

# ステップ荷重を受ける単層ラチスドームの動座屈

## DYNAMIC BUCKLING OF SINGLE LAYER RETICULAR DOMES SUBJECTED TO STEP LOADINGS

加藤 史郎\*, 村田 賢\*\*, 佐藤 俊樹\*\*\*, 庄村 昌明\*\*\*\*  
Shiro KATO, Masaru MURATA, Toshiki SATOH  
and Masaaki SHOMURA

The purpose of this paper is to study the dynamic elasto-plastic buckling behaviors of single layered reticular domes. The domes are assumed to be under loadings that a static load proportional to its gravity is followed by a vertical step load with similar distribution of the static case. The analytical models are of about 190 meters span and two cases for 1.5 and 2.0 degrees are investigated for the subtended half angle of members. The nonlinear equations for elasto-plastic vibration of the domes are solved by Newmark's  $\beta$  method. Based on the results of dynamic behaviors are drawn the following conclusions ; (1) the dynamic buckling loads as the additional step load decreases almost linearly to the magnitude of the static load; (2) the differences of buckling loads between the elastic case and the elasto-plastic case are found large for domes with a subtended half angle greater than 1.5 degrees and as well as with a member slenderness less than 90 degrees; (3) in such cases of domes with real dimensions the buckling occurs in elasto-plastic region and the buckling loads are dependent on the yield strength of used materials.

**keywords:** single layer reticular dome, dynamic buckling, step loading, dynamical elasto-plastic behaviors, safety factor

単層ラチスドーム, 動座屈, ステップ荷重, 動的弾塑性挙動, 安全率

### 1. はじめに

大規模なラチスドームは, 一般的に自重や雪などの静的荷重を基に設計され, 部材が決定される場合が多い。そのため, 既往の研究が示すように<sup>1)</sup>, 設計したドームが静的荷重に対し, どの程度安全率を有しているかが, 重要な課題となる。一方, 日本のように地震や台風が多い地域では, これら動的な荷重によるドームの挙動に対しても十分な配慮が必要であり, 動座屈あるいは設計安全率と動的安全性との関連など, さらに多くの課題を検討しなければならない。

ラチス構造物の安全性を妨げる要因の一つに, 座屈がある<sup>2)</sup>。単層ラチスドームの静的弾塑性座屈挙動は, 多数の研究によってかなり理解されるようになってきたが, 今日, その動的座屈挙動については, 解明されていない問題が多く存在する<sup>1)</sup>。

#### 1.1 殻やラチス構造物の動座屈に関する既存研究概要

数値計算法や計算機の進歩に伴って, まず, 保存系における動的安定問題が数多く扱われるようになった。そのなかで, 対称変形に基づく扁平球殻の動座屈に関する研究は, Humphreys & Bodner<sup>3)</sup>, Budiansky & Roth<sup>4)</sup>, Archer & Lange<sup>5)</sup>, Huang<sup>6)</sup>, Stephens & Fulton<sup>7)</sup>, 加藤・村田と松岡<sup>8)</sup>らにより行われた。一方, 非対称変形を含めた動座屈に関する研究は比較的少なく, 対応する座屈実験も現在までわずかしかな存在しない。Klosner & Longhitano<sup>9)</sup>は等分布

ステップ荷重下の周辺固定球殻の解析を行った。また, Stricklin & Martinez<sup>10)</sup>, Murata, Katoh & Gould<sup>11)</sup>は, 等分布ステップ荷重を受ける周辺固定球殻の動座屈荷重を求めた。さらに, Lock, Okubo & Whittier<sup>12)</sup>は等分布ステップ荷重下の動座屈実験を行い, 対称変形および非対称変形の動座屈荷重を得た。

周期外乱や従動力などの非保存力を受ける動的問題はV.V.Bobtinの著書<sup>13)</sup>に詳しく, また, その後も多くの研究が成されている。ランダム外乱を受ける動的座屈問題は保存系における研究に比べて極めて少ない。しかし近年, 瀧と半谷<sup>14)</sup>によるアーチの動的解析や, 国枝<sup>15)</sup>による上下地震動を受ける球形ドームの応答解析, 村田と安江<sup>16)</sup>, 村田・武藤と中山<sup>17)</sup>による周期外乱を受ける扁平アーチや扁平球殻の動座屈等<sup>18)</sup>に示されるように, 動座屈とそのメカニズムについての分析が行われ, 多くの知見が得られるようになった。

