊る遊動円木構造か(図 11.1a)、下から支える(図 11.1b)ようなリンク構造に構成します。中小吊橋では、アバットで水平移動を許す通常の支承構造で補剛桁を支え、ロッキングタワーのヒンジ支点を外側に外しています。

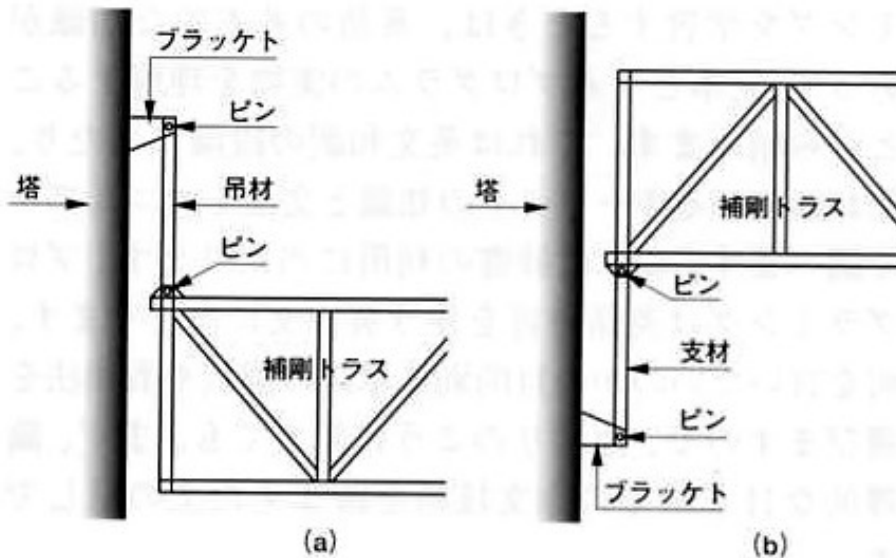


図 11.1 遊動円木式の支持構造

#### 11.1.2 橋軸方向水平力を吸収する構造の工夫

吊橋は、自重の大部分が吊り材を介して主ケーブルに伝わりますので、支点反力と剪断力とは、同じ支間で考える単純桁よりも大幅に小さくなります。日本では地震がありますので、橋軸方向に補剛桁の移動を許すことと、地震で生じる水平力を吸収させることを同時に考えます。補剛桁が橋軸方向に水平移動することを拘束する方法として、支間中央で、主ケーブルの吊り金具を補剛桁に固定させるか、斜め部材(center diagonal stay)を設ける例を見ることができます。補剛桁の橋軸方向慣性力は、一部がケーブルに伝わり、補剛桁が左右逆対称に変形します。しかし、これだけでは水平力を取り切れませんので、斜張橋のように塔から斜めのケーブル(tower stay)を張るか、念のため、桁端部に弾性的な拘束を工夫します。支承の水平移動の遊間を超えて、支承と伸縮装置を破壊させないようにするためです。支間中央で、補剛桁全重量の水平震度相当の水平力が作用したときの変位量の計算が必要です。これは、吊橋中央に対して左右独立した吊橋構造系を考え、左右のケーブル水平力に差があって、桁が左右逆対称に変形するときの弾性エネルギーを計算すれば得られます。再現設計計算では式の紹介は省きますが、もし走行重量車を支間中央付近で急停止させ、支点上での水平変位の測定が得られるならば、この理論で数値計算をして比較します。風荷重のような水平荷重による変形は、補剛桁の横方向の曲げ剛性と同時に、塔高さで支えた横方向の振り子状の復元力とで抵抗するとして計算します。

## 11.2 支点反力の計算

### 11.2.1 支点反力の計算はやや特殊になること

吊橋だけに限らないのですが、桁構造の端は、境界条件を考える分だけ特殊です。支点反力は、その力方向の変位が0の条件ですので、反力の計算は、釣合い条件を主に使います。不静定構造物では、支点反力を不静定力に選べる場合があります。この場合には、反力の作用方向に仮想の変位を起こすような力学系を考えます。これを静定基本形と言うことがあります。吊橋では、ケーブル水平反力の計算のときに、この方法を利用します。補剛桁の支点反力は、桁の、剪断力を計算することに代えて求めます。剪断力は、単位集中荷重が桁上を移動するとして影響線の形で求める必要があります。桁の剪断力図は、桁の変形  $w$  の三回微分形から、 $Q = -EJw'''$  で求めます。変形の基本式は前の第10章、式(10.5)で紹介したように、引張軸力を受ける梁の解を、外力分と不静定力分とを求めて加算します。

### 11.2.2 単位荷重が移動する場合の解を求める

最初に、単位荷重が作用するときの一般解を示します。軸力  $H_d$  を受ける梁としての力学モデルについて、単位荷重が作用するときの変形は、一般解(1)と、集中荷重の作用位置から右だけにラプラスの特解(2)を加えます。記号などは前10章と同じです。ただし、座標原点  $x=0$  は左側支点到置き、集中荷重の作用位置を  $x_p$  とします。丸数字①、②は集中荷重と等分布荷重の式の区別に使い分けます。

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{(1)} = R_1 \sinh \alpha x + R_3 x \\ \frac{d^2 w_{(1)}}{dx^2} = R_1 \alpha^2 \sinh \alpha x \\ \frac{d^3 w_{(1)}}{dx^3} = R_1 \alpha^3 \cosh \alpha x \end{array} \right. \quad \dots(11.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{(2)} = \frac{P}{\alpha H_d} [\sinh \alpha(x - x_p) - \alpha(x - x_p)] \\ \frac{d^2 w_{(2)}}{dx^2} = \frac{P\alpha}{H_d} \sinh \alpha(x - x_p) \\ \frac{d^3 w_{(2)}}{dx^3} = \frac{P\alpha^2}{H_d} \cosh \alpha(x - x_p) \end{array} \right. \quad \dots(11.2)$$

### 11.2.3 未定係数は右支点の境界条件で決定する

式(11.1)は、左側支点( $x=0$ )で撓みと曲げモーメントが0です。右側支点( $x=L$ )で、式(11.2)と合わせて、撓みと曲げモーメントを0にする条件で、未定係数  $R_1$  と  $R_2$  とを決定します。剪断力の分布(剪断力図)の解を下の式(11.3)に示します。この式は、 $x=x_p$  で左右の座標値が不連続です。左側支点の反力の影響線は、 $x=0$  の右側での剪断力の影響線で求めます。これを式(11.4)に示します。

$$\begin{aligned} Q_{\textcircled{1}}(x, x_p) &= -EJ \left( \frac{d^3 w_{(1)}}{dx^3} + \left\{ \frac{d^3 w_{(2)}}{dx^3} \right\} \right) \\ &= P \frac{\cosh \alpha x \sinh \alpha(L - x_p)}{\sinh \alpha L} - \{P \cosh \alpha(x - x_p)\} \quad \dots(11.3) \end{aligned}$$

ただし、波括弧  $\{\dots\}$  の部分は、 $x > x_p$  の個所だけに加算する

$$Q(0, x_p) = -EJ \frac{d^3 w_{(1)}}{dx^3} = P \frac{\sinh \alpha(L - x_p)}{\sinh \alpha L} \quad \dots(11.4)$$

#### 11.2.4 水平反力の増分 $H$ の作用を加算する

不静定力である水平反力の増分  $H$  は、引張軸力  $H_d$  を受ける梁に負の等分布荷重に変わって載荷します。式を判り易くまとめるため、等分布荷重  $q = 1$  が作用するときの剪断力分布を先に求めておきます。剪断力は、式(10.13.1)の微分形で得られ、支間中央に対して逆対称の図形です。 $x$  軸の原点を支間中央に置いた場合の式は、

$$Q(x) = -EJ \frac{d^3 w}{dx^3} = -\frac{qL}{2} \left( \frac{2 \sinh \alpha x}{\alpha L \cosh \frac{\alpha L}{2}} \right) \quad \dots(11.5)$$

水平反力の増分  $H$  の作用は、上の式で  $q = -8FH/L^2$  を代入し、集中荷重の移動位置  $x_p$  での値を  $H$  の影響線で置き換えます。 $x$  を応力の注目点、 $x_p$  は集中荷重の作用点の意義です。 $x$  を変数としたのが剪断力図、 $x_p$  を変数とすると剪断力の影響線です。数値計算では、これを表またはマトリックスで表します。ただし、剪断力は集中荷重の作用点の左右で不連続ですので、数値計算では数表の表し方を少し特殊にしました。なお、 $x$  を含む式の形が座標原点の定義で変わりますので、ここで紹介する式は、力学的な概念が式の上で判断できるようにしてあります。数値計算のときに、この違いを吸収するように処理していますので、例題のエクセル Soft を参考にして下さい。

$$Q_{\textcircled{2}}(x, x_p) = \left( \frac{L}{2} \right) \left( \frac{8F}{L^2} \right) \left( \frac{2 \sinh \frac{\alpha x}{2}}{\alpha L \cosh \frac{\alpha L}{2}} \right) H(x_p) \quad \dots(11.6)$$

### 11.3 温度変化による応力と変形

#### 11.3.1 夏冬で縦断勾配が変化すること

単純吊橋は、外的に一次の不静定構造物ですので、大地とケーブルとの相対的な温度差があると、ケーブルの長さが伸縮し、結果として補剛桁に応力と変形が出ます。ケーブルの長さ変化は、ケーブル全長に温度変化分と線膨張係数とを乗じて求めます。この長さ変化分を相殺するように不静定のケーブル水平反力の増分を計算します。ケーブル全長の計算式は、前章の式(10.2)です。温度変化は、設計条件で仮定しますが、標準温度(20°C) ±30°C程度です。線膨張係数は  $1.2 \times 10^{-5}$  を使います。水平反力増分  $H$  による弾性伸び分は、式(10.3)を元に計算を済ましていますので、温度変化分のケーブルの伸縮量を相殺するケーブル水平反力が計算できます。そして、引張軸力を受ける梁に、等分布荷重  $q = 8FH/L^2$  に換算して、撓み(式10.12.3)と曲げモーメント(式10.13.1)を計算します。実際の吊橋で、温度変化による縦断勾配の変化を測定した例を筆者らは知りません。夜昼の温度変化程度では有意な測定が難しいでしょう。夏・冬と季節を変えて測定することは、機会を選ぶことが必要ですが、よほど興味がないと実行できない嫌いがあります。

#### 11.3.2 ケーブルのクリープもあること

ケーブルは、持続荷重が作用しているとクリープ歪みが出ます。吊り材もそうですが、主ケーブルの長さの変化は、補剛桁全体の縦断勾配を経年変化させます。主ケーブルは全長が長いので、アンカー部分で長さの調整範囲を超えるほどのクリープが発生するのは問題です。架設直後の初期形状は、吊り材の長さを調節することで施工します。ケーブルのクリープは、架設後しばらくの間に生じる初期クリープが大きいので、特に撚り線のケーブルは架設前に真っ直ぐな場所を選んで予備的な張力を加えて初期歪みを除きます。素線を真っ直ぐのまま使う平行線ケーブルは、初期クリープが少なく、弾性係数も大きく仮定できます。補剛桁の縦断勾配は、吊橋完成後、クリープによって幾らか下がるので、縦断勾配を経年的に測定することで、クリープの進行を知ることができます。ケーブル端では素線をほどいてコーン状のアンカー金具に錫系の合金を流しこんで固定するのが普通の構造です。コーン部分で合金のクリープにも注意しますが、素線が抜けるほどの変形が問題になったことは無いようです。

## 11.4 風荷重による横変形と振動

### 11.4.1 振れと横変形とは分けて計算する

吊橋は、支間に対して相対的に幅員が狭いので、横方向の変形または振れが大きく出易い性質があります。振れは、もし水平変形と合わさると、言わば橋面を横にめくるような変形か、その逆の振り子のような変形になります。しかし、普通は、ケーブルが左右にありますので、遊動円木のような変位になって、振れとは連成しません(図 11.2)。つまり、横変形と振れとは独立した力学系として計算することができます。振れに対する剛性は、桁を並列させた構造では横分配係数を計算することで間接的に解決しています。吊橋は、2主桁橋の性質があります。横方向の変形は、主に補剛桁の横方向の曲げ剛性で持たせることと、振り子として働く復元力で持たせます。横方向は風荷重を主に考えます。それによる応力は大きくないのですが、変形が大きく出易いので、中小吊橋では、放物線状に耐風索(storm cable)を張ることが効果的ですし、経済的です(前章の図 10.4 参照)。これは、主に支間中央での変形を抑えます。歩道専用の吊橋は、床構造を軽量にできますので、主ケーブルのサグも小さくできます。そうすると、水平方向の変位を抑える効果が低くなりますので、ロンドンのテムズ川に架けられたミレニアムブリッジが起こしたような、思わぬ大きな水平振動を起こすことがあります。ミレニアムブリッジでは、デザイン上の外見構造を変えないようにするため、水平振動の減衰率を上げるような機械的なダンパーを敷設しました。

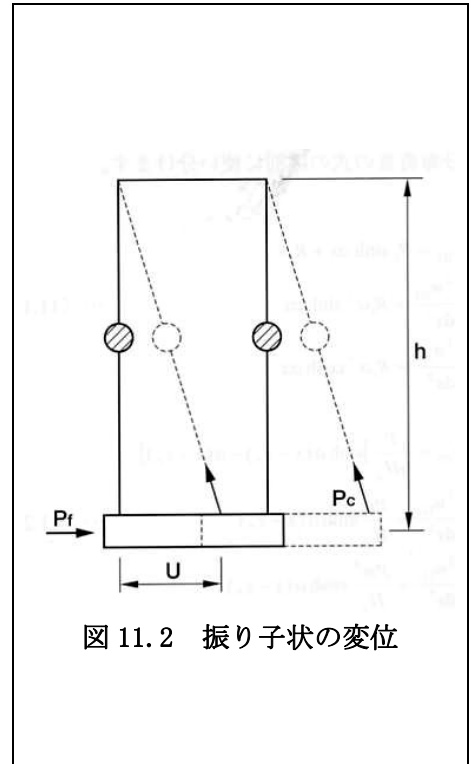


図 11.2 振り子状の変位

### 11.4.2 横変位の力学モデルは単純に考える

吊橋に作用する横方向の変形は、おもに風荷重を考えればよく、影響線を求めるような力学モデルは必要ありません。補剛桁に作用する荷重は、等分布の風荷重と、吊材が補剛桁を斜めになるため、振り子としての復元力が作用して曲げ変形と釣合います。考え方を単純にするため、荷重と変形ともに支間方向に半波形の正弦関数を仮定します。支間中央の撓み  $u$  は下のようによ得られます。

$$u = \frac{L^4 p_w}{EJ_H \pi^4} \left( \frac{1}{1 + \frac{8\pi^2 L^2 H_d}{EJ_H}} \right) \quad \dots(11.7)$$

式(11.7)は、次のように解釈します。右辺の左にまとめた式は、 $EJ_H$  の横曲げ剛性を持つ支間  $L$  の単純桁が等分布荷重  $p_w$  によって変位する計算式です。構造力学の公式にある、 $5pL^4/384EJ$  に相当する計算です。右辺、括弧の中の式は、吊橋の主ケーブルが変形を抑える比率を与えます。ただし、数値計算をするときは、全橋としての力学系を考えますので、 $H_d$  は左右のケーブルの死荷重による水平反力を代入することに注意します。定常な水平振動の振動数を求めるときは、単位長さの桁の重量  $m$  による慣性力を下のように入力することによ得られます。

$$p_w = m(2\pi f)^2 u$$

$$\therefore f^2 = \frac{\pi^2 EJ_H}{mL^4} \left( 1 + \frac{8\pi^2 L^2 H_d}{EJ_H} \right) \quad \dots(11.8)$$

なお、数値計算の場合には、力と重量単位とのディメンション合わせを注意しなければなりませんので、慣用的には、式 11.8 では、 $m$  ではなく  $(m/G)$  を使います。ただし  $G$  は重力の加速度です。



## 11.5 撓み振動の計算

### 11.5.1 耐風安定性に関する変形と振動

設計計算時には、吊橋側面に作用する風は、静的な荷重として扱います。しかし、タコマ吊橋は、風に煽られてリボンがはためくように振れ振動をした挙句に疲労で落橋しましたので、風の動的な作用を解析する耐風安定性の研究を刺激しました。風速が低いとき、風荷重の大きさが大きくなくても、共振振動を起こすように風荷重が動的に同期することがあります。これが**自励振動**です。この場合には、支間中央に節のある逆対称モードの上下動、または振れ振動が見られます。普通、上下振動と振れ振動とが連成することはなく、最初は上下振動であったものが、或る風速以上になると、振れ振動に変わることが実験的に分かりました（平井敦）。これを**限界風速**と言います。補剛桁の振れ剛性が小さいと、振れ振動が出易くなります。原理的には少し違う現象ですが、**カルマン渦列**の発生周期との同期が考えられることがあります。これは、斜張橋のケーブルに頻発しました。電力送電線は、強風時に、縄跳びの縄のような、支持間で1波形の**跳躍振動**(galloping vibration)が起こることがあります。これは、送電線の支持個所を疲労破壊させますので、振動を制御する方法が研究されています。構造物が振動すること自体は復元力があることの証明になり、悪い現象ではないのですが、振動が減衰しないで持続すると、疲労の面で問題を起こします。

### 11.5.2 構造システムをマクロに選ぶこと

はじめに、振動解析の一般論を述べておきます。橋梁構造物は、種々の構成部材要素の集合ですので、全体構造の中にあっても、独立して扱う部材が多くあります。構造システム（組織）と言うときは、力と変形とが互いに関連を持つ部材要素の集合を意味します。或る場所の部材が、そこに局所的な作用する荷重のときだけに応力が出て、他の個所に荷重が移動すると全く無関係になる構成もあります。全体構造システムの例としては、ゲルバー構造があります。トラス構造では、座屈長など、計算上の弦材長単位を短くする目的の部材があり、斜材や垂直材の構成に見ることができます。床組は、主構造とは独立させたシステムとして応力計算をします。これらは、独立に扱う部材であっても、全体システムとしての変位に関係を持ちます。振動現象に注目するときは、狭い範囲で考えた局所的な振動と、全体振動とがあります。振動解析をするときの動力学モデルは、部材の質量を離散的に扱う集中質量(lumped mass)に集約しておいて、質点の個所での慣性力と変位を扱います。このモデル化のとき、個別の部材の独立した振動を考えないようにするマクロの見方が必要です。

### 11.5.3 波動の性質があること

橋梁のように長い連続体の振動は、弦の振動のような波動の性質があります。波動は、或る速度を持って変形が移動します。多くの測定から得られた速度は、約 200m/sec です。境界条件によって、往復する波形が同期すると、全体変形が相似で、時間的に振幅の変化する定常な固有振動状態が表れます。この場合の力学モデルは、機械構造のような、質点・バネ・ダッシュポットを当てることができます。慣性力と復元力の関係が線形であると、固有振動数は振幅の大小に関係しません。しかし非線形であると、振幅の大小で固有振動数が変わります。吊橋を非線形の構造モデルと仮定すると、固有振動数を理論的に計算することが厄介です。垂直方向の自由振動を考えると、外力が作用しないで、振幅も大きくない線形の範囲を仮定するのが実践的です。この動力学モデルは、振動波形  $w(x)$  に、その個所のマス  $m$  と角加速度  $\omega$  の自乗を乗じた静的荷重  $p(x) = m\omega^2 w(x)$  によって、変形  $w$  が生じるとする静力学モデルを解きます。吊橋の計算に応用するときは、全体変形が小さいとして、不静定の水平反力の増分  $H=0$  と仮定します。固有振動波形は、両端で単純支持された境界条件を考えることができ、変形を  $\sin(n\pi x/L)$  とすると、固有振動解が得られます。

$$f^2 = \left( \frac{n^2 g}{32F} \right) \left( 1 + \frac{n^2 \pi^2}{\alpha^2 L^2} \right) \quad \dots(11.9)$$

奇数次数の振動は、ケーブルの水平反力の増分  $H$  が 0 になりません。特に、第一次の振動波形のとき、つまり、式 11.9 で  $n=1$  の対称振動のときが、計算誤差が大きくなります。このときの振動数の計算は次項のマトリックス計算を使うのが実践的です。

#### 11.5.4 マトリックスを使う固有値解析の方法

吊橋の垂直方向の変形解析に非線形の撓み理論を応用するときは、途中の計算を線形の弾性理論で解いておいて、不静定のケーブル水平反力増分  $H$  を補正して結果を合わせる方法を使います。振動解析のとき、非対称の振動波形をする場合の振動解は、式(11.9)を使うことができます。対称な振動波形の場合には、 $H$  は 0 ではありません。固有振動数を求める計算は、吊橋支間を等分割した静力学モデルを使い、撓みの影響線から求めた撓みのマトリックスを固有値解析に利用します。格点は、自重相当のマスを与えた質点系でモデル化します。エクセルSoftでは、階差式を応用していますので、振動解析に使う対称マトリックスが得られています。固有振動時には、振動状態のマスの質量  $m$  は、角加速度  $\omega$  と振幅  $y$  から  $P = m\omega^2 y$  の慣性力が生じます。これを静的な荷重として撓みの計算をすると、変位が  $y$  となる関係を使います。変位のマトリックス  $\mathbf{T}$  を使うと、 $(m/G)\omega^2 \mathbf{T} \mathbf{y} = \mathbf{y}$  の形になりますので、撓みのマトリックスの固有値解析をすることで、固有振動数と振動モード（波形）が得られます。高次のマトリックスの固有値解析は、MS-EXCELを使って計算することも、できない相談ではないのですが、Visual Basicでプログラミングしたツールを使う方が作業に便利です。この解析用のソフトは、別にまとめます。近似的に固有振動数を計算するときは、変形モードに離散的なフーリエ級数を仮定して固有値の第一近似値が計算できます。式(11.9)と計算値を比較すると、第一次の振動モード ( $n=1$ ) 以外は大きな差が無い結果が得られます。具体的には、インターネット上でデモ用のエクセルSoft “SUSP2S31V0N.xls” を参照して下さい。

「再現設計エクセルSoft; [http://www.nakanihon.co.jp/gi\\_jyutsu/Shimada/shimadatop.html](http://www.nakanihon.co.jp/gi_jyutsu/Shimada/shimadatop.html)

#### 11.5.5 卓越振動と固有振動とを区別する

実橋梁の振動現象は、全体としての大波と、局部的な部材振動の小波とが混ざります。吊橋の曲げ変形の自由振動は、支間中央に節のある左右逆対称の2次振動モードが卓越することが経験的に知られています。これは大波の方です。振動測定波形を数学的に解析するとき、どれが全体系の振動であるか、局部的な部材の振動であるかの区別が難しいことが起こります。したがって、振動測定のセンサーを設置する個所を吟味し、数箇所での解析結果を相互に比較して、全体系か局部系かを判別する必要があります。単純支持桁の固有振動モードは、数学的には無限に存在するのですが、実際現象として測定結果の説明に意義を持つ卓越振動は、せいぜい10次程度までです。したがって、振動解析の動的モデルは、質点数を抑えてマクロ化した構造仮定で十分です。振動測定をして、波形のパワースペクトルを計算し、パワー（エネルギー）の高い振動数順が卓越振動の順位です。実際の吊橋で振動測定をして解析してみると、先入観をととはかなり異なった結果が得られます。箱ヶ瀬吊橋で簡易振動測定をした結果を見ると、6次の振動モード 3.3Hzが最も卓越することが分かりました。この振動モードは、支間を6等分した長さ、約34mを一山とする波形の振動に当たり、波動としての速度が約200m/sec相当の定常波形の振動であることが分かりました。

### 11.6 吊橋の力学的な性質

#### 11.6.1 再現設計計算のエクセルSoft

前章から続いたここまでの解説で、吊橋の力学的な性質を計算する主要な理論式を紹介しました。吊橋計算のエクセルSoftは、既設橋梁を調査するときに必要な性質を計算することを目的としてまとめました。具体的な数値計算の手順は、インターネット上で、デモプログラム“SUSP2S31V0N”を参照して下さい。この例題計算に使用したモデルは、図10.5に示した箱ヶ瀬橋です。ただし、部材断面などの詳細は、参考文献に載っているもの以外は推定値です。ソフト名の中にある数字の2は、幅員方向の縦桁本数です。縦桁本数を3本以上使う床構造を持つ吊橋は、“SUSP3S31Vkk”としました。吊橋は、構造的に興味の多い構造物です。吊橋と言うと長大吊橋に眼が行きますが、中小の吊橋は山間部に見ることが多いので、大学や専門学校の橋梁工学の教育モデルとして手ごろです。実橋梁を目視で観察するとき、再現設計を経験させると構造の詳細を理解するときに役立ちます。簡易振動測定をして動的な挙動を解析して理論と比較することは、卒業研究には手ごろなテーマになるでしょう。吊橋は不静定構造物ですので、影響線の数値計算の進めかたが、少し込み入ります。計算書のページ数が増えないように、例題ソフトの作成に注意しました。教育利用を考えて、単純桁の計算と比較し、吊橋の力学的な性質にどのような特徴があるか、が分かるように式の表現を工夫しました。

### 11.6.2 ケーブルは正の曲げモーメント分を減らす作用をする

吊橋の曲げモーメントの影響線の性質を定性的に言うと、軸引張力を受ける桁としての影響線①からケーブルによる上向きの等分布荷重による放物線状のモーメント分②を引き算した形です（図11.2）。吊橋補剛桁の曲げ剛性が大きければ、①の場合の曲げモーメントは単純梁の曲げモーメントの形状に近似します。逆に曲げ剛性が小さくなると、無補剛吊橋の性質が強くなり、集中荷重直下付近だけに曲げモーメントが現れます。ケーブルの弾性的な伸びが無ければ、曲げモーメント影響線の正負の面積が同じです。これは、等分布荷重が作用するとき、補剛桁に曲げモーメントが出ないことを意味します。ケーブルが弾性的に幾らか伸びると、影響線の正の曲げモーメントの面積が勝ってきます。

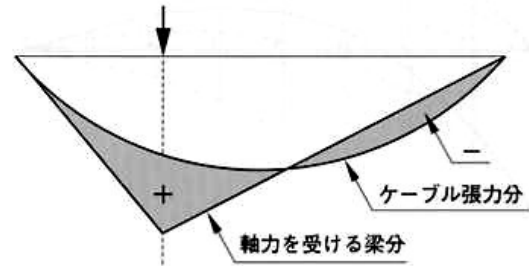


図 11.3 吊橋の補剛桁の曲げモーメント

### 11.6.3 撓みは放物線状の変形が減ること

吊橋の支間全体の撓みは、ケーブルが、上向きの等分布荷重分相当の内力を桁に作用させ、放物線状の変形を相殺するように働きます。変形モードをフーリエ成分で考えると、相対的に二次変形モードが大きく現れます。これは、支間の1/4点付近の撓みが相対的に大きくなる傾向として観察されます。橋梁工学では、単位の集中荷重の移動による応力と、変位の影響線を求めることが、必須の計算です。新しく橋梁を設計する場合、影響線は、最大・最小応力の見積りに必要です。製作と架設の手順を考えた計算も必要です。特に不静定構造の場合には、架設工法次第で死荷重応力が変わります。しかし、既設の橋梁の再現設計計算は、活荷重による力学的挙動を理論的に求めることに重点を置きます。この計算は、既設橋梁の調査、主として撓みの測定と振動解析の測定と突き合わせる時に必要です。したがって、再現設計計算は、設計時の構造仮定ではなく、実情に合った構造仮定を使う必要があります。設計仮定の力学モデルと実際構造とが異なるのは、特に吊橋では補剛桁の曲げ剛性と捩れ剛性の見積もり方法が問題です。トラス桁の設計の場合、床組の重量は横桁を介して格点に伝えます。全体をマクロに観察すると、床組とトラスとの合成作用を考えたくになります。構造的にみて、全体を合成桁とする仮定はやや無理がありそうですが、最小限に考えると重ね梁の仮定、その上としては弾性拘束を考えた合成断面です。スラブを主桁の一部として取り込むと、トラス桁全体の中立軸がスラブ側に寄ると予想します。この予想は、機会があれば、実橋で応力測定をして確かめたいところです。

## 12. 連続桁の計算

### 12.1 ゲルバー形式の構造

#### 12.1.1 用語の説明から始めます

一単位で固有名詞を付けた「何々橋」と言うときは、幾つかの橋桁（**桁**、けた：ガーダー；girder）が見かけ上、連続した全体を指します。単純橋を連ねる場合もあり、中間を大きな橋にする、なども普通に見られます。橋の全長（**橋長**）は、橋台端の**パラペット**（parapet wall）から他端のパラペットまでの内側長さです。橋桁の全長（**桁長**）はそれよりも狭くなりますし、力学的な支点間の距離（**支間**；span）は、さらに狭く設定します。橋の下側に確保される空間の中、長手方向の長さを**純径間**（clear span）と言いますが、橋台や橋脚の幅がある分だけ狭まります。設計上の一単位の橋桁は、独立した一つの力学系（システム）で扱うものを指します。**単純桁**は、一つの支間だけを渡す構造です。**連続桁**は、一続きの橋桁で複数の支間を渡す構造を言います。個別の支点間の長さを、単に**径間**と言い、三径間連続桁のように言います。用語としての**トラス**は、漢字を当てるときは**構**と使いますが、横構、対傾構などのように多目的に利用されますので、主構造はカタカナ語のまま使います。マクロに見て、トラスを力学的に桁として使うとき、**トラス桁**とも言います。**梁**（はり；beam）の用語は木造建築の用語として普通に使われる言葉です。意義としては、単一の材料、例えば木材、で横梁のように使うときの言い方です。構造力学で扱うとき、**単純梁**、**連続梁**のように言います。桁と言うときは、幾つかの部材を組み合わせる梁の機能を持たせた構造のときに言うのが約束になっています。なお、漢字としての梁と桁は、単独には訓読みで使います。これらは常用漢字外ですので、一般向けの文書ではひらがな書きも見ます。しかし専門書の中でも常用漢字以外の漢字を利用しないで「橋りょう」のような書きかたを主張する人がいます。

#### 12.1.2 日本での構造形式の呼び方であること

連続桁の計算を始める前に、外見では区別し難い**ゲルバー**形式の説明から始めます。橋を外見で見て3径間の連続構造にすると、優美な変断面桁のデザインができることに加えて、単純橋よりも径間を伸ばすことができます（図 12.1）。Firth of Forth鉄道橋（1890、英国）、Quebec橋（1917、カナダ）のように、長大橋と言えはトラス桁で構成したゲルバー構造でした。この形式を最初に発案したのは1867年、オーストリア人のH. Gerberです。日本は、ドイツの橋梁技術も学んだので、日本ではドイツ流にゲルバー橋と言いますが、英語の専門用語では**カンチレバー**橋（cantilever）です。日本伝統の木橋として、山梨県の猿橋、富山県の愛本橋は、**刎橋**（はねばし）と言う構造ですが、原理的には兩岸から張り出したカンチレバー形式です。標準的な三径間ゲルバー形式は、左右径間の単純桁部分を中央径間に張り出して、単純支間の桁を支えます。構造力学的には、静定構造です。長大支間を渡そうとすると死荷重応力が大きくなりますので、応力分布が一意に決まらなると合理的な部材断面の提案ができません。これが、長大橋にゲルバートラス形式が採用された一つの理由です。戦前には中程度の支間にゲルバートラス形式の橋梁が多く架けられました。しかし、下路トラスの形式は、幅員の拡張ができませんので、上路形式の桁橋に架け替えられる例が多くなりました。現在も（2010年）利用されているゲルバートラスの一つに、新潟県長岡市信濃川に架かる長生橋（1937）があります（図 12.2）。何連ものゲルバー形式が連なって、見かけ上13径間の連続橋構造です。夏の花火大会の舞台になっていて、切手のデザイン（2001）に採用されています。

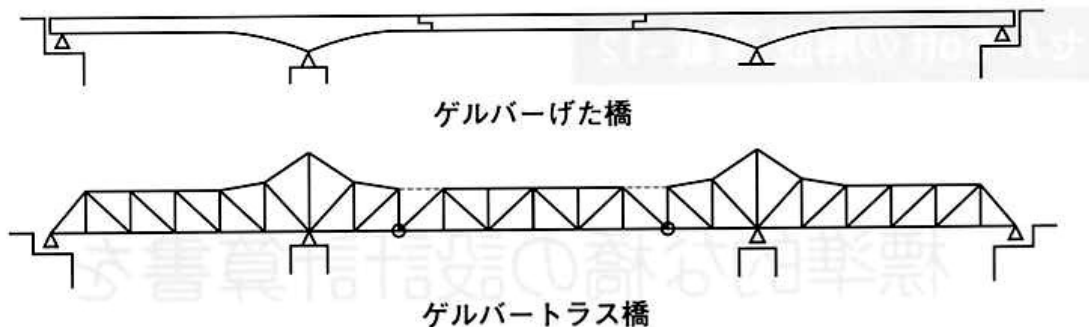


図 12.1 標準的な三径間構成のゲルバー構造



図 12.2 長生橋、 $L=67.5+11@65+67.5$ 、 $b=7$ 、(撮影：鳥居邦夫)

### 12.1.3 吊桁部分の構造で問題が起こること

標準的な3径間ゲルバー形式の中央部は、左右から張り出した桁に受け部を設けて、その上に単純桁を載せる掛け違い構造と、ヒンジを介した吊材で吊り下げる支持方式とがあります(図 12.1)。ゲルバートラス橋では、外形が連続トラス構造に見えるように、飾りの弦材(ストラット)を使うことがあります。図 12.1 で、破線で描いた部材がそうです。コンクリート系のゲルバー橋は、前者の支持方式が普通です。鋼構造、それも長大支間のトラス構造の場合には、中央径間部分を下で組み立てておいて、吊り上げる架設工法が取られます。Quebec 橋は、架設中に二度も事故を起こした橋梁としても有名になりました。最初は、死荷重応力の見積もりが甘かったことによる圧縮材の座屈崩壊、そして二つ目は中央径間を吊り上げるときの失敗でした。中央径間部分を下から支えるのではなく、吊り下げる構造を採用するとき、吊材はケーブルではなく引張部材を使います。韓国ソウルの聖水大橋の落橋事故(1994)は、この吊材部分の破壊の兆候を過小に評価していて、結果として突発的な崩壊になりました。米ミネソタ州ミネアポリスでミシシッピ川に架かる州間高速道路橋の崩落(2007)も衝撃的でした。一般に、静定のトラス構造は、どれかの部材が一本でも破壊されると、それが引き金になって全体構造が崩壊する性質があります。しかし、実際に建設される単純トラス橋、連続トラス橋は、構造形態にかなりの不静定の性質があって、案外耐力があります。2007年、連続トラス橋の木曾川橋の斜材が腐食で破断しているのが発見されましたが、幸いなことに、目だった全体変形が起きませんでしたので、大事故になりませんでした。ゲルバートラスの吊り桁部分の構造は、管理の面で問題が起こります。長生橋の上弦材のヒンジ部分は、最初の構造がどのようなものであったかは未調査ですが、後年、改造されたことは溶接の補助部材を使っていることで分かりました。(図 12.3、図 12.4)。

### 12.1.4 支点の不等沈下の影響を避けた構造になること

桁を連続構造にすると、不静定構造です。死荷重応力は、架設の工法次第で変わりますので、架設時に、理論に合わせるような調整が必要です。完成後も不確かさが残ります。日本では、中小支間の橋梁に連続桁構造が敬遠されていた理由は、不静定構造の計算が面倒であることに加え、橋台や橋脚の不等沈下が珍しくありませんでしたので、部分的に応力度分布が過大になることを避けることも考えにありました。単純橋を並べるのは最も経済的です。しかし、新潟市の昭和大橋(図 12.5)が1964年の新潟地震を受けて、ドミノ倒しのような落橋が醜態をさらしたことも教訓となって、構造力学的な連続桁の設計も増えてきました。特に都市部の高架橋や高速道路橋では、伸縮目地を減らし、車両の走行性を挙げるために、積極的に採用されるようになりました。



図 12.3 長生橋の吊り構造部の外観



図 12.4 橋軸方向の変位を許すヒンジ構造の詳細



図 12.5 昭和大橋の落橋（撮影：倉西 茂）

#### 12.1.5 ゲルバー桁の設計の延長に連続桁があること

ゲルバー桁は、単純橋で渡す径間をもう少し伸ばしたいとすることから考えられた構造です。図 12.1 で見ると、中央径間にある吊り桁部分は単純橋構造ですので、左右からの張り出し部分が径間長を伸ばします。左右の単純桁部分でも中間支点側によった個所にヒンジを設け、中央径間が左右に張り出し部分を設ける構造もあります。連続桁は、ゲルバー桁のヒンジの個所も一体化した構造ですが、桁の架設のときに必要となる添接個所は、曲げモーメントが小さくなる個所にします。これは、ゲルバー桁のヒンジの位置に当たります。中間支点付近は負の曲げモーメントが大きいことと、構造が幾らか複雑になりますので、この部分を外して添接位置を決めることも合理的な構造の提案になります。

## 12.2 連続桁橋の構造

### 12.2.1 振れを持たせるために幅が必要であること

簡単な橋の代表が、杉材のような真っ直ぐな丸木をそのまま梁として使う丸木橋です。一本の丸木を渡したのでは幅が狭くて実用になりませんので、二本を並べ、横梁を張って通路にします。丸木の横間隔を或る程度に広げないと、左右での撓み差で生じる振れが大きくなって、通路として不安定になります。したがって、長い支間を渡したいときは、橋幅も相対的に広くします。鋼やコンクリートを使う単純桁橋の場合であっても、感覚的に理解できる常識があつて、支間と幅員との比は、約5:1よりも大きくできませんでした。同じ幅員で、より長い支間を渡したいときは、橋全体として振れ剛性が大きくなる構造にしますが、その一つがトラスです。支間と幅員との比は、約10:1程度まで大きくできます。桁橋の形式では長い支間を渡すことに限度がある、と言う常識を破ったのは、戦後、ドイツで架設された鋼箱断面連続桁のケルン-ドイツ橋(1948)です。この橋は、種々の点で橋梁工学に大きなインパクトを与えたのですが、特に、大きな箱断面に構成することの製作・架設の技術と、力学的な理論解析が新しい研究課題となりました。箱桁構造はPC橋でも採用されます。いずれも、より長い支間を外見では桁橋として渡すための工夫があります。