ラチス構造物の動的挙動に関する研究は, 静的なそれと比較して, あまり多いとは言えない。石川と加藤<sup>19)</sup>は, 上下地震動を受ける複層ラチス構造物の耐震性について検討した。和田と向<sup>20)</sup>は複層円筒トラス構造物について, また, 多田と林<sup>21)</sup>は2層立体トラスの耐鉛直地震設計法について論じた。一方, 単層ラチスドームの動的挙動や崩壊性状に関する研究は, 田波・瀧と半谷<sup>21)</sup>, 加藤と向山<sup>22,23)</sup>により行われた。また, 加藤・庄村と向山<sup>24)</sup>は, 水平と鉛直地震動を

\* 豊橋技術科学大学建設工学系 教授・工博

\*\* 名城大学理工学部建築学科 助教授・工博

\*\*\* 中日本建設コンサルタント(株)技術本部 工修

\*\*\*\* 中日本建設コンサルタント(株)情報システム室 工博

Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Technology, Dr. Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Meijo Univ., Dr. Eng.

Dept. of Structural Design, Naka-Nihon Engineering Consultants Co., Ltd., M. Eng.

Dept. of Information System, Naka-Nihon Engineering Consultants Co., Ltd., Dr. Eng.

受けるラチスドームの応答性状と崩壊加速度について分析した。

1.2 研究目的

単層ラチスドームの動的座屈性状は、以上のように徐々に研究されるようになってきたが、現在、その挙動を十分把握するまでには至っていない。そこで、本論文は、上下地震動に対する単層ラチスドームの動的座屈挙動を理解するために、まず、ステップ荷重によるドームの動座屈とそのメカニズムについて分析するとともに、静的荷重の大きさが、どのように動座屈荷重に影響を与えるかについて検討する。

2. 解析モデルと動荷重

2.1 解析モデル

解析対象は、図-1に示すように、周辺をピン支持された部分球形状の剛接合ラチスドームである。ドームのスパンは約190mで、稜線上の部材長は10mであり、部材半開角  $\theta_0$  は1.5度と2.0度の2種類である。ここで、ドームの形状諸元を表-1に示す。

ラチスを構成する部材は全て同一断面の鋼管を用い、ドーム稜線上の部材細長比を  $\lambda_0$  に設定する。ここでは、 $\lambda_0$  は、30, 50, 60, 90の4種類について解析を行う。部材断面積  $A_p$ 、断面二次モーメント  $I_p$  は、 $A_p = \pi d_p t_p$ 、 $I_p = \pi d_p^3 t_p / 8$  で計算する。ここで、 $d_p$  は管厚中心での直径、 $t_p$  は管厚である。材料のヤング係数  $E$  は、2100(tf/cm<sup>2</sup>)で、降伏応力度  $\sigma_y$  は、2.4(tf/cm<sup>2</sup>)である。なお、使用した部材の諸元を表-2に示す。解析は演算時間等を考慮してドーム全体に対し、1/2対称モデルを用いる。

2.2 解析法の概略

ここでは、幾何学的非線形性を考慮して弾塑性振動方程式を組立て、ニューマークの  $\beta$  法を用いて数値計算を行う。 $\beta$  は1/6を、時間増分  $\Delta t$  は0.005を用いる<sup>20)</sup>。部材剛性の評価は、図-2に示す部材に対して、座屈たわみ角法で行う。この部材モデルは、接合部を表す両端の弾性ばね、部材を表す弾性部材および部材の降伏を模擬する3個の弾塑性ばねで構成される。ばねの弾塑性特性を、降伏前は弾性体とし、降伏後は式(1)の降伏曲面を流動するものと仮定する。なお、弾塑性解析手法の詳細、および、表-4示す静的座屈荷重については、文献<sup>25)</sup>を参照されたい。

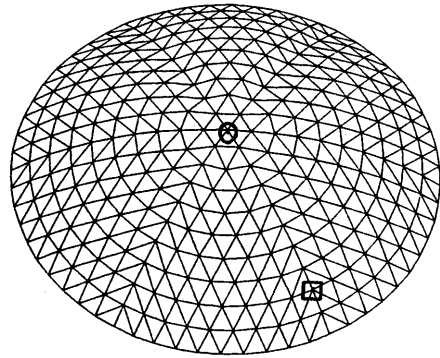
$$f = \left(\frac{N}{N_y}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{M_y}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_p}\right)^2} = 1 \quad (1)$$