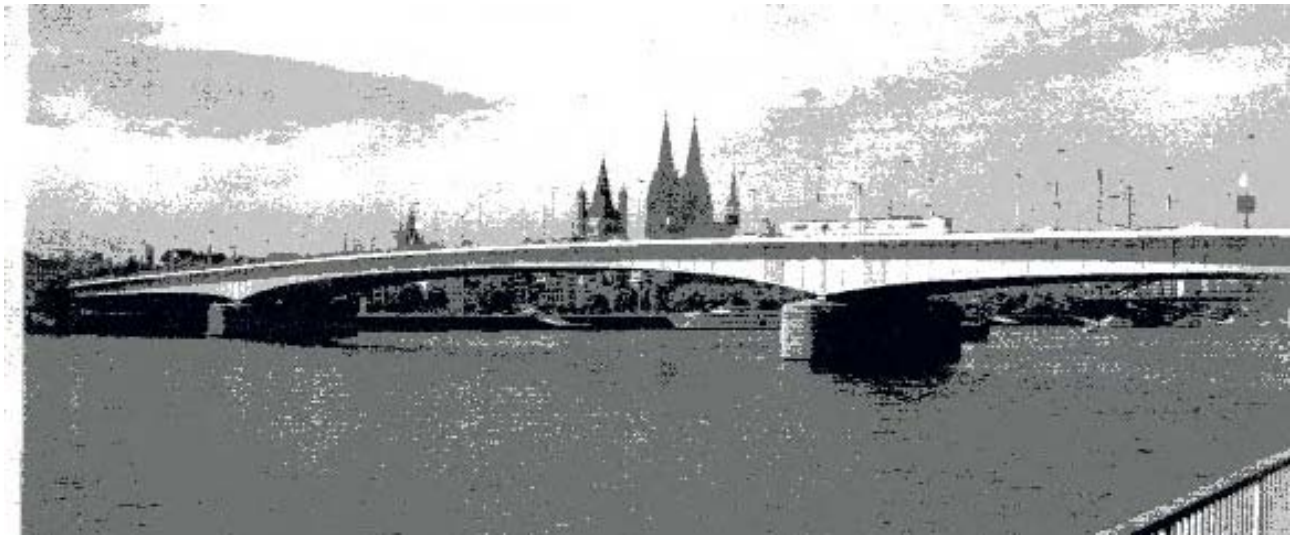


図 12.6 三径間連続箱桁橋（ケルン-ドイツ橋, 1948, 132+184+121m）（出典不詳）

### 12.2.2 曲線橋は箱断面連続桁で設計される

橋は真っ直ぐな線形で架設するのが基本です。しかし、都市高速道路などでは曲線に沿わせる橋桁を架設する需要が多くなります。I断面の橋桁で扇状の単純な曲線橋に構成すると、振れ剛性が大きくないことと、曲線の外側に載る荷重が桁トルクの作用をするだけでなく、橋全体を静力学的に転倒させるように働きます。これを解決する構造は、振れ剛性の大きい箱桁を使い、連続桁形式にすることです。平面的に見て、少なくとも3点で曲線橋を支えれば、静力学的な転倒のことを考えなくて済むからです。立体的な曲線形を持った梁の解析は、それまでの構造力学では扱わなかった立体的な梁の応力と変形問題です。基本的な知識として、立体幾何学的な位置関係の理解がないと、部材の製作も組立てもできません。この問題の詳しい解説は、別にまとめます。



図 12.7 静岡県七滝（ななたる）ループ橋

### 12.2.3 日光の神橋は連続桁構造であること

現在の栃木県日光の神橋（幅 6 m、長さ 27m）は、寛永 11 年（1634 年）に架け替えられたそのままの形式で再現した構造です。アーチ橋と解説してあるのを見ますが、橋梁工学的に言うと、連続桁橋です。架設工法は、カンチレバー方式（刎橋）です。側径間の桁端が岩盤に差し込まれ、中央径間を長く渡しています。木材は長さ方向に温度による伸縮が殆んどありませんので、ヒンジを設ける必要がありません。この形式を発案したのは、大工棟梁の山崎太夫長兵衛で、架け替えは、代々長兵衛の子孫が当たりました。猿橋よりも外観がすっきりした現代的なデザインになっているのが見事です。



図 12.8 日光の神橋（吉田博の版画）

## 12.3 連続桁の構造上の課題

### 12.3.1 ヒンジを使わない構造

橋梁は、大きな見かけによらず変形し易い構造であることが、建築物とは異質です。相対的に大きな変位や回転が起こる個所は、内部的にはトラス部材の接合点、外部的には支点です。変形を拘束すると大きな応力が出ますので、支点では機械構成のピンとローラーの組み合わせが使われます。現在では殆んど見ることが無くなりましたが、初期の鋼橋ではピントラス構造が多く採用されました。隅田川に架かる清洲橋(1928)は、当時の高強度鋼として開発されたデュコール鋼をチェーン状にして主ケーブルに使った連続吊橋です。強度の高い大きな断面を持つ引張材を繋ぐ方法として、溶接は未だ信頼性がありませんでしたので、鍛造で両端に穴を開けた小単位の部材をピンで連結しました。ピン結合は、構造力学理論に載せ易い構造です。しかし、特に、鉄道橋のように大きな荷重を通す構造では、ピンの個所で騒音や振動が起き易いので、この部分全体を一体に構成し、弾力的な変形に対応させる設計を採用するようになってきました。中小支間の橋梁では、ゲルバー形式の構造ではなく、連続桁形式を採用し、桁中間のヒンジを省くようになってきました。このためには、適度なしなやかさを部材に持たせます。材料の強度が高ければ、同じ断面でも長さを長くできます。連続桁形式が普通に採用されるようになった背景には、不静定構造物の解析を敬遠しなくなったことと平行して、鋼橋では高張力鋼材が利用できるようになったこと、コンクリート橋では高強度のコンクリートを利用する PC 技術、に負うところが大きいのです。許容応力度を高く取れなくて、結果的に変形能の低い桁で連続桁構造にすると、支点の僅かな不等沈下が大きな応力を発生する危険があるからです。

### 12.3.2 長手方向の伸縮変形に対応させることが問題

主桁を連続構造にすることで問題になることの一つは、温度変化で橋全体が橋軸方向に伸縮することに対応させるような、支点部全体の構造です。架設段階でも、長手方向にセットバックさせる余裕が必要になります（図 12.9 参照）。長さの変化は、主に温度変化によって起こります。温度変化分は、温度の膨張係数として  $1.2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  を採ります。標準温度に対して  $\pm 30^{\circ}\text{C}$  を見込むと、10m 長さ当たり約 7mm の遊間が必要です。たいした大きさではないと思うかも知れません。しかし、道路の鉄筋コンクリートスラブが夏の高温で目地の個所で座屈変形のように浮き上がる例が知られています。また、鉄道のレールが、真夏時の高温で横方向に蛇行するような座屈変形を起こすこともあるのも知られています。この変形を抑えるために、普通レールでは適度な隙間を設けますが、これが列車の走行では騒音の発生と振動の元凶です。そのため、継ぎ目を無くしたロングレールの施工が工夫されたのです。桁長が長い連続桁では全変位量が大きくなります。道路橋の伸縮目地は、構造設計だけでなく、完成後の維持管理でも多くの問題を抱えています。連続桁では、どれかの支点を固定支点として長手方向の水平地震力を取らせ、他の支点でローラー構造、またはロッキング構造を採用します。許容範囲を越えて大きな変位が出ないようにすることと、この方向と直角に動くズレ（浮き上がりと横ズレ）を拘束しなければなりませんので、全体構造が複雑になります。



### 12.3.3 桁端で起こるその他の問題

一般論として、橋桁の端部は、橋軸方向の変位と同時に、桁の撓み角が変化することが問題になります。鉄道橋では、レールで上下方向の勾配の急変を緩和させています。道路橋では、従来、自動車の荷重も走行速度も大きくなかったので、簡単な櫛の歯状の伸縮目地構造が採用されていました。桁端で、力学的な支点位置間または橋台のパラペット間の距離が大きいと、この個所でタイヤの輪荷重が、桁端の張り出し部分を越えるとき、いわば飛び乗り・飛び降りのような衝撃的な作用が起こります。この部分は、騒音や振動の発生源になるだけでなく、路面に局部的な破壊を起こすなど、橋の管理者を悩ます問題になります。ガス管や水道管を併設するときは、伸縮と回転に対応させる構造に工夫が必要です。今は昔話になりましたが、電話線のケーブルが橋の支点付近で断線する事故が頻発し、電話線の維持管理で問題になりました。細い銅線の束ですので、変形能には十分対応できると思われたのですが、僅かの撓み角変化でも、ほとんど24時間繰り返して作用しますので、疲労で破断に繋がった事故でした。

## 12.4 架設工法の設計と計算

### 12.4.1 死荷重応力は架設工法で決まること

構造力学で連続梁の解析を扱うときの力学モデルは、重さのない、水平で真っ直ぐな梁を幾つかの支点で支え、自重も外力扱いをした荷重として作用させます。この理論仮定に合うように橋梁を架設するときは、橋全長を支える足場を作っておいて、桁構造が完成したところで足場を外します。外す前の足場には自重が作用していますので、安全に足場を外せるように前もって工夫をしておきます。この方式の架設は、主に、鉄筋コンクリート桁構造の場合に採用されます。鋼桁構造では、工場製作と輸送を考えた長さ単位の主桁を現場で接合し、骨格としての連続桁にしておいて、床構造などを後から組み上げます。左右の側径間を単純桁として最初に架設しますが、このときは単純橋の架設工法が採られます。この単純桁を、中央径間側に、カンチレバー状に桁を繋いで伸ばします。中央径間の中央部で、左右から伸びた桁を剛に繋いで連続構造に完成させます。この最後の段階を閉合と言います。ゲルバー構造は、中央部の或る長さの桁を、剛結合ではなく、ヒンジで支持するようにしたものです。鋼の連続桁橋の場合は、閉合ブロックを落とし込む作業のとき、作業時の隙間を持たせるように一方の橋桁全体をセットバックさせます(図12.6)。長大橋では桁の重量が大きく、セットバック作業が実際には不可能ですので、ゲルバー形式を採用しなければなりません。新幹線の車窓から見える浜名大橋は、デビダグ方式で架設されたPC橋です。連続桁に見えますが、中央径間の中央をヒンジ構造で連結したカンチレバー橋です。

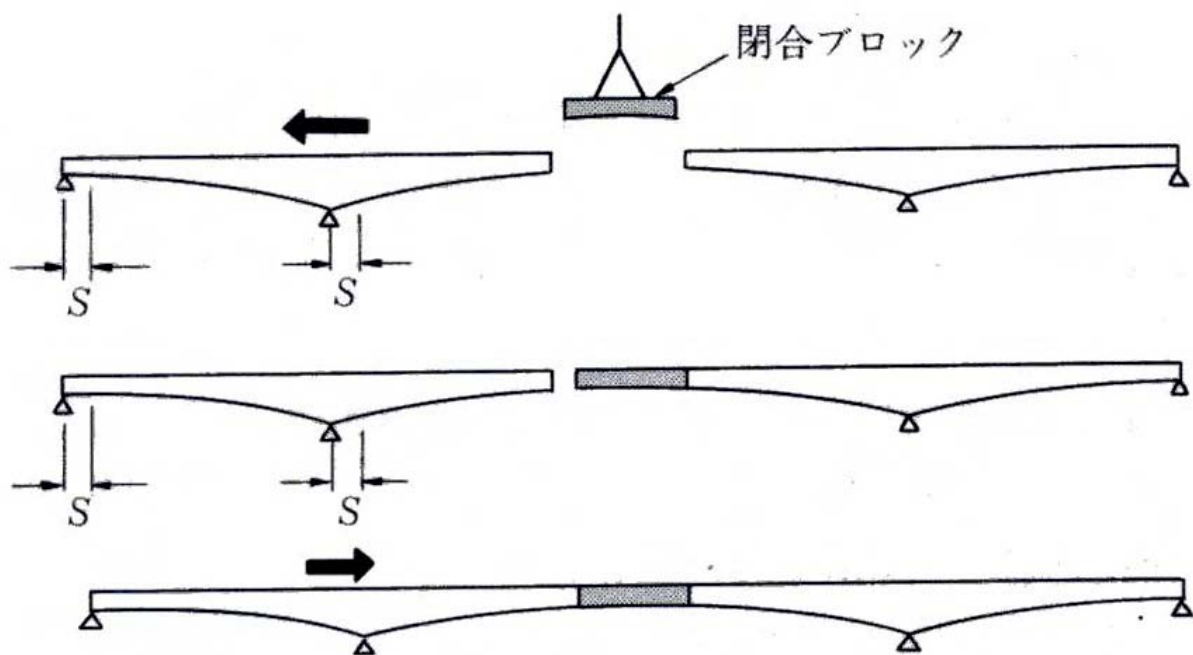


図 12.9 連続桁の閉合作業

## 12.4.2 応力調性を考えること

連続橋構造は、設計時の幾何学的な連続条件を満たすように連結しなければなりません。橋梁は見かけによらず、かなりの変位が出ます。閉合直前の左右桁断面の位置合わせは、仮の重量を作用させるなどで調整します。しかし温度の影響による相対的な変形にもかなり敏感ですので、全体橋梁の温度が一定になる夜を待って作業をする、などの注意が払われます。桁の添接個所は、作業時には曲げモーメントも剪断力も作用しない力学条件にしますが、作業後に重機や応力調整用の仮の重量などを除くと、全体の応力分布も変わります。閉合直後の死荷重応力をどのように考えるかによって、特別な施工をすることがあります。この全体を**応力調整**と言います。骨格としての連続桁構造になった後は、余分な足場などを除き、後から施工する自重(後死荷重)は、活荷重と同じように連続桁として応力計算をします。鋼とコンクリートの連続合成桁では、コンクリートの打ち込みは鋼主桁の架設が済んでからですが、打ち込み個所から曲げ剛性が増加した桁として振る舞います。コンクリートの打ち込み順序次第では、路面の縦断形状が設計通りにならないことが起こります。連続合成桁橋の場合、中間支点上のコンクリート床版は、桁として負の曲げモーメントを受けて引張応力度が出るのですが、これを抑えるための施工上の工夫が幾つか試みられてきました。完成した連続桁の死荷重応力がどのようになっているかは、実際にはよく分かりません。現実に架設されている連続桁を調査するときは、活荷重による桁の挙動を測定し、それを説明することができる資料を作製することが再現設計の目的です。

## 12.5 応力の影響線

### 12.5.1 構造力学の課題としての連続梁の解析

連続桁構造は、橋梁の場合だけでなく、工学的に広く応用される力学形式です。橋梁工学の参考書では解析の説明を省き、構造力学の参考書で理論式が主に扱われています。しかし、影響線を求める解析は橋梁工学固有ですので、その説明が十分でないのが普通です。連続梁は不静定構造です。その不静定次数は、上下方向の力に関して言うと、連続する径間数を $N$ として $(N-1)$ です。未知数にする応力を、中間支点上での上下方向反力成分とするか、梁の曲げモーメントにするかの選択は、解析の出発にする静定な構造系(静定基本系)の考え方に関係します。中間支点を外した両端単純支持の梁を静定基本系とすると、中間支点の反力を未知数(不静定力)とにおいて、外力による中間支点の撓みを0に戻す弾性条件で未知数の反力を求めます。もう一つの仮定は、中間支点上で桁の接続がヒンジであるとし、各径間は個別に単純支持の桁になっているとする構造系です。未知数は、中間支点上の曲げモーメントとするのですが、これは左右の単純桁の接続桁端に向きが反対の端曲げモーメントの対を作用させます。ヒンジ位置で桁端の相対的な回転角度の差(撓み角の差)を計算します。外力によって桁端に生じる撓み角を打ち消す条件で支点上での曲げモーメントを解析します。これを**撓角法**と言います。多径間の連続梁の解析では、隣接した二径間を取り出し、連続した3支点上での桁の曲げモーメントを未知数にして、中央の支点上での撓み角を0にする弾性方程式を立てます。これを**三連モーメント式**と言います。未知数とする支点上の曲げモーメントの数は、端支点上で曲げモーメントが0の条件がありますので $(N-1)$ です。つまり、数学的には $(N-1)$ 次の連立方程式を解く問題になります。

### 12.5.2 曲げモーメントの理解が学習の一段階であること

高校までに習う力学(mechanics)は、力の釣り合いを扱います。モーメントを力の種類としても扱う力学は専門教育からです。弾性体の変形を扱う力学は**応用力学**(applied mechanics)です。さらに、力が弾性体に作用して変形することを、力のする仕事とし、その仕事が弾性体内部に保存されるとする弾性体のエネルギーが理解できるようになるのは、もう一段階上の学習です。力がする仕事は、力×変位の単位(ディメンション)です。モーメントで生じる変形は、回転角で扱うことと、モーメントがする仕事がモーメント×回転角の単位です。三連モーメント式は、モーメントを力の一種として扱いますので、構造力学の初学者が原理を納得するまでに悩まされる問題になっています。撓み角とは、梁の傾斜が変化する変位ですが、そのままでは力学量としての意義はありません。その個所にモーメントが作用するような状態があるとき、モーメントと撓み角との関連を扱います。連続梁の解析のときは、支点上でヒンジ構造を仮定しておいて、そこに左右反対向きの曲げモーメントを作用させ、左右の桁の撓み角度の差を回転角とします。つまり、左右の桁の、ヒンジの位置での傾斜角度(撓み角)の差を計算します。連続梁の解析をするときの静定基本系は、径間単位で単純支持桁として、三連モーメント式を利用する方が数値計算をする場合に扱い易くなります。したがって、以下の計算式は三連モーメント式を応用する手順を解説します。

### 12.5.3 弾性荷重法で変形を計算する

構造力学の公式集には、梁の支持条件の相違と荷重の種類に応じた計算式が集められています。しかし、梁の曲げモーメントの分布から撓みと撓み角（撓みの一階微分）を求める計算式は紹介されていません。実は、梁のたわみの計算に**弾性荷重法**と言う方法があります。曲げモーメントの分布を、あたかも荷重分布のように扱い、この分布荷重による単純梁の曲げモーメントを計算すると、これが梁の変形になることを利用します。ただし、このときの荷重は、曲げモーメントを梁の曲げ剛性で割った $M/EI$ の形を使うことから、弾性荷重の用語が使われます。計算原理は、（撓み・曲げモーメント）（曲げモーメント・荷重）の関係を表す二階の微分方程式の形が相似になっていることに注目します。等分布荷重による曲げモーメントの計算式は、一定の曲げモーメントを受ける梁の変形式と相似です。三連モーメント式を利用するときは、端支点で曲げモーメントが作用するときの梁の変形を求めますので、三角形分布をした荷重による曲げモーメントの計算式を利用します。図 12.10 に示した単純梁の力学モデルを考えると、支点での撓み角と梁の変形とを下の式で計算します。

$$\left. \begin{aligned} \text{撓み;} \\ y &= \frac{Ml^2}{6EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right) \\ \text{撓み角;} \\ \theta_A &= \frac{Ml}{6EJ} \\ \theta_B &= \frac{Ml}{3EJ} \end{aligned} \right\} \dots(12.1)$$

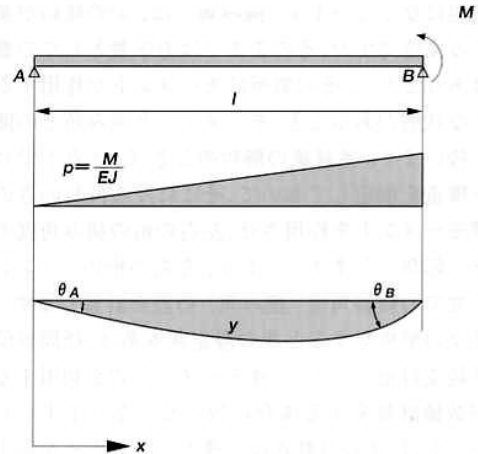


図 12.10 端モーメントを受ける梁

### 12.5.4 荷重項の計算を必要としないこと

橋梁では移動荷重による最大最小応力の計算をするため、最初に影響線を求めます。死荷重は静的な荷重ですので、影響線を計算しない方法でも応力計算ができます。普通は、影響線の面積計算値を利用して計算書をまとめます。不静定力の影響線を計算するときは、静定基本系に不静定力だけが作用し、不静定力の作用方向の変位成分を求めるだけの弾性条件式を求めます。一般的な多径間連続梁から連続した二径間を取り出して、不静定の支点モーメントと支点での撓み角との関係を図 12.11 に示します。この図を見るとき、モーメントの正負、変形の正負についての約束を理解しておきます。曲げモーメントは内力ですので、桁に支点上で仮のヒンジを挿入した場合、支点上で左右の曲げモーメントの対を考えます。曲げモーメントは、梁を downward に曲げる向きを正とし、撓みは、下側に撓む向きを正とします。中間支点上での左右桁断面の相対的は角度の開き  $\theta$  は、左右の桁変形の、接線角度の差です。符号は図 12.11 のように開く向きが正です。死荷重などの外部荷重が作用すれば、その分で生じる撓み角を計算するのですが、この計算成分を**荷重項**と言います。影響線の計算では、荷重項の計算を必要としません。弾性条件式を下に示します。

$$\theta_i = \frac{l_i}{6EJ_i} M_{i-1} + \left( \frac{l_i}{3EJ_i} + \frac{l_{i+1}}{3EJ_{i+1}} \right) M_i + \frac{l_{i+1}}{6EJ_{i+1}} = 0 \quad \dots(12.2)$$

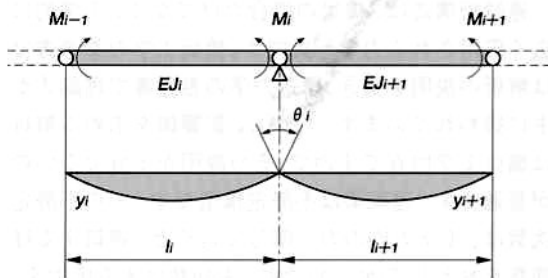


図 12.11 三連モーメント式を扱うときの静定基本系

### 12.5.5 不静定力を求める連立方程式

一般的なN径間の連続桁では、左右の端支点では曲げモーメントが0の条件がありますので、中間支点上での曲げモーメントの弾性条件式は、式(12.2)から(N-1)個得られます。これをマトリックスの形に表します。

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \dots \\ \theta_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{6EJ_0} \begin{bmatrix} 2(L_1 + L_2) & L_2 & & & \\ L_2 & 2(L_2 + L_3) & L_3 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & L_{N-2} & 2(L_{N-2} + L_{N-1}) & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ \dots \\ M_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(12.3)$$

上の式で、 $EJ_0$ は、どれか一つの径間での値を基準にします。大文字にした $L$ は換算した径間長であって、例えば $L_1$ について、下の式で計算します。なお、後の式で使う $L_0$ は、基準にした径間の径間長です。

$$L_1 = \frac{EJ_0}{EJ_1} l_1$$

構造力学での三連モーメント式は、右辺に外力による撓み角の大きさを表す荷重項が入ります。重要な個所は、不静定力を変数とした、(N-1)次の対称な変位のマトリックスの部分です。FEM(有限要素法)の用語で言えば**flexibility matrix**です。この対称マトリックスは、対角線要素と、その両隣りの成分以外が0である**バンドマトリックス**(band matrix)ですので、数値計算では**消去法**で**逆マトリックス**が簡単に計算できます。この逆マトリックスは、変位から不静定力を求める式になりますので、**stiffness matrix**に当たります。これも対称マトリックスで得られます。

### 12.5.6 等断面等径間の場合の式

連続梁の計算をする場合、複雑な条件を考える前に、なるべく単純化した力学モデルを扱うことを薦めます。等断面で等径間の連続梁モデルでは、式12.3のマトリックスの係数が(1, 4, 1)になります。この形の係数マトリックスは、第6章格子桁の計算の中で、式(6.8)で紹介したものと同じです。

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \dots \\ \theta_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{L_0}{6EJ_0} \begin{bmatrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & 1 & 4 & 1 & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & & 1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ \dots \\ M_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(12.4)$$

式12.3の逆変換の形を下のように表します。

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ \dots \\ M_{N-1} \end{bmatrix} = \frac{6EJ_0}{L_0} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} & \dots & a_{1,N-1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N-1,1} & a_{N-1,2} & a_{N-1,3} & \dots & a_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \dots \\ \theta_{N-1} \end{bmatrix} \quad \dots(12.5)$$

式12.5のマトリックスの行成分(列成分でも同じです)は、不静定力の組みを表します。この力を静定基本系に作用させると、或る個所の不静定力である曲げモーメント $M_1$ の位置だけをヒンジにして、そこでの変位 $\theta_1$ だけが単位(=1)となるような梁の変形が計算できます。また、全体変形を一定倍して、 $M_1=1$ がヒンジ位置に作用するとしたときの変形量(回転角 $\phi$ )の計算ができます。等断面、等径間、三径間連続桁では、不静定次数が2です。この場合の式12.4と、その解の12.5は簡単に求まります。

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{L_0}{6EJ_0} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad \dots(12.4.2)$$

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \frac{6EJ_0}{15L_0} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad \dots(12.5.2)$$

上の二つの式のマトリックスの係数から、 $M_1=1$ 、 $M_2=-1$  が作用すると、 $\theta_1=L_1/2EJ_0$ 、 $\theta_2=0$  となることが導かれ、梁の変形が図 12.9 のようになります。

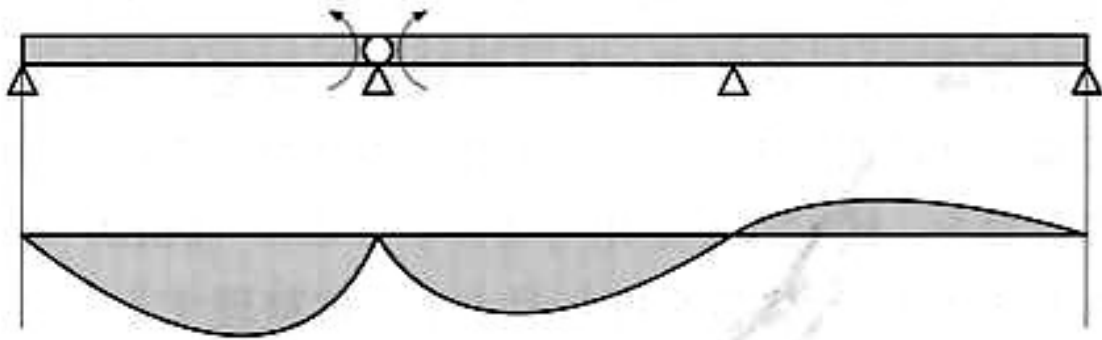


図 12.12 中間支点上でヒンジを挿入し支点モーメントを作用させる力学モデル

### 12.5.7 相反作用の定理で影響線を求める

線形の弾性体の力と変位との関係を表す一つの定理に**相反作用の定理**(reciprocal theorem)があります。**マクスウェル-ベッティの定理**(Maxwell-Betti's reciprocal theorem)とも言います。二つの力(モーメントも含みます)  $P_1$ 、 $P_2$ とその力の作用する方向で測った変位  $\delta_1$ 、 $\delta_2$ とを考えます。今、 $P_1=1$ が作用したときの $P_2$ の位置での変位  $\delta_1 = \delta_{12}$ と、 $P_2=1$ が作用したときの $P_1$ の位置での変位  $\delta_2 = \delta_{21}$ とを求めると  $\delta_{12} = \delta_{21}$ になることを言います。この定理は、「力のする仕事=弾性エネルギー」の関係を踏まえていますので、ディメンションに注意します。曲げモーメントを考える場所では、変位は回転角(ラジアン)です。ここで、図 12.12 の力学モデルを考えます。 $P=1$ の移動荷重が作用したとき、ヒンジの位置での回転変位  $\theta$ は、このヒンジ位置で単位のモーメント  $M=1$ を作用させたとき、 $P=1$ の作用点での変位  $y$ に等しくなります。支点位置で、 $y$ の値に相当する回転角を0に戻すように支点曲げモーメントを作用させると連続桁になります。つまり、図 12.9 の変形図に、前項で解説した  $(-\theta_1)$  を乗じた曲線が支点上の曲げモーメントの影響線です。影響線の形は図 12.12 の上下を逆に描いたようになります。連続桁の任意の位置での応力の影響線は、考えている単純支間部分の単位荷重による影響線と、その支間の左右支点での支点曲げモーメントの影響線を重ね合わせます。

### 12.5.8 梁の変形は一つだけを計算して応用する

三連モーメントの元に使う式 12.3 に戻って説明します。この式の右辺、マトリックスの中では、換算の径間長  $L_i$  を使っています。ここで、どれか一つの径間長を基準  $L_0$  としてマトリックスの定数倍の係数として外に出した形に直します。式 12.4 はその形で整理しましたので、マトリックスの中が  $(1, 4, 1)$  の形になったものです。式 12.3 の逆変換を計算するとき、式 12.5 のように  $(6EJ_0/L_0)$  を外に出した形に整理しておきます。一つの支点上での曲げモーメントの影響線では、各径間ごとに単純梁を仮定しておいて端だけに曲げモーメントを作用させたときの変形の計算を、式 12.1 を応用します。ここに  $(1/6EJ)$  がありますので、係数を打ち消すように整理することができます。結局、曲げモーメントの計算に使う撓みの計算式は、下のような形を使うことができます。

$$y = al \left( \frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right) \quad \dots(12.1.2)$$

(具体的な計算例は、次号で説明します。)

### 12.5.9 床組みの設計は連続桁の設計を踏まえている

連続桁構造は、不静定ですので、死荷重応力の大きさは架設工法によって変化しますし、完成後も実情は良く分かりません。桁を縦横に組み合わせた格子状の構造は、床組みなどで普通に見られます。丈夫さを意図して曲げ剛性の大きな桁を組み合わせると、力学的な拘束が大きくなって、僅かな変形でも大きな応力が発生して亀裂が出る、などの不都合なことが起こります。適度なしなやかさを持たせることで、全体が馴染む実用的な構造物が実現できます。構造設計のときは、横桁を剛な断面とし縦桁をその上で単純支持させる仮定か、連続桁とするかの選択があります。鉄筋コンクリートスラブは、床桁で支えた二方向スラブとしての計算するのですが、連続桁の考え方をに入れて、床桁上では負の曲げモーメントを検証します。個別の桁を考えると、交差する支持桁の個所を支点とする連続梁と仮定します。支点位置で桁の撓みを0とする仮定を主に使いますが、格子桁モデルは、支点個所で弾性的な撓みを考えます。この計算法は、第6章で解説しました。

### 12.5.10 連続桁の解析は自由曲線の作画にも応用されること

工業製図の作成作業のとき、手描きで滑らかな曲線を引くための用具に曲線定木を使います。弾性的な材料を使う撓い（しない）定木もあります。これを、英語でスプライン(spline)と言い、コンピュータグラフィックスで滑らかな曲線を描くときに使われるようになった専門用語です。このアルゴリズムは、連続した弾性針金で幾つかの中間点を繋ぐような式の形を扱います。構造力学、それも三連モーメントの式を扱っている技術者は、スプラインのアルゴリズムについて、すぐに納得が得られます。式の扱いについては幾つかの条件がありますが、中間点で接線と曲率とを連続させる条件が基本です。支点間での曲線の形状は三次式を使います。この解析のとき、式 12.3 と同形のバンドマトリックスを扱います。スプラインの詳しい説明は「易しくない計算幾何学」を参照して下さい。

<http://www.nakanihon.co.jp/gijyutsu/Shimada/Computational%20geometry/top.html>

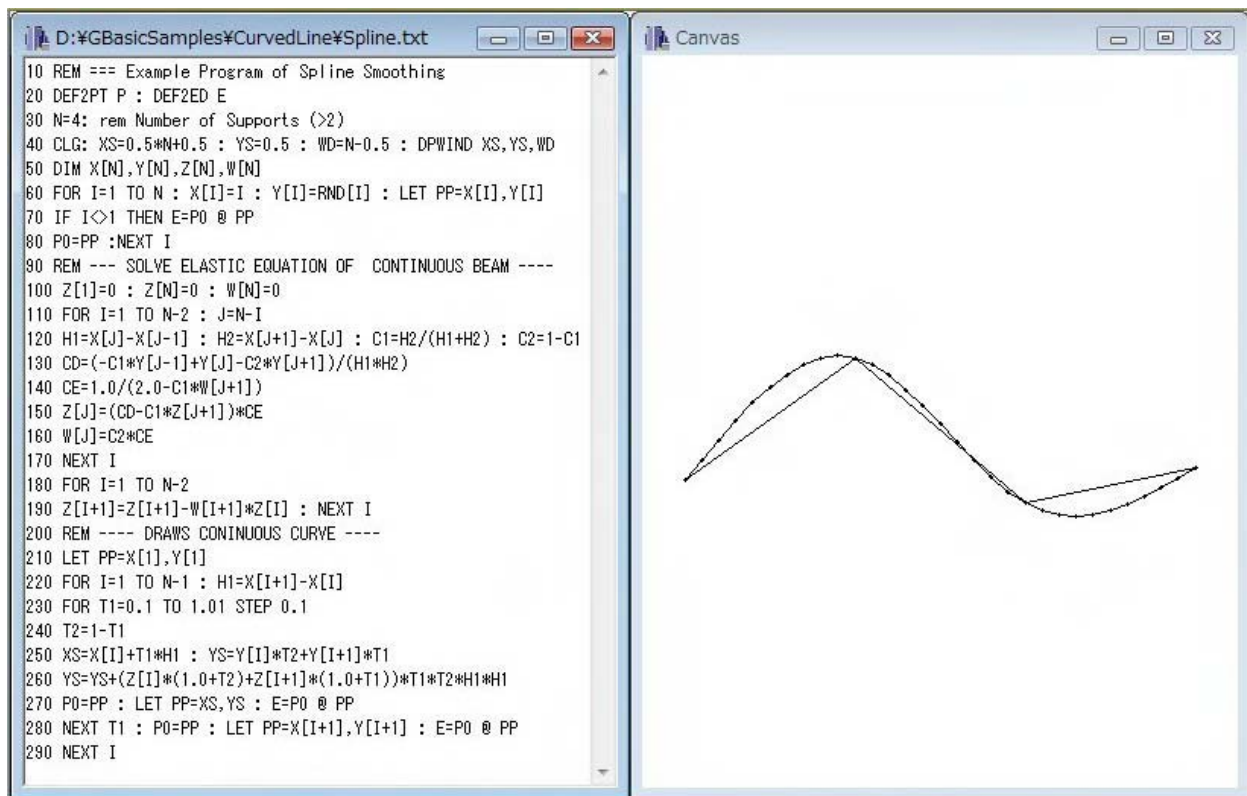


図 12.13 スプラインの原理で描いた連続桁の反力の影響線

## 13. 連続桁の計算 (続)

### 13.1 古典的な不静定問題

#### 13.1.1 二点支持と三点支持の問題から

最初に、応用力学の問題を一つ出します。長さの長い石の矩形断面の梁を、安全に2点で支えたいとします(図13.1)。支点の位置を、梁の端からどれくらい中央に寄せればよいのでしょうか？

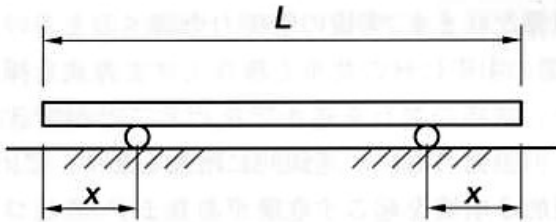


図13-1 曲げ応力を最小にする二点支持は？

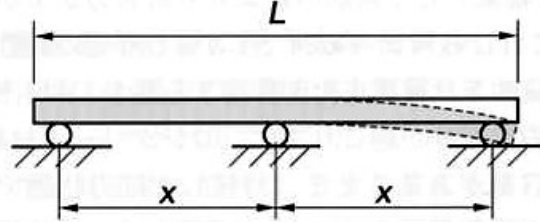


図13.2 三点支持は不静定である

構造力学で、梁の曲げモーメントの計算知識を使えば、支点上の負のモーメントと、支間中央の正のモーメントとの大きさを等しくする条件を使い、簡単な二次式を解いて計算することができます。答えは、端から約  $0.2L$  の個所であって、支点間は約  $0.6L$  の長さです。つまり、(1:3:1)の長さ比の位置です。長い梁を安全に支えたいとして、中間を支えたいとします。これが二径間連続梁です。単純に考えると、端支点と中間支点間を約  $0.5L$  よりも多少短くできますので(図13.2)、折れの安全性が向上すると思うでしょう。ところが、これは一次の不静定構造物ですので、梁の曲げ変形と支点位置での弾性を考えなければ、三つある支点の反力が一意に決まりません。極端な場合、端の支点が仮に効かなくなると、中間支点での負の曲げモーメントは、上記の二点支持の場合に比べて一挙に約5.8倍、中間支点が効かなくなると、正の曲げモーメントも、ほぼ同じ比率倍に増え、最悪の結果として梁が折れます。この問題は、イタリアのルネッサンス時代、重くて長い大理石の円柱を木製の支持で仮置き保存するときの破壊現象として顕在化したものです。二点で支えるのに加えて、中間に追加の支点を入れれば、より安全になるとの予測を裏切って、却って、中間支点で折れが起こることを、経験的な知識として得ていました。しかし、論理的に説明ができなかったのです(朝日選書686、訳書「橋はなぜ落ちたのか」、2001)。柱として使う長い石材を横にして移動させたり仮置きしたりするとき、自重だけで曲げ破壊をしないようにする、或る寸法と長さの限界がありますし、支える位置に注意する必要があります。

#### 13.1.2 静定構造物の安全問題の典型であること

橋梁構造物の設計は、なるべく使用材料を少なくして、外部荷重を支えるように工夫します。長い支間を渡す場合、自重も大きくなります。不静定の構造形式は、自重による応力が一意に決まりません。近代的な橋梁構造物は、死荷重応力を制御できるような製作や架設工法を工夫します。ゲルバー形式のような静定構造物にすれば、死荷重応力の不確かさを避けることができます。しかし、どこか一ヶ所でも部材が破壊すると、橋梁全体が崩壊する危険をはらみます。したがって、安全対策には種々の経験的手法が組み合わされます。材料力学的には、断面寸法を大きくして、応力度に余裕を持たせます。これが行き過ぎると、過剰設計と批判されます。構造力学的には、部材を余分に追加して不静定次数を増やします。これには、外的不静定にするのと、内的不静定にするのと、その両方も組み合わせます。連続橋は、支点を増やす外的不静定構造です。安全にする積もりが、条件が変わると破壊を引き起こすことの例を上項で説明しました。日本では、軟弱な地盤基礎が多いこともあって、支点の不等沈下が珍しくありません。そのため、曲げ剛性に余裕の少ない、特にコンクリート系の連続桁橋の建設を避けていました。なお、橋全体の安全性に関しては、やや高度の政治的・戦略的配慮がからみます。並列システムは、一つが事故を起こしても、残りでバックアップさせる考え方です。日本は平和国家ですので、主に自然災害を考えますが、橋は戦略的な破壊の対象に狙われます。耐爆橋梁と言う概念があります。意図的に不静定部材を多用して、局部的に部材が被爆しても、全体構造が崩壊しないように設計します。道路網全体計画では、補修のことも考えたバイパスの余裕を持たせる安全性を踏まえたいのですが、この判断になると、工学的な問題だけでなく、政治的・戦略的意向も入ってきて、複雑な問題になります。