ここで、 $N$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  は、それぞれ、弾塑性ばねに生じる軸力、 $y$  軸および  $z$  軸まわりの曲げモーメントである。また、 $N_y$  と  $M_p$  は、降伏軸力と降伏モーメントである。接合部は剛接合を仮定しており、接合部のばね剛性  $K_B$  は十分に大きな値を設定する。なお、本解析では、部材のねじり剛性は無視する。

質量  $M_s$  は節点に集中するものと仮定し、節点に作用する静的な荷重  $P_s$  を重力加速度  $g$  ( $=980\text{cm/sec}^2$ ) で除して、次のように定める。

$$M_s = \frac{P_s}{g} \quad (2)$$

ここで、 $P_s$  は鉛直方向に作用する荷重であるが、節点が支配する球面上の面積に比例して計算する。ただし、静的荷重  $P_s$  がゼロの場合には、式(2)で質量を定めるのが困難であるため、ここでは  $v_{sp}$



○ 111節点 □ 23節点

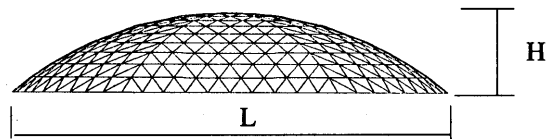


図-1 単層ラチスドームの形状

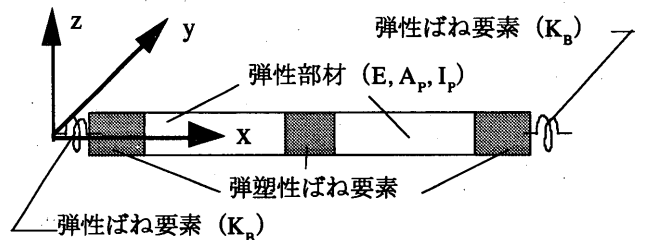


図-2 部材モデル

表-1 ラチスドーム形状諸元

部材半開角 $\theta_0$	1.5度	2.0度
部材長 (稜線上) $l_0$	10.0(m)	10.0(m)
スパンL	191.0(m)	184.0(m)
ライズH	25.6(m)	33.5(m)
曲率半径R	191.0(m)	143.3(m)

表-2 使用部材諸元

$\lambda_0$	$d_p$ (cm)	$t_p$ (cm)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$I_p$ (cm <sup>4</sup> )	$N_y$ (tf)	$M_p$ (tfcm)
30	94.28	1.5	444	494000	1070	32000
50	56.75	1.5	267	107000	641	11500
60	47.14	1.0	148	41000	355	5320
90	31.43	0.5	49.3	6080	118	1180

$=3$ と同じ質量を用いる (安全率  $v_{sp}$  は後述)。表-3に部材細長比  $\lambda_0=60$ に関する節点集中荷重、節点集中質量および単位面積あたりの静的荷重を示す。

2.3 ステップ荷重

ステップ荷重  $P_D$  は、静的集中荷重  $P_s$  の分布と相似であり、鉛直方向に作用すると仮定する。ただし、動的荷重  $P_D$  を加えるにあたり、静的荷重に対する釣合を近似的に求めるため、まず、荷重を除々に増加させて所与の荷重  $P_s$  になった後、しばらく値を固定し、静的釣

合がほぼ得られてからステップ荷重を作用させるものとする(図一3)。減衰は、1次と2次のモードに対して減衰定数を仮定するレーリー型を用い、また、その値は図一3に示すように、0~2秒の間は臨界減衰( $h=100\%$ )とし、その後のステップ荷重が加わる時間帯は2%とする。

2.4 無次元パラメータ

本論文で用いる無次元量やパラメータを本節で示す。ここでは弾塑性解析と弾性解析を別々に行い、結果をまとめている。そこで使われるパラメータは、以下のように、それぞれ静的座屈荷重、つまり、弾性座屈荷重  $P_{SE}^{cr}$  と弾塑性座屈荷重  $P_{SP}^{cr}$  で無次元化される。なお  $P_{SE}^{cr}$  と  $P_{SP}^{cr}$  は、静的な荷重のみを作用させた場合における、静的弾性座屈荷重および静的弾塑性座屈荷重である。

$$\left. \begin{aligned} v_{SE} &= P_{SE}^{cr} / P_S \\ \bar{P}_{SE} &= P_S / P_{SE}^{cr} \\ \bar{P}_{DE} &= P_D / P_{SE}^{cr} \\ \bar{P}_{DE}^{cr} &= P_{DE}^{cr} / P_{SE}^{cr} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{SP} &= P_{SP}^{cr} / P_S \\ \bar{P}_{SP} &= P_S / P_{SP}^{cr} \\ \bar{P}_{DP} &= P_D / P_{SP}^{cr} \\ \bar{P}_{DP}^{cr} &= P_{DP}^{cr} / P_{SP}^{cr} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