### 13.1.3 コンクリート桁の支持方式には注意すること

橋としてならば、桁端に自由な長さ区間を取る、図 13.1 のような構成をしません。人工の石材である鉄筋コンクリートで橋の主構造を構成するとき、工場でRC桁、またはPC桁（プレハブ桁：pre-fabrication）を製作しておいて、それを架設位置に運搬するとき、図 13.1 のような仮の支持方法も現れます。通常の建設では、架設位置でコンクリートを打ち込んで桁に成形しますので、運搬のことを考えません。しかも、不静定構造になる連続桁で設計することを敬遠し、次善の解決として静定構造であるゲルバー桁に構成する傾向がありました。主構造を連続桁に構成するときは、変形能の大きい鋼桁で設計するのが普通です。一方、道路橋の床版は、コンクリート橋、鋼橋ともに、鉄筋コンクリート版（スラブ）で施工するのが一般的です。このスラブは、縦桁・横桁で弾性的に支持された連続版です。これも、実践的には連続梁として設計します。したがって、床組の支点間に相対的な撓み差があっても、応力が過大にならないようにする、適度なしなやかさが必要です。この判断には曲げ応力度の計算と同時に、撓みの計算を踏まえます。応力度だけに注意すると、撓みが大きくなる傾向があり、逆に、拘束の大きな個所は、過大な応力が発生することがあります。どちらも、現象としては疲労亀裂が観察されます。これは鋼床版の設計のときにも問題となります。

### 13.1.4 引張応力度に対する考え方

人工材料としてのコンクリートを含め、石材は引張強度に注意した扱いをしなければなりません。材料力学的に石材の純引張強度を実験的に求めたいときは、細長い試験片にして両端を引っ張らなければなりません。しかし、試験片をくわえる（啜える）支持個所を特別に工夫しなければなりませんので、実用的な試験方法が提案できません。次善の方法として梁としての曲げ試験をします。曲げ応力度が直線分布になると仮定し、破断時の最大曲げ応力度を計算して引張強度とします。コンクリート材料では、純引張強度よりも幾らか高めに出ますので、曲げ引張強度と断ります。鉄筋を入れない梁部材の曲げ試験をするとき、油圧式の載荷方式にすると安全な実験ができます。これは、強制的に変形させて、そのときの反力として油圧を測定します。耐荷力が最大になって破壊の兆候が出ると、それまで増加していた油圧が止まり、僅かに下がります。その時点で実験を中止すると、梁は、見かけ上破断しない状態が保たれます。実橋の耐荷力を調べるときのように、梁の中央に錘の荷重を積み上げる方式を採用すると、破断の進行を途中で止めることができなくて、引張側の亀裂が連鎖的に増加します。これは、突発的な崩壊を起こす危険があります。鉄筋コンクリート桁の引張側に入れる鋼材は、コンクリートに亀裂が発生した時点から効きはじめ、亀裂の進行を抑え、結果として無筋の桁よりも耐荷力が上がります。これは短時間の載荷ですが、不静定の弾性条件で持続的な死荷重応力が作用する場合には、内部の応力の再配分が起きます。コンクリート材料は、乾燥収縮があることと、持続した応力状態ではクリープ現象がおきますので、鉄筋との合成作用がある場合には、持続した引張応力度の一部は鉄筋の方に移ります。

### 13.1.5 連続合成桁のコンクリート部の応力度問題

鋼主桁とコンクリート床版の全体を合成桁として設計するとき、鉄筋コンクリートのスラブを主桁全体の上フランジ断面に組み込む計算をします。そうすると、連続版の中間支点上が負の曲げモーメントを受ける領域になりますので、コンクリート部分に引張応力度が発生することを考えなければなりません。設計計算では、安全を考えてコンクリートの引張強度を無視する仮定を使うこともします。実際には、コンクリートはかなりの引張強度を期待できます。応力度の計算に関しては、紙の上だけの思いつき提案が幾つもあります。理想を考え過ぎて、鉄筋断面積だけを鋼断面に繰り込み、コンクリートは砂と同じと仮定する人もいます。死荷重による応力度は、実際の構造物で、実験的な確認ができません。もし必要であれば、歪みの経年変化を測定して死荷重応力度を推定します。コンクリートは、材令が進むと強度も弾性係数も幾らか増えます。クリープ現象もありますので、年月が経つと応力が平均化するようです。歪みの経年変化を測定する研究は、コンクリートダムでは、カールソングージが使われていました。ダムでは管理事務所でモニタ観測ができますが、橋梁でのモニタリングは現実的には実用になりません。したがって、既設橋梁の再現設計の場合には、活荷重による応力の傾向だけを計算します。こちらは、実験的に応力測定で確認することができます。なるべく費用をかけないで既設橋梁の弾性的な傾向を知る方法が、簡易な振動測定の位置付けです。構造計算上の仮定は、引張を受けるコンクリート部分も全断面が有効に作用するとして計算するのが実践的です。鉄筋コンクリート床版（スラブ）の設計計算では、鉄筋とコンクリートとの相対的な寸法と位置関係を使うとしても、合成断面に組み込むときには、鉄筋を含めたスラブ全体を均質なコンクリート断面として計算し、鉄筋断面積だけを特別な部材要素として組み込むマイクロな仮定をしません。



## 13.2 連続梁の計算に使う力学モデル

### 13.2.1 数表を利用した過去の計算方法を理解しておくこと

コンピュータが利用できなかった1960年頃までは、不静定構造物の解析は、数値計算に多くの手間がかかりました。数表やグラフは、計算労力を最小にすることと、計算結果を検証するための資料として使います。丸善の三角関数表や、林桂一の高等関数表を手許に備えることは、技術者の素養の一つでした。連続梁の計算には、ドイツ版のAngerの数表が良く利用されました。ハンドブックやデータブック類は、各種の数表や公式集を集めたものです。数表は、単純化した条件で計算した値を集めますので、一般的な条件の数値を求めたいとき、その数表を応用する方法も理解しなければなりません。よく使うのは内挿計算です。例えば、10等分点での座標数値の数表から、7等分点の座標数値に直す、などがあります。したがって、数表を利用するには、数値を求めた理論的な背景についての理解が必要です。1960年代までは、数表を扱う出版物が多く見られました。1970年代に関数電卓が発売されて関数計算が簡単にできるようになり、さらにパソコンが使い易くなったことで、数表関係の出版物はほぼ壊滅してしまいました。ハンドブックから数表類が載らなくなると同時に、計算式の解説も意味を失い、結果的にハンドブックそのものを持つ意義が失われてしまいました。既設の古い橋梁の設計計算書は、数表やハンドブックを参考にしましたが、特殊な条件の場合を除き、影響線の計算をそのまま記録に残しません。したがって、現時点(2010)では、連続梁の影響線計算を詳しく勉強できる参考資料がありません。連続梁の再現設計のエクセルSoftは、影響線の計算部分は独立させた“[INFCONTBVO.xls](#)”として別にまとめ、その要点を連続梁の再現設計ソフトに転用する編集にしています。これは、従来の数表を利用する計算法のパソコン版と考えるとよいでしょう。

### 13.2.2 実践的には等断面・等径間の仮定を使うこと

連続橋の構造解析は、計算条件の選択範囲が多様ですので、標準的な計算方法の提案がし難い嫌いがあります。既設橋梁の再現設計の場合には、活荷重による応力と変形の概略が計算できればよい、と妥協して、条件を単純化した連続梁の計算法を紹介します。第1の仮定は、主桁断面を等断面とします。昭和31年(1956)の道路橋示方書に準拠していた時代、鋼張力鋼が普及していなかったため、フランジ幅や桁高を細かく変えることで経済的な断面を設計しました。鋼張力鋼が利用できるようになって、断面寸法を同じにし、応力度の高低に対応させるには材料の方を変える、いわゆるハイブリッド(hybrid)構造が多く採用されるようになりました。連続トラス橋も、曲弦トラスに代わって、平行弦トラスが多く見られるようになりました。第2の仮定は、等径間の連続梁とすることです。中規模の一般的な連続桁橋または連続トラス橋は、架設地点の地形条件などを考慮して径間比を決めるのですが、特別な理由がない限り、外見として等径間で設計します。都市高架の自動車専用橋に見るように、三径間単位で連続橋を並べ、二径間連続橋と単純橋を組み合わせて必要な径間数を構成します。三径間連続橋で中小河川を渡す個所、跨線橋、跨道橋では、中央径間を側径間よりも幾らか長くする設計が見られます。この場合、中央径間比として(1:1.5:1)よりも大きくすることをしません。この比率(1.5)は、ディビダーク工法で、独立したT状の2橋が連続する場合の比率として見られます。中央径間の中央にヒンジがあり、構造形式はカンチレバー橋です。連続梁形式を採用し、この比率を中央径間で大きくすると、死荷重によっても端の支点で負(浮き上がり)の反力が生じる可能性があります。

### 13.2.3 径間長を表すパラメータが二種類あること

連続梁を三連モーメント式で解析するとき、理論的な径間比は、実径間長をその径間の平均曲げ剛性で除した( $I/EJ$ )の比で与えます。前章の式(12.2)では、実際の径間長に英小文字  $I$  を使う式で表してあります。一方、式(12.3)は大文字の  $L$  を使っています。どれかの径間を基準とし(普通は第1径間)、全長が等断面であると仮定して他の径間は理論的に換算した径間長  $L$  を求めて式(12.3)に代入します。中間支点上の不静定曲げモーメントの計算は理論値  $L$  を代入するのですが、径間ごとの曲げモーメント分布、撓み、支点反力を計算するときは、実の径間長  $I$  を使わなければなりません。この使い分けは混乱を招くことがあります。連続梁の影響線解析に使うエクセルSoft“[INFCONTBVO.xls](#)”は、理論的な径間長  $L$  について、標準的な(1:1)および(1:1:1)の等径間の連続梁の解析を載せました。実径間  $I$  の比が等径間で無い場合も、近似的にこの計算結果を応用することができます。この場合、影響線の面積などは、実径間長  $I$  を元にして計算します。

### 13.2.4 スラブは幅員方向で連続桁と考える

道路橋の鉄筋コンクリートスラブの設計は、単位幅のスラブを考えて、これが幅員方向の連続桁になっていると仮定します。鋼橋も、またコンクリート橋でも、主桁を並べた桁橋構造では、主桁位置を支点と仮定します。トラス橋では、主桁に代わって縦桁位置を支点とします。主桁を並べる場合、隣あう主桁の相対的な撓み差が大きくなるように、適当な間隔で横桁を配置します。床版が主桁上で単純支持になっていると仮定することは、主桁位置での局所的な変形に対応させる考え方です。スラブは主桁上で連続となるように施工しますので、実際設計では、この個所は負のモーメントを考えます。橋の幅員は支間に対して相対的に短いので、普通、橋の断面形は、偏心載荷で全体が回転するとしても、横方向に変形することを考えません。しかし幅員方向で横桁が弾性変形することを考えることがあります。これが格子桁の計算法の出発です。横桁の解析モデルは、主桁がバネ支承であるとした連続桁です。解析の応用は、支点での反力、つまり主桁への荷重分配にあつて、横桁の応力と変形の計算には使いません。剛性が相対的に低い縦桁と鉄筋コンクリートスラブの構成では、縦桁が受け持つ路面上の荷重は、スラブの荷重分配作用を計算しません。これが(1,0)分配です。スラブも、バネ支承の影響を考えない方が危険側の見積もりになります。格子桁の分配係数の計算は、エクセルSoft“INFSGRDVO.xls”として独立にまとめてあります(第6章参照)。

### 13.2.5 トラス橋では床組全体が連続橋になっている

単純トラス橋の部材応力を計算するときは、荷重の作用が格点に集まるような間接載荷の方法を使います(第4章参照)。トラス橋の床版と縦桁で構成する床組みは、格点位置の横桁を支点とするような連続橋構造に構成されています。計算上の仮定として、横桁上で単純桁橋とするか、連続桁橋とするかの選択があります。単純桁橋の仮定を使うと計算が簡単です。しかし、横桁上でヒンジの仮定を満たすように、スラブに目地を入れるなど、細部構造を工夫することはしないのが普通です。すなわち、実構造は連続桁橋の支点をトラスの横桁が支えている、一種の複合構造です。この実情は、実際のトラス橋で簡易振動測定をして、結果を説明するときを考える力学モデルとして妥当な仮定であることが、幾つかの測定をしてみても分かってきました。トラス橋の路面上で振動を測定するとき、測定位置をトラスの格点位置にする場合と、格点の中央にする場合とでは卓越振動の大きさの順位が変わります。格点の中央では、格点間を支間とする単純橋の振動が卓越し、トラス全体支間の振動レベルが低くなります。したがって、トラス全体系の振動を得たいときは、格点位置で主構にセンサを取り付けるようにします。ただし、弦材に取り付けると、弦材自体が独立に振動する現象を拾います。

### 13.2.6 連続橋の振動は波動の性質があること

橋桁の振動を解析する力学モデルは、ある範囲の部材重量を一ヶ所の集中荷重にまとめた質点系モデル(lumped mass model)を考えます。質点は運動の自由度が3方向ありますので、振動モードは質点数 $\times 3$ です。条件を単純にした上下動だけを解析しても、多くの振動モードが得られます。振動測定の結果と付き合わせるとき、振動モードのすべてを説明できないのが実情です。多くの振動測定をしてみた経験から、構造物の振動には、波動としての性質もあることが分かってきました。例えば、斜張橋のケーブルは、橋本体から見れば局部的な部材であつて、独立した振動現象を示します。送電線と同じように、パルス状の波形が支点間を往復する波動現象が観測できます。この加速度振動記録をフーリエ解析すると、多くの固有振動とそれに対応する振動モードが計算できます。最も周期の長い振動モードは、全体が一山の波形です。しかしこのモードが実際に観察されるのは風が起振するカルマン渦による振動と共振するときです。この振動は、簡単な制振装置で止まります。つまり、力学モデルを解析するときの振動モードで振動することはなくても、波動が支点間を折り返す周期が測定されます。橋梁では、支間方向に振動波形が往復する性質があつて、波動の速度は約 $200\text{m/sec}^2$ です。そうすると、100mの長さの橋では卓越周期は1秒、つまり、振動数は1Hzです。連続橋の場合には支点位置が振動波形の節(ふし)になります。波動としての振動は、支点間の往復ですので、波形が折り返す区間は径間数と関係を持ちます。例えば3連続等径間の場合には、振動周期で1:2:3となる卓越振動が得られます。トラス橋のスラブ上で振動を測定するとき、例えば、トラスの格間(パネル)数が5であると、振動周期でデータを整理すると、1:2:3:4:5の比になる5個の卓越振動が得られます。これは、トラス主構造の卓越振動とは別のモードです。鉄筋コンクリートのスラブが劣化して亀裂があると、波動の往復が途中で途切れます。振動周期の長い側から測定値の欠けが起きます。この性質を利用すれば、鉄筋コンクリートスラブの健全度が判定できるのではないかと(筆者は)思っています。事例は、第1章、図1.1に示したトラス橋で判定しました。

## 13.3 連続桁橋の再現設計エクセル Soft の解説

### 13.3.1 ソフトの命名法

連続橋の主構造の構成は、トラスにする場合と桁にする場合とがあります。実際に架設されている連続橋は、鋼桁橋形式が多いので、例題としての再現設計エクセル Soft は、差し当たって標準的な三径間連続鋼桁橋としました。単純鋼桁橋としての再現設計エクセル Soft は既に作成してありますので、計算書の組み立てとしては、連続梁の影響線計算の部分を追加した形にしています。ソフト名は、例えば、“CGD34S31V00.xls”です。最初の3字の英字CGDは連続桁(Continuous GirDer)の意、数字の3は3径間連続の意、次の4は主桁本数、S31は準拠示方書年(昭和31年)の記号、V00はバージョン番号です。VNOとしたものは、デモ版です。(なお、この命名法は暫定的に決めたものです。)

### 13.3.2 表計算部分の印刷レイアウトに注意したこと

MS-EXCELは、数式を表の形にして計算するツールです。計算数値と文書の表示は、ワードプロセッサであるMS-WORDの機能には及びませんが、表の形に書式をまとめ、レポートを作成するときに便利です。科学技術計算の場合には、数値を印刷表示するとき、有効桁数と位取りを決める書式(format)に注意する必要があります。数値計算の結果を印刷書式に変換すると、元の数値を知る手掛かりを失います。EXCELの場合には元の数値が内部的に保存されていますので、その数値を別の個所で参照するときは、元の数値が使われ、もし必要であれば表示書式も変更することができます。マトリックスの計算をするとき、セルの横幅が狭くて桁数を多く表示できない場合であっても、そのマトリックスを次ぎの計算に参照するときは内部で保存された数値が使われますので、計算精度の低下が抑えられます。列数が大きいマトリックスを扱うと、印刷のページ数の横幅に収まらないことが起こります。この解決法として、元のマトリックス計算表部分は、印刷領域の外まで使っておいて、印刷領域外に出る数表部分をリンクコピーして折り返し、ページの下に続けて表示する方法を使います。

### 13.3.3 影響線はグラフに表示する必要があること

影響線の計算は、応力を求める注目点に対して単位荷重の作用点を変数とした関数として求めます。MS-EXCELは、ビジネスグラフ作画機能が利用できますので、影響線の傾向を折れ線グラフで確認することができます。このグラフは、数学関数の性質を表示するには幾らか不向きです。特に、剪断応力の作図の場合には構造力学理論の表し方とは異なったグラフしか描けません。したがって、このグラフはモニタ目的に作図して印刷領域を外した場所に置きます。別にイラストを作成して印刷領域に貼りこむ、などの手間を掛ける必要があります。このグラフは、実際にレポートを作成する場合は、影響線のグラフを別に作図して貼りこむのがよいでしょう。影響線の計算部分は独立させた“INFCONTBV0.xls”として別にまとめました。

## 14. アーチ橋の計算

### 14.1 石造アーチ橋

#### 14.1.1 昔からあるのは半円形のアーチ

アーチ橋は古くから建設されています。しかし、力学原理を応用して設計し建設した歴史は、19世紀からであって、日本では明治以降、まだ100年ちょっとしか経っていません。世界的に見れば、西暦紀元前、フランス南部に建設されたガール水道橋は、現代の橋梁工学から見ても高度の技術が応用されていたことが想像できる構造です。この時代、構造力学が応用されたわけではありませんが、幾何学(geometry)、現代的な専門で言えば測量学、の実用知識を応用した造形美は、見事です。石造アーチ橋は自重が大きいのので、本体が安定状態で完成しさえすれば、人馬程度の追加の重量(活加重)を特別に考慮する必要がありません。何もない空間を渡すように石造アーチを建設するには、石材をアーチ状に積み上げる仮の足場が必要です。高さが高いか、下から足場を組むことができないときは、木材などで仮のアーチ橋を架設しなければなりません。この建設でも、高度の技術力が必要であったことを理解しておく必要があります。図14.1は、1566年に建設されたボスニアのモスタル橋です。写真家のアルベール・カーン(Albert Kahn; 1860-1940)が1912年に撮影した旧橋の写真です(アルベール・カーン美術館パリ蔵、許可は申請中です)。残念なことに、1993年の内戦のときに破壊され、2004年に元の形状に再建されました。