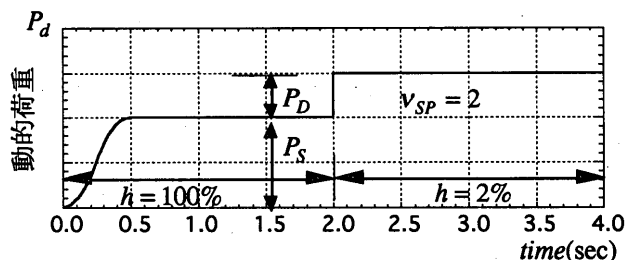
ここで、 $P_{DE}^{cr}$  と  $P_{DP}^{cr}$  は、静的荷重  $P_S$  が作用した後、ドームが動的

表一3 ドーム ( $\lambda_0=60$ ) の静的荷重と節点質量 (部材半開角 上段:  $\theta_0=1.5$ 度 下段:  $\theta_0=2.0$ 度)

安全率 $v_{SP}$	節点あたりの静的荷重 $P_S$ (tf/node)	節点あたりの質量 $M_S$ (tf · sec <sup>2</sup> / cm)	単位面積あたりの静的荷重 $w$ (kgf / m <sup>2</sup> )
2	17.2	0.0175	199
3	11.5	0.0117	149
4	8.6	0.0086	99
$\infty$	0	0.0117	0
2	26.6	0.0271	307
3	17.8	0.0182	205
4	13.3	0.0136	154
$\infty$	0	0.0182	0

表一4 ドームの静的弾塑性座屈荷重  $P_{SP}^{cr}$  (tf/node) (弾性座屈荷重  $P_{SE}^{cr}$ ) 文献25)参照

	$\theta_0=1.5$ 度	$\theta_0=2.0$ 度
$\lambda_0$	$P_{SP}^{cr}$ ( $P_{SE}^{cr}$ )	$P_{SP}^{cr}$ ( $P_{SE}^{cr}$ )
30	115.8(251.9)	160.4(488.5)
50	64.5(89.9)	96.8(175.1)
60	34.4(41.2)	53.3(80.6)
90	9.06(9.06)	16.21(17.24)



図一3 静的荷重(擬似的)  $P_S$  とステップ荷重  $P_D$

に弾性座屈あるいは弾塑性座屈する場合の最小のステップ荷重である。また、式(3)、(4)の第1番目で定義される  $v_{SE}$  と  $v_{SP}$  は、それぞれ、弾性座屈荷重  $P_{SE}^{cr}$  および弾塑性座屈荷重  $P_{SP}^{cr}$  を基準とした安全率である。

2.5 ドームの静的座屈荷重

部材半開角が1.5度と2.0度および部材細長比  $\lambda_0$  の種類が30, 50, 60, 90に関する静的座屈荷重を表一4に示す。表中の( )内の値は弾性座屈荷重を表す。実際に弾性座屈する場合は、部材半開角が1.5度で  $\lambda_0=90$  のドームのみであることが分かる。

3. ステップ荷重によるラチスドームの動座屈

3.1 動座屈解析に用いるモデルの種類

解析に用いるモデルは、部材半開角が1.5度と2.0度の2種、部材細長比  $\lambda_0$  の種類が30, 50, 60, 90の4種であり、また安全率  $v_{SP}$  が2, 3, 4と無限大の4種(弾性解析においても、静的荷重は弾塑性座屈荷重に関する安全率  $v_{SP}=2, 3, 4$ , 無限大に対する値を用いる)であり、したがって、計32モデルとなる。また、座屈メカニズムや振動状態を分析するためのモデルとして、弾性解析と弾塑性解析を考慮すると、全部で64モデルとなる。さらに、ここで示した全モデルに対し、十数回の振動計算を行い、動座屈荷重を求めている。