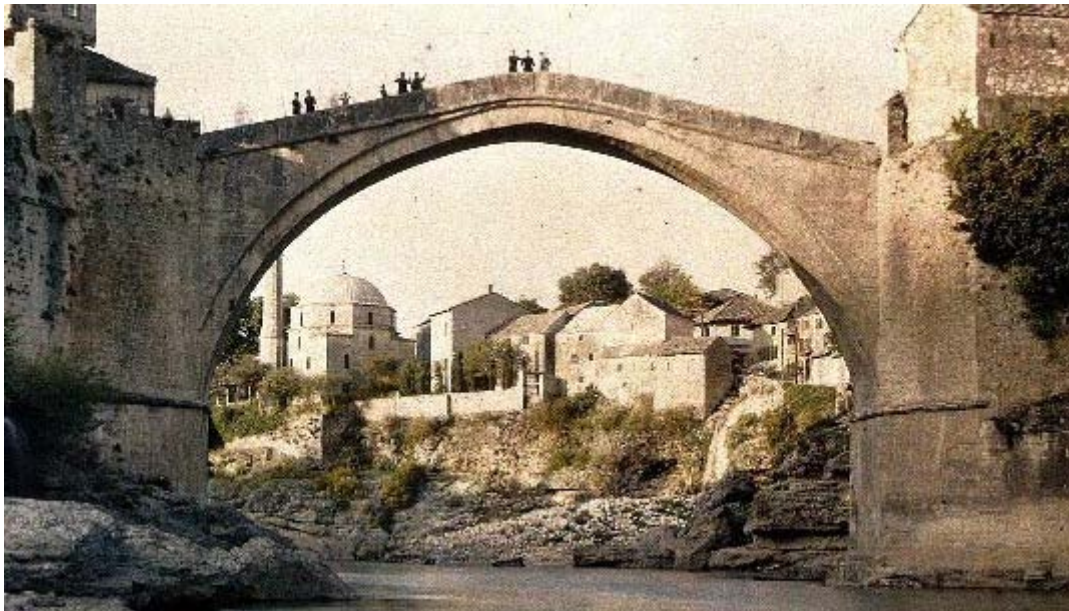


図14.1 ボスニアのモスタル橋(破壊前の写真:アルベール・カーン1912)

#### 14.1.2 石工の経験技術で架設された時代があった

日本での半円形をした石造アーチ橋は、17世紀頃、中国からの技術移転で主に長崎地方に建設されました。代表的なものが長崎の眼鏡橋です。それを真似て建設技術を確認した「肥後の石工」集団が、江戸末期から明治中期までの約70年の間に、地元熊本県だけにとどまらず、鹿児島県(高麗橋や西田橋、新上橋など)など九州各地に多くの石橋を建設しました。中でも、橋本勘五郎(丈八)は、通潤橋を竣工させた後、明治政府に要請され、皇居の旧二重橋や日本橋などを手がけました。切り石を組み上げて空間を渡すためには、石積みを相互に噛み合わせる力の釣り合いが必要です。扁平な弓型のアーチリブの建設はできません。石造アーチの形状は半円形が多く、また、厚みのある起拱部(スプリングング: springing)を構成しています。明治以降、欧米の橋梁工学に学んで、鋼材や鉄筋コンクリートでアーチ橋を設計するようになって、伝承技術を柱とした石工集団の活躍も終わりとなりました。鉄道橋や路面電車の通行のような大きな荷重に対しても安全な、20m以上の扁平なアーチ構造にするには、アーチリブにも梁としての曲げ剛性を考えることが必須です。また、何もない空間を渡す架設技術と、その力学計算が重要です。ここでは、実際に現存し、供用されている中小アーチ橋の耐荷力を知るための目的として、従来から実用されてきた設計計算法の方に焦点を置いた解説です。

## 14.2 アーチ橋の各部の名称

### 14.2.1 開腹アーチは近代化された石橋の象徴である

漢語では、アーチ(arch)橋を**拱橋**と書きます。因みに、トラスに当てる漢字は「構」です。拱は、訓で「こまねく」と読みます。胸の前で両手を繋ぐと半円形アーチになる形から付けられた用語です。アーチの主構造は、円弧状の梁であって、英語の用語は、あばら骨の意義をもつ**リブ**(rib)と使います。鋼アーチ橋では、トラス状に組み上げた全体を、マクロに見て細長い曲がったリブとして扱うことができます。これを**ブレースドリブ**(braced rib)、または**トラスリブ**と言います。トラスの組み立て方で、鋼のアーチ橋には種々のデザインが工夫されています。単体で曲がったリブを区別したいときは、**ソリッドリブ**と言います。アーチ橋の構造は、アーチリブで水平な通路部分を**下から支える**ことが基本です。石造アーチではリブを切り石(arch stone)で繋ぐのですが、このままでは曲げ変形に抵抗できませんので、通路とアーチ部との間に厚みのある腹部を丁寧に固めるように**充腹**の石組みが施工されます(図 14.1)。この部分は、同時に、意匠的なデザインが工夫されることがあります。近代的な鉄筋コンクリートのアーチ橋では、リブ本体に曲げ剛性を持たせる設計をしますので、この腹部を三角形の窓枠(スパンドレル: spandrel)のように抜くデザインができます。これを**開腹アーチ**(オープンスパンドレル: open spandrel arch)と言います(図 14.2)。鋼のアーチ橋で、腹部全体をトラスに組み込む設計もありますが、この三角形の隙間をスパンドレルとは言いません。



図 14.2 聖橋(1927)、鉄筋コンクリート造のオープンスパンドレルアーチ(撮影: 藤原稔)

### 14.2.2 アーチの寸法を表す言い方

橋梁工学では、アーチリブの形状は、リブの重心軸線の描く形で扱い、支間(span)は、力学的な計算に使う支点間の長さです。石造アーチ、鉄筋コンクリートアーチでは、通路を確保する実質的な差し渡し、つまり、一またぎの内側空間の長さ(径間: clear span)を指標に使います。図 14.2 では、アーチリブの力学的支点位置は、設計図面上には描かれているのですが、外見からは分かりません。アーチ橋の形状を表す寸法にアーチライズ(拱矢: arch rise)があります。スプリングを結ぶ水平線から測った空間高さを指します。これも、力学計算ではリブ断面の重心線を基準にして寸法を言います。アーチ橋の長さは橋長で言います。一連のアーチ橋の場合、上で言う支間または径間よりも長くなります。アーチ橋の寸法表記では、一般向けには全橋長が書かれています。図 14.3 は、1913年(明治45年)に完成した名古屋市の納屋橋の設計一般図です。典型的な鋼の二ヒンジアーチです。1981年(昭和56年)、旧構造を生かして、市電軌道の撤去と幅員の拡幅工事が行われたときに図面を再現したものです。橋長15間(27m)と記録されていますが、図面で見ると、二ヒンジアーチリブの力学的な支間は約25.3mです。支間・アーチライズの比は8:1であって、図 14.2 に見るような半円形アーチの比2:1の外観と比べてみれば、当時の最先端の設計であることが分かります。

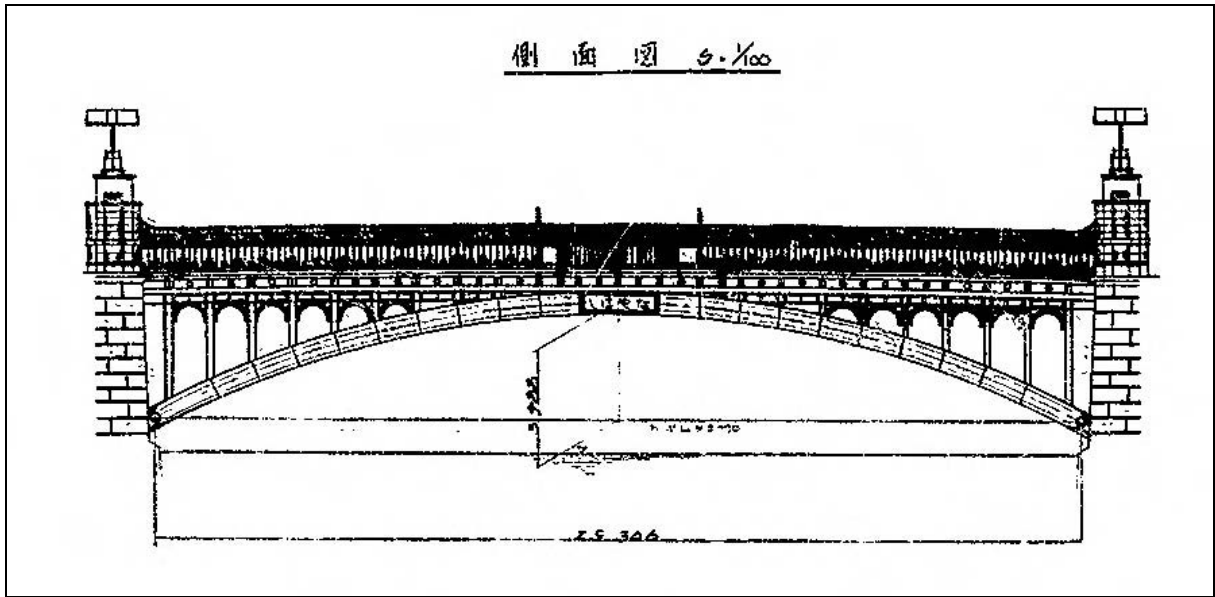


図 14.3 納屋橋（名古屋市、1913）の設計図の復元。設計：吉町太郎一

### 14.2.3 桁橋をアーチで補剛する形式が開発された

基本的なアーチ橋の考え方は、アーチリブで死荷重・活加重のすべてを持たせます。これに対して、通路である桁橋の方を主に考えて、これをアーチで補強する考え方があります（図 14.4）。最も単純な構造は、斜めの柱部材で下から桁を補強する方杖橋です。斜めの部材を桁と一体化するとラーメン橋ですが、ここでは説明を省きます。図 14.4A が標準的な二ヒンジアーチです。アーチリブは、十分に大きな曲げ剛性を持たせて設計します。床桁は、等間隔の柱部材の上で支えた小径間の連続桁ですが、リブに比べて曲げ剛性の小さな床桁です。図 14.4B は、水平な主桁部分に大きな曲げ剛性を持たせ、アーチリブは単純な柱として扱い、曲げ剛性を考えません。ドイツ語では スタブボーゲン (Stabbogen) と言います。日本では 上路のランガー または 逆ランガー と言います。図 14.4C は、アーチリブと水平桁部分 共に曲げ剛性を持たせて設計する構造であって、日本では 上路のローゼ、または 逆ローゼ と言うようになりました。用語として「逆」の字を使うのは良い命名法ではありません。当初、単に、ランガー、ローゼとは下路構造の形式を言う約束でしたので、アーチリブの位置が上下逆になることから使い始めたようです。図 14.4 の上路形式の水平主桁部は、支間がアーチリブの支間よりも大きくできます。中央でアーチリブと剛に拘束させて、橋軸方向の水平力をアーチリブに伝える構造に設計することに注意します。なお、鋼構造では、曲げ剛性を持たせる水平桁部、アーチリブをトラスで組む構造も採用されます。

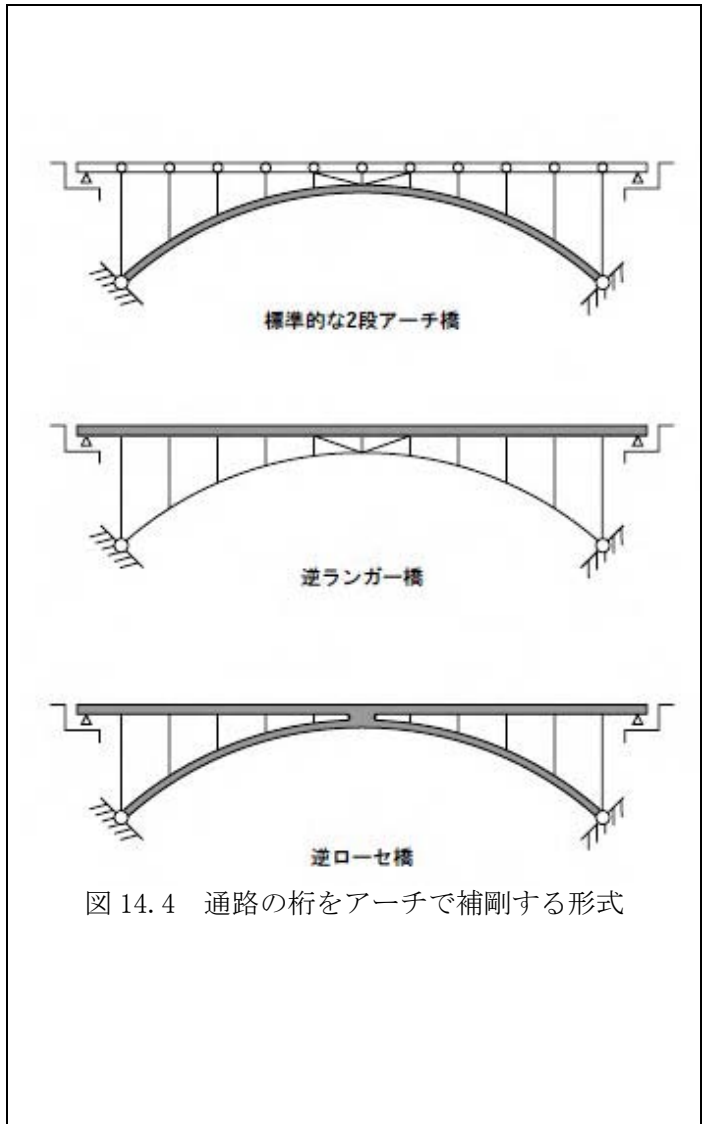


図 14.4 通路の桁をアーチで補剛する形式

#### 14.2.4 下路形式に採用するアーチ構造

19世紀以降、安価で大量の鋼材が利用できるようになって、相対的に軽量で曲げ剛性が大きく得られるトラス構造が工夫されました。トラスは直線部材を網目状に組み合わせるのですが、荷重は節点（橋梁工学では**格点**と言います）に作用するように設計します。これを**間接荷重**と言います。実際の橋梁構造は、左右の主桁の格点を横桁で繋ぎ、通路部分の小単位の桁（床桁）を載せる複合構造です。図14.5は、アーチリブから床桁を吊り下げる形式のアーチ橋です。一般的なトラス橋と構造力学的に区別がつく特徴は、斜材が無いことで分かります。もし格点の個所をピン結合と仮定すると、この全体は不安定なトラス構造です。したがって、橋全体をマクロに見て曲げ剛性を持たせることで、実用的な橋梁になります。曲げ剛性を持たせる部材をアーチリブとする図14.5Dは、標準的な2ヒンジの下路アーチです。水平反力は、ヒンジを介して大地に伝える**外的不静定構造**です。その下の図14.5E, F, Gの三形式は、アーチリブの両端部を水平桁に結合させます。橋全体は単純支持ですので、**外的静定構造**になっています。**タイドアーチ**（図14.5E）は、下弦材が弓の弦（tie）のように、アーチリブの水平反力と釣り合わせる引張材として設計します。**ランガーアーチ**（図14.5F）は、曲げ剛性を持つ水平桁部を、曲げ剛性を考えないアーチリブで補剛した構造です。**ローゼアーチ**（図14.5G）は、アーチリブと水平桁部、共に曲げ剛性を持たせた設計です。これらの下路アーチ形式は、中程度の支間（150m前後）を渡す構造として、地域のシンボリックな景観として多く見られます。

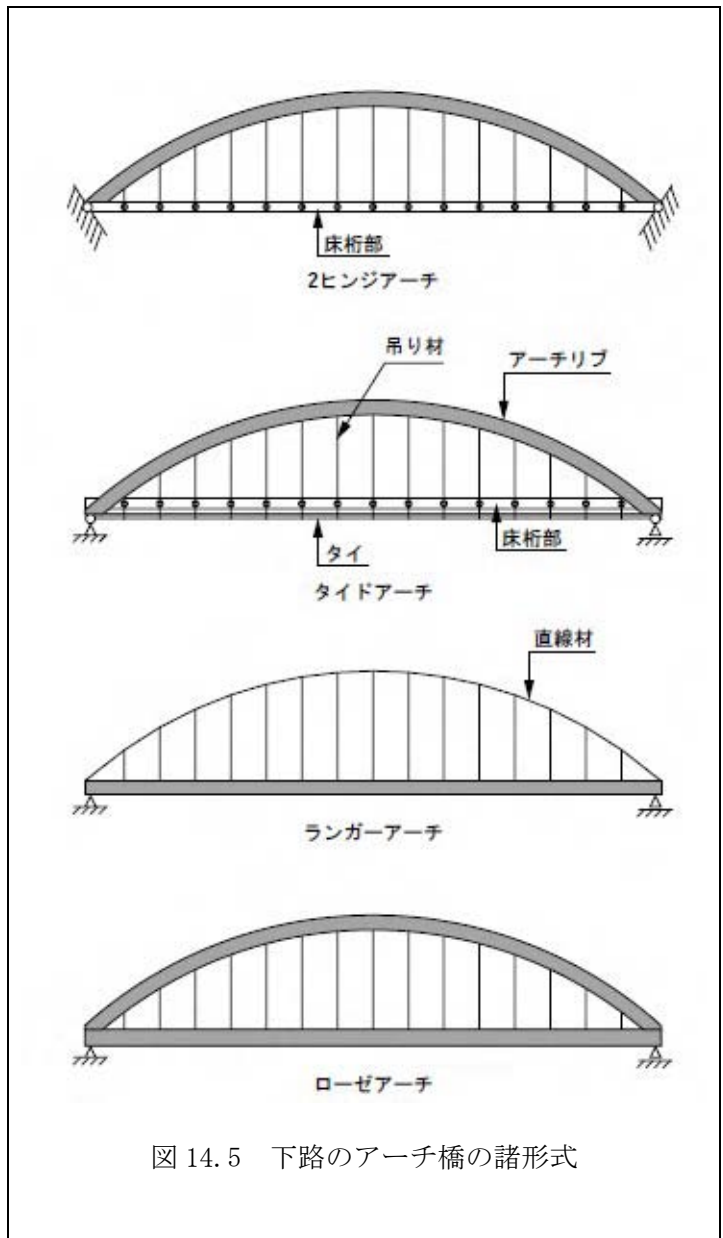


図 14.5 下路のアーチ橋の諸形式

#### 14.2.5 長大アーチ橋への挑戦

鋼のトラス構造は、マクロに見て大寸法の支間を構成できますので、19世紀後半から長大支間の橋梁の建設競争が始まりました。ゲルバートラス形式のイギリスのフォース橋（1890）は、その象徴的な構造です。鋼アーチ橋では、オーストラリアのシドニーハーバー橋（502.9m:1931年）が観光名所としても有名です（図14.6）。米国のベイヨン橋は、後から着工して一年前に完成し、2フィート差（60cm）だけ長い支間にして当時の世界一の座をさらいました。シドニーハーバー橋の主構造は、トラス状に鋼部材で組み上げたブレースドリブ構造です。水平な通路部分を小径間のトラス連続橋として設計しておいて、それを適当な間隔でアーチリブから吊り下げる複合構造です。結果的に、全体アーチの形状は下路構造です。長大アーチ橋は、建設のときに、橋桁を下から支える仮設の足場を作ることができませんので、両岸から片持梁のように伸ばしながら中央で閉合させる工法を取ります。シドニーハーバー橋は、見掛けは固定アーチですが、力学的には二ヒンジアーチです。支点位置のトラス高を高くしてあって、上弦材の位置をケーブルで引く架設工法が採用されました。日本の西海橋（216m:1955年）は、上路構造の固定アーチで設計されたブレースドリブアーチです（図14.7）。片持ち梁式に桁を延長するとき、支点位置で不利な応力状態にならないように、仮設の斜めのケーブルで途中を支える計算をし、変形を測定しながらケーブル張力を調整しました。



図 14.6 シドニーハーバー橋(1931 : 撮影倉西茂)



図 14.7 西海橋(1955 : Wikipedia より)

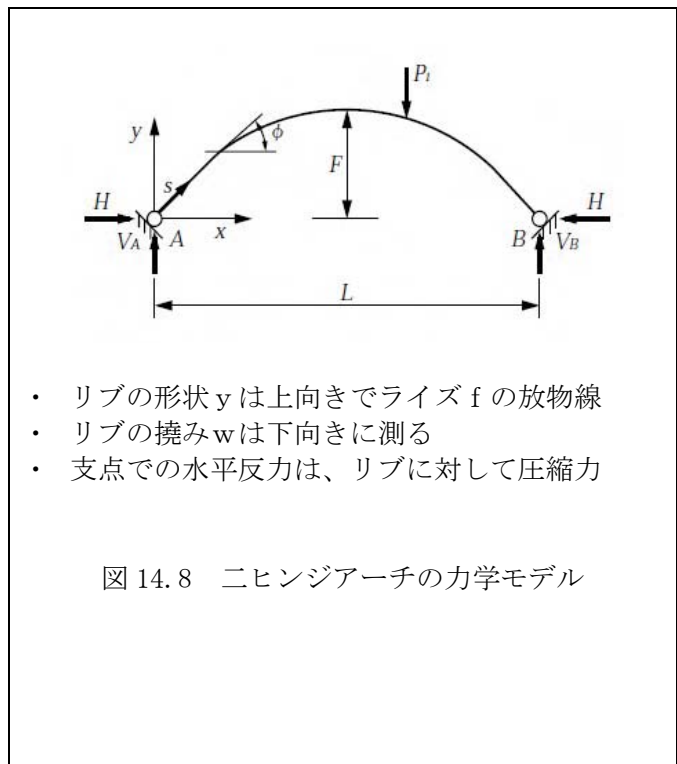
### 14.3 アーチ系橋梁の構造力学

#### 14.3.1 アーチ系橋梁は7種類

橋梁工学の解析の見方では、アーチ系の構造分類は、図 14.4 と図 14.5 に示す A～G の 7 種類が対象です。アーチリブがソリッドかトラス組みかとの区別をしません。広く見れば、アーチ橋には、トラスアーチ橋、ニールセンアーチ橋も含まれます。しかし、橋梁工学的には、アーチ系橋梁と言うときは明確な定義があります。それは、アーチリブに作用する圧縮力で見たとき、その水平方向の成分（水平反力）が支間方向に一定であることが条件です。トラス構造は斜材があって、アーチ状に見える弦材の、水平反力の大きさが支間方向に変化します。図 14.4～図 14.5 には斜めの部材が描いてありません。垂直材も細く描いてあります。ここに曲げ剛性の大きな部材を使い、上下で剛に結合させるとラーメン構造になって、水平反力が支間方向に変化します。一般の人に説明するときのアーチ形式の分類としては、材料種別と共に、上路・下路の区別、アーチリブがソリッドかトラスかの区別、までで済ませます。設計上の区別として、ランガー、ローゼ、タイドアーチの呼び名も使います。特にランガー形式の場合には、水平桁部分の構成が、ソリッドリブかブレースドリブかを区別するため、ランガー桁、ランガートラスの言い方をします。

#### 14.3.2 ニヒンジアーチを基本系とする

アーチ橋の解析に使う力学モデルは、図 14.4 と図 14.5 にある 7 種類の形状モデルの、どれか、です。解析に使う場合には、さらに抽象化して、図 14.8 に示した曲がり梁を扱います。実用と理論的な計算に便利なように、幾つかの仮定と標準化を採用します。まず、アーチリブの形状は、放物線にします。リブの断面二次モーメント  $J$  は、スプリングングで最大にします。リブは、曲線として水平軸からの傾斜角度  $\phi$  を持ちますが、 $J \cos \phi$  が一定値である、とする仮定が実用的です。同じように、圧縮軸力の作用を計算するするリブの断面積  $A$  についても、 $A \cos \phi$  を一定値で扱います。実際構造は、支間方向で変断面になりますが、曲げ変形が等価に得られるように定数化します。活荷重  $P$  は、水平な通路から、或る間隔に配置した柱または吊材を介してアーチリブに作用するのですが、力学モデルではリブ上を連続的に移動させます。荷重  $P$  が作用する注目点は、下向きの撓み  $w$  と同時に橋軸方向にも変位します。普通、リブ断面を設計する場合は、水平変位の計算を省きます。





### 14.3.3 一次の不静定構造であること

図 14.3 に示す二ヒンジアーチ橋の力学モデルは一次の不静定構造です。解析の考え方は、どこか一か所の部材を仮に切断して、そこに方向が反対の一对の外力（不静定力）を仮定します。この構造系を、静定基本系とします。解析が便利になるような力学モデルを考えます。二ヒンジアーチの場合には、アーチリブの両端を通常の単純支持梁のように固定・可動支承にしておいて、可動支点側でアーチリブに作用させる水平の圧縮力  $H$ （水平反力）を不静定力とします。荷重  $P$  が作用すると可動支点が開きますので、可動支点での水平変位を 0 に戻す条件で水平反力を求めます。アーチは不静定構造ですので、荷重  $P$  が作用しない状態であっても、何がしかの水平反力分が作用することがあります。例えば、リブと大地との間で温度差があって、リブが伸縮する場合です。したがって、或る標準の応力状態を仮定して、それに合わせるような架設工法が工夫されます。一つの方法は、等分布の死荷重が作用するだけのとき、アーチリブに曲げモーメントが生じない、または最小になるようにします。架設の最終段階でこの状態を実現させる工法が必要です。これは、**応力調整**と呼ばれます。石造アーチの建設のときには、拱頂部のくさび石 (key-stone) をはめこむときに経験的な調整が行われます。水害などを受けて、仮にアーチの基部が開くようなことがあると、石造アーチは簡単に崩壊してしまいます。また、大きな集中荷重を受けて、アーチリブに作用する軸力の位置がアーチリブ断面の重心から大きく外れる状態になると、アーチリブに亀裂が発生して、崩壊に繋がります。近代的なアーチ橋は、アーチリブも曲げ部材としての剛性を持たせて安全を図るようにした構造です。その代わり、架設工事に片持ち梁式に左右の桁を伸ばしてきて、中央での**閉合**のとき、所定のアーチ形状に収めるようにする作業が重要です。

### 14.3.4 アーチリブの応力と変形は直線梁として計算する

アーチリブは、空間的には曲がった梁です。橋梁工学的には、水平な位置の通路を通る垂直方向の荷重に対して、曲げと変形の性質を知れば良いので、水平な通路の位置に投影して、曲がり梁の応力と変形を扱います。傾斜角  $\phi$  を持ったアーチリブの曲げ剛性  $EJ$  は、水平位置に投影した真っ直ぐ梁に換算するときは、 $EJ \cos \phi$  です。デザイン上のアーチリブ形状は、種々の工夫がありますが、実用的には支間を通して「 $EJ \cos \phi = \text{一定}$ 」で計算します。アーチリブの曲げモーメントは、図 14.8 で見るように、荷重  $P$  による単純梁としての正の曲げモーメントと、水平反力  $H$  とアーチの形状で決まる負の曲げモーメントとの和です。アーチリブの軸線の形状については、デザイン上の工夫もあります。放物線にすることは、力学的には最も合理的な選択です。近代的なアーチ橋は、アーチリブと通路にする水平桁部 共に曲げ剛性を持たせるのですが、上下の梁の曲げ剛性の和が、マクロに扱う全体曲げ剛性です。上下の梁の曲げ剛性の比で、それぞれの梁が曲げモーメントを分担します。二ヒンジアーチ、タイドアーチは、アーチリブが曲げモーメントを 100% 持ちます。ランガー形式では水平桁部が 100% 持ちます。ローゼ桁では、上下の曲げ剛性の比率で持つこととなります。アーチリブは軸力を受けますので、これによっても、アーチリブの支間方向の変位を計算する必要があります。これも、実用的には傾斜を持たせた柱を、「 $E A \cos \phi = \text{一定}$ 」の直線柱の仮定で計算します。なお、下路アーチの形式では、アーチリブの圧縮力を水平な桁部の水平軸力で釣り合わせますので、内的不静定構造です。アーチリブの水平反力を計算するときは、水平桁部に生じる引張り軸力の影響も考えます。

### 14.3.5 死荷重による応力と変形を考える

鋼のアーチ橋は、工場で作成した状態での部材応力は 0 です。これを組み立てた処女状態の形状の支間で架設すると、自分の重量が死荷重として作用し、正の曲げモーメントによる応力と撓みが生じます。アーチリブは、理想として、曲げモーメントが最小になるようにしたいので、閉合のときに余分の水平反力を作用させて、正の曲げモーメントを相殺させるような応力調整をしなければなりません。完成橋梁の通路面には縦断勾配（キャンバー）を持たせますので、製作時の処女形状には、その分もソリとして加算します。完成した状態でのアーチリブの死荷重応力を、どのように計画するかは、架設工法とからめて、設計者が工夫する重要な課題です。設計計算の段階では、死荷重および活荷重による撓みの大きさを求め、撓みが規定の範囲にあることの確認が必要です。アーチリブは、活荷重によって負の曲げモーメントも発生しますが、全体としては正の曲げモーメントの方が大きく出ます。したがって、アーチリブの断面寸法は、上下対称ではなく、幾らか上フランジ部を厚めにする断面設計が普通です。

## 14.4 水平反力影響線の計算式

### 14.4.1 水平反力Hの影響線の解き方

橋梁工学では、通路を単位の移動荷重が通行するとして、あらかじめ応力及び変形の影響線を求め、それを元に最大最小応力度、最大最小撓みの計算をすることに特徴があります。移動荷重の位置を変えながら、その都度 構造解析をするのではなく、応力の影響線を求める巧妙な方法があります。それは、求めたい応力の作用個所で仮に部材を切断しておいて、そこに、求めたい内部応力の対を外力として作用させ、その力方向だけに変位をさせるようにした、全体力学系の変形を計算する方法です。二ヒンジアーチの水平反力Hを不静定の外力扱いをするときの静定基本系 図 14.8 では、左側の支点を水平方向に移動できるように仮定して、ここに  $H=1$  を作用させて、アーチリブの垂直方向の変形を計算します。外力荷重が作用すると、支点位置が開きますので、それを押し戻し、水平変位を0にする力を計算すると、不静定水平反力Hが計算できます。Hの影響線は、相反作用の法則を応用して求めます。その法則は「 $P=1$ が作用するとき、可動支点の水平変位の大きさ」が、「可動支点に  $H=1$  が作用するときの、 $P=1$ の作用点での撓み」に等しいことを保証します。構造計算は、 $H=1$ が作用するときの水平変位  $\delta_H$ を求めること、そして、そのときのアーチリブの撓み図  $w(x)$ を計算します。Hの影響線は、押し戻す意義のマイナス符号を付けて、 $-w(x)/\delta_H$ で得られます。

### 14.4.2 数値計算に使う原理式

上の項で説明した水平変位  $\delta_H$ の計算は、弾性エネルギー法で求めます。アーチリブは、軸力と曲げモーメントを考えればよく、剪断剛性を考えるまでもありません。水平桁部に曲げ剛性を考える場合は、この部分もエネルギー計算に加えます。エネルギー法の原理式は、式(14.1)です。仕事を計算する式ですので、理論に合わせるように係数 1/2 を書きました。

$$\frac{1}{2} H \delta_H = \int \frac{N^2}{2EA} dL + \int \frac{M^2}{2EJ} dx \quad \dots(14.1)$$

この式は、「外力Hのした仕事が、内部応力による部材の弾性エネルギーの総和と等しい」ことを表しています。右辺の  $N$  と  $M$  は、部材ごとの軸力と曲げモーメントです。断面剛性  $EA$  と曲げ剛性  $EJ$  は、平均化した換算の真っ直ぐ梁の定数 ( $EA \cos \phi$ 、 $EJ \cos \phi = \text{一定}$ ) で扱うのが簡明です。軸力は、 $N=H$  です。曲げモーメント分布は、アーチリブの放物線形状  $Y(x)$  との積です。アーチリブのサグを  $F$  とすれば、支間中央での最大曲げモーメントは  $HF$  です。式(14.1)は、ランガーやローゼ形式のアーチにも、そのまま応用します。ランガーやローゼ系のアーチは、鉛直材を介して水平桁部に等分布荷重を伝える重ね梁となりますので、曲げ剛性は、上下の桁部材の曲げ剛性の和を使います。軸力に関しては、上下の桁部材ごとに弾性エネルギーを計算して加算します。ランガー形式の場合には、水平桁部の断面積が大きいので、 $N$ による弾性エネルギーは無視できます。また、タイドアーチの場合には、タイ部分の断面積が相対的に小さいので、こちらは引張り軸力が効いてきます。

### 14.4.3 単純梁に置き換えて計算する

アーチリブの応力と変形を扱う位置は、水平な通路を通る移動荷重の位置で考えますので、数学モデルとしては、アーチリブを水平位置に投影した、真っ直ぐな単純梁の力学式を応用します。水平反力Hによる曲げモーメント分布は、リブの形状  $Y(x)$  と相似です。その形状が放物線であると、等分布荷重  $q$  による単純梁の曲げモーメント分布と相似の放物線になります。水平反力Hと関連させると、下の式(14.2)です。

$$q = \frac{8F}{L^2} H \quad \dots(14.2)$$

この式は、等分布の死荷重が作用していて、アーチリブに曲げモーメントが作用しない状態での水平反力の計算式です。ランガー桁の場合には、 $q$ は、水平反力Hの作用で水平桁部に上向きに等分布荷重を作用させるときの大きさを与えます。水平反力の影響線は、等分布荷重を受ける単純梁の変位図と相似になります。 $q$ をパラメータとして、単純梁の曲げモーメント分布  $M(x)$ 、撓み図  $w(x)$ 、そのときの弾性エネルギー  $W$ の計算式を下にまとめておきます。

$$M(x) = -EJ \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{qL^2}{8} \left[ 4 \left( \frac{x}{L} \right) - 4 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] = \frac{qL^2}{8} u(x) = FHu(x) \quad \dots(14.3)$$

$$w(x) = \frac{5qL^4}{384EJ} \left[ \frac{16}{5} \left( \frac{x}{L} \right) - \frac{32}{5} \left( \frac{x}{L} \right)^3 + \frac{16}{5} \left( \frac{x}{L} \right)^4 \right] = \frac{5qL^4}{384EJ} v(x) = \frac{5FH^2}{48EJ} v(x) \quad \dots(14.4)$$

$$W_1 = \int \frac{M^2}{2EJ} dx = \frac{q^2 L^5}{240EJ} = \frac{4F^2 H^2 L}{15EJ} \quad \dots(14.5)$$

$$W_2 = \int \frac{N^2}{2EA} dx = \frac{H^2 L}{2EA} \quad \dots(14.6)$$

水平反力  $H$  の影響線は、上の式で  $H=1$  を代入しておいて、 $-2w(x)/(W_1+W_2)$  で求めます。定数 2 を乗じているのは、式(14.1)のエネギー式の(1/2)を補正するためです。具体的な数値計算は、エクセルソフトで紹介します。ヤング率  $E$  は、分子・分母で相殺されますので、影響線の計算の場合には  $E=1$  を代入しています。なお、死荷重・活荷重による撓みの計算では、材料のヤング率（鋼材の場合には  $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ）を使います。

#### 14.4.4 固定アーチの場合の静定基本系

アーチリブの支点で力学的支持方式は、ヒンジとするのが普通です。西海橋（図 14.7）は、支点を固定支持として設計した上路のアーチ橋であって、この形式のアーチ橋では世界に誇れる名橋です。固定アーチは、力学的には三次の不静定構造ですので、応力解析について幾つかの研究があります。基本とする静定基本系は、図 14.8 と同じ、ヒンジで単純支持された曲がり梁です。不静定力の一つは、二ヒンジアーチと同様に水平反力とし、残りの二つは左右支点での曲げモーメント反力です。三つの不静定力は、外力による静定基本系の変形から、不静定反力方向の変位を 0 に戻す弾性条件で求めます。コンピュータが使えなかった時代、数値計算の手間を最小にするための工夫に、**弾性重心法**が工夫されました。この一つは、図 14.9 のように、静定基本系を片持ち梁とすることです。右端の不静定支点反力は三成分あります。外力の作用によって、この三つの力方向の変位成分を 0 になるように反力を求める弾性条件は、三次の連立方程式を解かなければなりません。そこで、この支点到に剛な仮の部材を継ぎ足して、仮想の支点位置をアーチのほぼ中央に置きます。そうすると、この仮想支点到に作用させる三つの反力による変位は、それぞれが他の力の作用による変形を受けないようにすることができます。この位置をアーチの弾性重心と言います。このようにすると、弾性重心に作用する不静定反力の影響線を、個別に計算することができます。つまり、個別に、不静定反力単独によるアーチリブの撓みを計算すれば、その不静定反力の影響線と相似になるからです（この節の最初の項参照）。

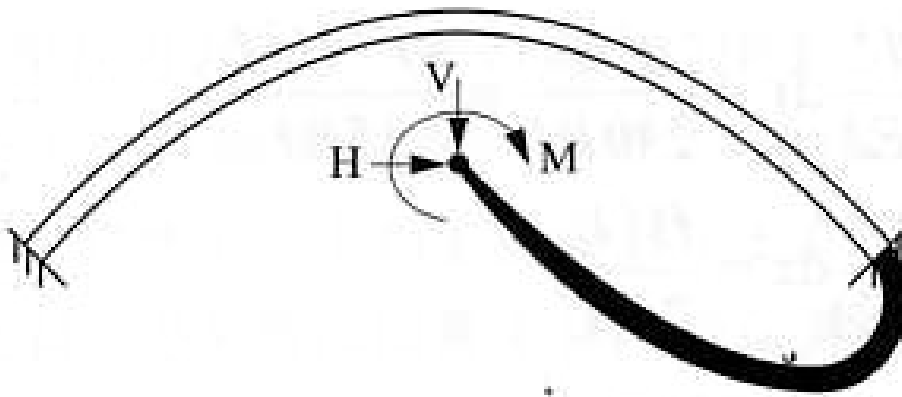


図 14.9 弾性重心に作用させる三つの不静定反力

#### 14.4.5 両端固定梁を基本系に置く考え方もある

実用されている中径間のアーチ橋において、固定アーチとして設計した例を筆者は知りません。しかし、橋梁工学の興味から、計算法についての提案をまとめます。その一つは、静定基本系から出発するのではなく、あらかじめ両端固定梁の解析を済ませておいて、水平反力 $H$ の影響線を求める方法です。この両端固定状態は、支点位置で桁の回転は拘束されていますが、水平方向には可動としておいて、そこに水平反力を作用させる構造系を考えます。両端固定の直線梁として、曲げモーメントと撓みの影響線を求めておいて、水平反力分の変形とを加算します。両端連続梁の計算は、あまり馴染みはありませんが、デザインデータブックなどには梁の計算公式が載っています。MSエクセルのような表計算ソフトが便利に利用できる時代になりましたので、数値計算の手間はずっと楽になりました。水平反力分の計算は、式(14.4)と式(14.5)の形が少し違います。曲げ変形による弾性エネルギーの計算式は、等分布荷重 $q$ と撓みの積である外部仕事の方から求めます。水平反力の影響線の形は、等分布荷重を受ける両端固定連続梁が等分布荷重を受けるときの撓み図と相似になります。

$$w(x) = \frac{qL^4}{384EJ} \left[ 24\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 48\left(\frac{x}{L}\right)^3 + 24\left(\frac{x}{L}\right)^4 \right] = \frac{qL^4}{384EJ} v(x) = \frac{FHL^2}{48EJ} v(x) \quad \dots(14.4-2)$$

$$W_1 = \int \frac{qw}{2} dx = \frac{q^2L^5}{1536EJ} = \frac{F^2H^2L}{24EJ} \quad \dots(14.5-2)$$

#### 14.4.6 バランスドアーチは固定アーチの性質がある

東京隅田川の永代橋は、下路のタイドアーチ橋として紹介されています。力学的に言うと、アーチリブ全体は三径間連続桁になっていて、中央径間がタイドアーチとなっています。左右の連続桁部分は、側面からの写真では高欄の水平線と同じに見えます。歩道を歩くと、アーチリブが連続していて、車道と歩道との分離帯を構成していることが分かります(図14.10)。中央径間部分のアーチリブは、水平反力を受けますが、この水平反力はタイドアーチのタイで釣り合わせてありますので、側径間は通常の曲げ部材として機能しています。このような連続桁形式を、バランスドアーチと言います。中央径間に注目すれば、このアーチリブは、単純な二ヒンジアーチと固定アーチとの中間の性質を持っています。つまり、側径間に伸びたアーチリブは、支点の位置で不静定の曲げモーメントを受けます。ここでは側径間のリブが弾性的な回転に対して回転バネのような作用をするとして計算します。

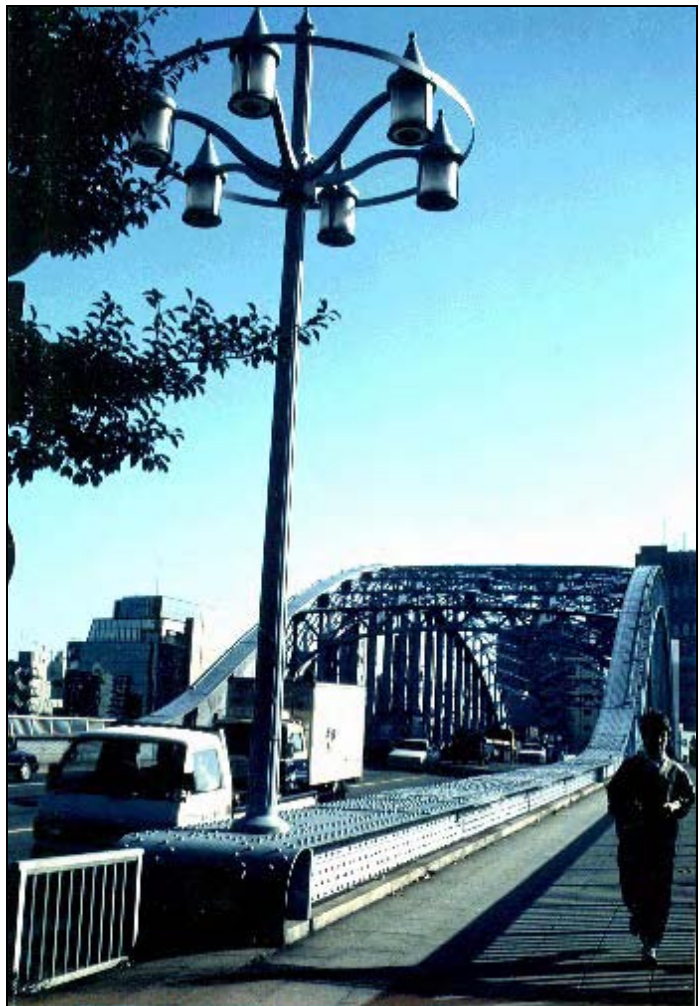


図14.10 永代橋 (撮影：白井裕)

## 15. アーチ橋の計算（続）

### 15.1 吊橋の計算との相違

#### 15.1.1 線形理論か非線形理論か

吊橋とアーチ橋が構造力学的に似ていることは、どちらも、放物線の形状の部材が、連続橋とみなせる小径間の床桁部を支え、全体橋梁として長い支間を構成していることです。吊橋ではケーブルが、アーチ橋ではアーチリブが放物線部材です。解析上の特徴は、ケーブルまたはアーチリブの水平反力を不静定力にしている、この不静定力が水平な床桁部分を上押し上げるように機能することで、曲げ応力を小さくしていることです。実用する橋梁では、大きな移動荷重が通行しても交通に支障がないように、適度な曲げ剛性が必要です。吊橋のケーブルは曲げ剛性がありませんので、補剛桁、または補剛トラスを使うのが標準の構造です。しかし、小支間の歩道専用の吊橋では、力学的に言う**無補剛吊橋**も実用されます。長大吊橋では、通路を構成する補剛トラスの曲げ剛性が全体として見れば小さくなりますので、無補剛吊橋の性質が出てきます。したがって、解析理論として、非線形の撓度理論 (deflection theory) を使うのが標準です。吊橋解析の出発は、完成状態で、ケーブルですべての死荷重を持たせ、補剛桁または補剛トラスの死荷重応力を 0 とすることです。アーチ橋の場合、無補剛構造はあり得ません。死荷重は、全体系として持たせ、微小変形を仮定した線形の弾性理論で計算します。完成状態で、死荷重による応力の分布をどのようにするか、の応力調整を計画しなければならないことが、実際の設計実務では重要な課題です。活荷重による応力と変形の性質も、死荷重応力がどのようになっているかには関係なく、線形の弾性理論で計算します。ただし、死荷重による撓みを見積らないと、完成系での所定の幾何学的形状が得られません。活荷重による撓みの大きさを含め、通常は大きな撓みが出ないように設計します。非線形の変形理論、もしくは大変形理論を応用する必要はありません。

#### 15.1.2 アーチ橋の死荷重応力の実際は分からない

吊橋の補剛桁または補剛トラスは、完成時に曲げ応力が 0 になるように設計され、またそのように架設工法が計画されます。これに対して、アーチリブは、死荷重応力をどのように計画するかを、架設工法を含めて設計します。その確認は、間接的ですが、完成前の無応力状態の幾何学的な寸法と、完成後の形状を測定することで行うしか方法がありません。この不確かさは、アーチが不静定構造であることに原因があります。アーチリブの中央にヒンジを設けた 3 ヒンジアーチは、原理的には合掌構造であって、この不確かさを避けた一種の静定トラス構造です。通常のアーチ系の橋梁は、支間中央（アーチクラウン）でアーチリブを閉合させる寸前では、この個所の軸力も曲げモーメントも 0 になっています。架設時の足場や吊材を撤去したとき、アーチリブに設計上の軸力と曲げモーメントが発生し、かつ、正しい幾何学的な形状に構成するために、応力調整が必要です。足場工を使ってアーチリブを架設するとき、完成後に足場を外すと、そこで初めて自重が作用して撓みます。下支えの足場が使えない、張り出し工法が採用される場合には、斜めにケーブルなどでリブを引き、アーチクラウンを強制的に開くようにするか、ジャッキを介して軸力を作用させ、最後の部材を落とし込んで閉合します。構造計算をして、無応力状態のアーチ形状に死荷重が作用するとしてアーチリブの応力を求めると、アーチリブは正の曲げモーメントが発生します。したがって、余分の水平反力を作用させるような応力調整を計画して、この正の曲げモーメントを打ち消すようにします。再現設計の計算書では、処女状態の構造系に死荷重と活荷重とを個別に作用させています。これによる最大応力度を単純加算すると、許容応力を超えてしまうことが分かります。

#### 15.1.3 温度差応力の計算方法も理解しておく

外的不静定構造である上路アーチは、アーチリブの温度変化による支間方向の伸縮が拘束され、温度応力が発生します。この計算法は、吊橋の場合と同じです。しかし、下路アーチは、アーチリブと水平桁部とが支点位置で結合されていて、外的には静定ですので、アーチ橋全体が一定の温度状態であれば温度応力は発生しません。アーチリブと水平桁部とで温度差を考える場合には、その差に相当した温度応力が発生します。どちらの場合も、アーチリブ単独を取り出して、支間方向の伸縮を戻すように不静定の水平反力を求めます。前章の式(14.1)で示したエネルギー式を元に、水平反力  $H=1$  が作用するときの水平変位  $\delta_H$  を求めます。温度変化による支間方向の伸縮量は、単純に支間長  $L$  を考えて線膨張係数と温度差を代入すれば得られます。温度変化は、標準温度 (20°C)  $\pm 30^\circ\text{C}$ 、線膨張係数は  $1.2 \times 10^{-5}$  を使います。この際、アーチリブの曲線形を考える必要はありません。

## 15.2 振動の理論解析

### 15.2.1 橋梁は複合構造物であること

橋梁構造物の設計と解析には、数学的な方法を応用するために、種々の理論モデルが提案されます。システムと言う用語は、個別の要素を有機的に組み合わせ、或る機能を発揮するようにした全体を指します。橋梁を構造システムと見る場合、個別の要素を部材と言います。部材個別には種々の力学的性質を考えますが、システムの見方に合わせて、機能の選択をします。ランガーやローゼ形式では、水平桁部分も主構造です。床構造は、架設時は主構造にたいして死荷重扱いをしますが、完成後は主構造の全体曲げ剛性にも寄与する働きがあります。トラス構造の場合、弦材は軸力を伝えるだけの理想化した柱として扱います。弦材の自重は、トラスの格点に分配してマスとして作用させます。弦材の局部的な曲げによる応力や変形は別に扱います。橋梁全体の振動の性質を解析するときの力学モデルは、全体を重さの無い骨組み構造と仮定しておいて、格点に重量をまとめた集中質量 (lumped mass) を考えて解析します。実際の構造物の振動を測定すると、このモデル相当の振動の他に、床組みや弦材がかったな振動をするデータも得られますので、測定値の解釈 (理論との同定) に苦しむことが起こります。このとき、振動解析の力学モデルが不完全であるとして、一種の精密化に取り組むと、数値解析の手間が膨大になります。この場合には、橋梁全体を一つのシステムとして考えるのではなく、幾つかの独立したシステムが複合しているとみなす方が説明し易くなります。また、それに合わせて、測定位置の選択や、加振方法を選択する必要があります。例えば、床組みは、横桁位置で支えた連続梁の性質が現れます。

### 15.2.2 簡易な振動数解析法を利用する

アーチ系橋梁の振動の性質に関しては、支間中央に節のある左右逆対称の振動が卓越することが、従来からの経験的な知見として知られています。力学的なモデルは、格点に集中質量を考えます。振動方程式を立てるときは、格点での撓みの影響値を元に、振動方程式を立て、固有値計算をするのですが、これは Visual Basic などの汎用言語でプログラミングするのが常道です。EXCEL を使う数値計算には幾らか負担が大きいので、フーリエ級数を使う簡易な方法を提案することにします。二ヒンジアーチ橋の固有振動モードは、近似的にフーリエ級数とみなすことができます。固有振動状態のとき、振動問題は静的な解析に置き換えて計算することができます。集中質量の質量を  $m$ 、振動モード (変形) を  $y$ 、そのときの振動角速度を  $\omega$  とすると、 $m\omega^2 y$  の静的な荷重をシステムに載荷させると、変位が  $y$  になる条件で角速度が得られます。力と変位との関係は、アーチリブだけでなく、床組、水平桁部を含めた全体系の曲げ剛性を考えて、活荷重に対する撓みの影響線を求めます。これをマトリックス  $M_w$  にまとめます。振動モードは、格点位置での離散的フーリエ級数で与え、これを単位ベクトル量  $v_i$  とします。このベクトルを行要素の集合としたマトリックスを  $A$  とすると、 $A \times M_w \times A$  の計算をして得られるマトリックスの対角線要素から振動角速度  $\omega$  の計算が得られます。EXCEL には、マトリックスの積を演算させる関数があります。具体的にはアーチ橋の再現設計を作成するエクセル Soft : "ARC2TS31V00. xls" を参照して下さい。

### 15.2.3 撓みの影響線の形から分かること

図 15.1 は、二ヒンジアーチの格点の変位影響線をまとめて一つにグラフ化したものです。見て分かるように、左右で逆対称に近い二つの凹凸山形波形が顕著です。支間中央では三山形波形になっています。固有値解析をすると、卓越振動は、フーリエ級数で 2 次、3 次、1 次の順に並びます。

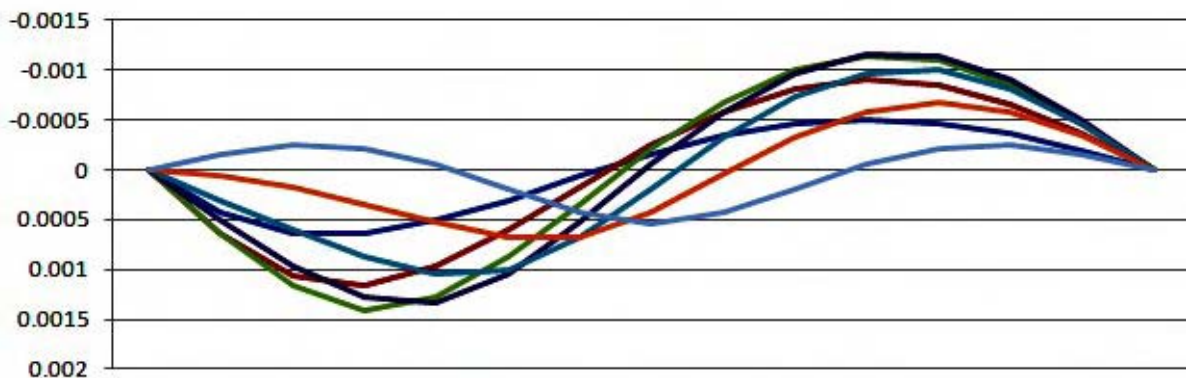


図 15.1 二ヒンジアーチの撓みの影響線作図例

### 15.3 架設を考えた計算

#### 15.3.1 放物線形状の幾何学

弓型を描く梁を単純に支持しておいて、鉛直方向の荷重を受けると、梁は撓むと同時に支点間が開きます。アーチリブの全体形状を、支間  $L$ 、ライズ  $F$  の対称な放物線としておいて、支点で水平反力  $H$  を作用させると、支間は  $\Delta L$  だけ縮み、アーチリブに負の曲げモーメントが作用し、リブは曲げを受けてライズが  $\Delta F$  高くなります。 $H$  と  $\Delta L$  の関係は、構造力学的な解析で求めます。 $\Delta F$  と  $\Delta L$  との関係は、放物線の曲線長が一定であるとして求めます。放物線の曲線長を記号  $T$  で表すことにすると、 $T$  は下の式で得られます。この式は吊橋の計算（第10章 式 10.2）と同じですが、記号を変えてあります。

$$T = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \doteq L \left[ 1 + \frac{8}{3} \left(\frac{F}{L}\right)^2 \right] \quad \dots(15.1)$$

ここで、 $T$ 、 $L$ 、 $F$  の偏微分を求めます。

$$\Delta T = \left[ 1 - \frac{8}{3} \left(\frac{F}{L}\right)^2 \right] \Delta L + \frac{16}{3} \left(\frac{F}{L}\right) \Delta F \quad \dots(15.2)$$

アーチリブの放物線曲線長が一定 ( $\Delta T = 0$ ) の条件を代入すると、 $\Delta F$  と  $\Delta L$  との関係が得られます。

$$\Delta F = - \left[ \frac{3}{16} \left(\frac{L}{F}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{F}{L}\right) \right] \Delta L \quad \dots(15.3)$$

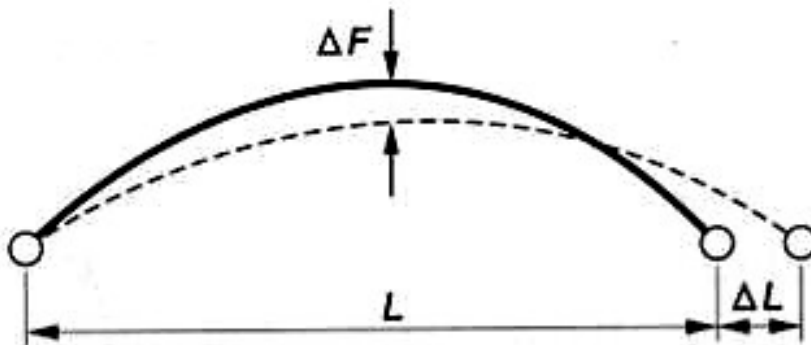


図 15.2 放物線の変形

#### 15.3.2 二ヒンジアーチのリブは製作時に上ソリを付ける

アーチ橋の弾性理論による構造解析は、変形が小さいことを仮定し、完成系の幾何学的寸法を使って、活荷重と死荷重を作用させます。そうすると、死荷重に対してアーチリブに正の曲げモーメントが発生し、撓みも起こります。アーチリブを合理的に設計するには、死荷重の作用でアーチリブに軸力だけが作用し、曲げモーメントが最小になるように抑える工夫が必要です。したがって、工場で処女状態のアーチリブを製作するとき、支間を  $\Delta L$  長く、ライズ  $\Delta F$  だけ扁平にします。これを架設するときは、 $\Delta L$  分を短くするように水平反力  $\Delta H$  を作用させ、これによる負の曲げモーメントを発生させて、正の曲げモーメントを打ち消すように架設の計画を立てます。これが架設時の応力調整の原理です。支間中央での死荷重による正の曲げモーメントを  $M_d$  とすると、 $\Delta H = M_d / F$  で計算できます。水平反力の影響線を計算するとき、 $H = 1$  による水平変位の大きさ  $\delta_H$  を求めますので（前章 14.4 項参照）、 $\Delta L$  が得られます。具体的な数値計算は、エクセル Soft を参照して下さい。なお、ランガー形式のアーチ橋は、アーチリブの曲げ剛性を考えない構造ですので、完成時に水平桁部に曲げモーメントが作用しないようにする、架設時応力調整が簡単になります。

## 15.4 エクセル Soft の解説

### 15.4.1 計算対象のアーチ橋

アーチ形式の橋梁は、地域のシンボリックな景観を構成するので好まれています。都市部の道路橋は、幅員を広くしたいので、上路形式のアーチ橋が採用される傾向があります。しかし、通路の下側に或る程度の高さを必要とする立地条件でないと建設できません。その意味で、東京は、案外、起伏の多い地形です。お茶の水に架設された聖橋は、場所にふさわしい形式の上路アーチ橋です（前章 図 14.2）。高速道路では、居住環境を避けて山間部に路線を通す計画が多いこともあって、視界を妨げない上路形式が多く採用されています。川幅の広い河川には、路面高さを高くしないように、トラス橋も含め、下路のアーチ橋が多く見られます。下路構造は、広い幅員の橋梁形式には向きませんので、旧国道や地方道のように全体幅員の狭い道路橋か、鉄道橋に採用される例が多くなります。ダム建設サイトでは、湖底に沈む道路の付け替えがあるとき、湖面に映る上路形式のアーチ橋が好まれています。大支間の橋梁は比較的維持管理に注意が払われるのですが、一般的な中小の橋梁は、丁寧な管理がされていないことが多いので、耐荷力を調べたいとしても、詳細な計算書や図面が無いことも少なくありません。再現設計の計算書は、このような実構造の静的・動的挙動が構造力学的に説明できるような資料を作成することに目的があります。したがって、製作や架設計画に関する計算を省き、或る程度の標準化した仮定を採用して計算書の分量を抑えます。理論と実際との比較は、実橋梁の応力測定をするのが最善ですが、大がかりになりますし、費用も嵩みます。したがって、費用をあまりかけない簡易振動測定が便利です。その結果を判定するには、アーチ橋全体の重量と曲げ剛性が見積もりが必要です。エクセル Soft は、この構造解析に利用することを目的としますが、管理上の資料、また、橋梁工学の参考書としても利用できるように、設計当時の示方書に基づいた設計計算書を再現するようにまとめます。



図 15.3 再現設計のモデルに使用した 2 ヒンジアーチ橋