ステップ荷重による動座屈荷重を求める方法は、以下のようである。まず、ゆっくりと静的釣合を保ちながら荷重を増加させ、2秒後にステップ荷重を加え、10秒間の振動状態を得て、一回の解析を終える(図一3)。このステップ荷重を増加させながら、上記の方法を繰り返し、振動状態に大きな変化、つまりメカニズムが生じてドームが崩壊する最小のステップ荷重を動座屈荷重とする。

3.2 ドームの固有周期

図一4に、部材半開角  $\theta_0$  が2.0度で、安全率  $v_{SP}=2$  におけるドームの線形固有周期の一覧を示す。最大固有周期  $T_1=0.93$ 秒に続いて、近接して多くの固有周期が存在する。このことは、この近辺に外乱のパワーが存在すると、いずれかのモードが共振する可能性を示す。

3.3 弾性動座屈時の振動状態

最初に動座屈時の振動状態を分析する。振動状態を示すために111節点と23節点を選ぶ。この二つの節点はドームの頂部とサイドの位置(図一1参照)にあるため、座屈メカニズムの分析に都合がよい。図一5(23節点)、6(111節点)は弾性の座屈荷重前後の振動状態を示す。この場合のドームのパラメータは、 $\theta_0=2.0$ 度、 $\lambda_0=50$ 、 $v_{SP}=2$ であり、ステップ荷重は座屈前が  $\bar{P}_{DE}=0.636$  ( $\bar{P}_{DP}=1.150$ ) で、動座屈時が  $\bar{P}_{DE}=0.639$  ( $\bar{P}_{DP}=1.155$ ) である。弾性動座屈荷重が弾塑性動座屈荷重より大きい場合は、弾性解析は、工学的にはほとんど無意味であるろうが、ドームの座屈挙動を知るうえでは、弾性

動座屈のメカニズムを分析し、弾塑性のメカニズムと比較することは大いに意義がある。

図-6に示されるように、座屈前の振動状態で、変位が十数回の振動で減衰していく様子がよく理解できる。しかし、図-5から分かるように、ドームサイド部分の振動は、2から3秒と周期がかなり長く、動座屈の瞬間であることが伺える<sup>16)</sup>。さらに、ステップ荷重がほんの少し高くなると、5秒前後で急激に変位が増加し、動座屈を起こす。一方、ドーム頂点では振動状態に変化が見られず、座屈はサイド部分に生じていることが分かる。

図-7、8は共に23節点、図-9は111節点の弾性座屈時の振動状態であり、ドームのパラメータは静的荷重、つまり、安全率を除いて全て図-5のドームと同じである。図-7のドームの安全率は $v_{sp} = 3$ であり、図-8、9は $P_s = 0$ の場合の結果である。図から分かるように、静的荷重が大きくなるにしたがって、ドームサイド部分の周期が長くなり、動座屈に至っている。一方、静的荷重がゼロの場合は、約6秒で座屈してはいるが、サイド部分の振動周期は1秒弱でドーム自身の固有周期に近く(図-8)、しかも動座屈はこの付近では生じておらず、ドームの頂点部分に発生している(図-9)。このように、静的荷重の大きさによって弾性動座屈モードは変化する。

3.4 弾塑性動座屈時の振動状態

図-10、11は、動座屈時前後の弾塑性振動状態を示す。両図におけるドームのパラメータは、図-5と同じであり、安全率はそれぞれ $v_{sp} = 2$ と $v_{sp} = 3$ である。振動状態は、弾性座屈時とは異なり、ドームの座屈部分近傍で振動数が極端に低くなることはない。ステップ荷重が加わったあと、1回もしくは数回の振動の後、塑性ヒンジにより数パネルにわたって座屈メカニズムが生じ、その結果ドーム全体が崩壊する。

3.5 動座屈メカニズム

弾塑性座屈は、弾性座屈に比較して現象が急激で、数回の振動で塑性ヒンジが進行し、各種の崩壊メカニズムが出現して座屈する。図-10に示したドームでは、頂部に崩壊メカニズムができ、その部分が陥没して動座屈を起こす(図-13、黒丸は塑性ヒンジ)。静的荷重が小さくなると種々の異なった座屈メカニズムが発生する。例えば、図-11のように数部材が塑性状態に入った後も数回振動し、その後ドーム頂点から少しずれた部分に非対称のメカニズムが生じ、崩壊に至っている(図-14)。

一方、弾性座屈では頂部が最初大きく振動し、その後徐々に減衰した後、もしくはその過程で、サイド部分の振動によってドームは動座屈を引き起こす(図-15)。両者のメカニズムの違いは、図

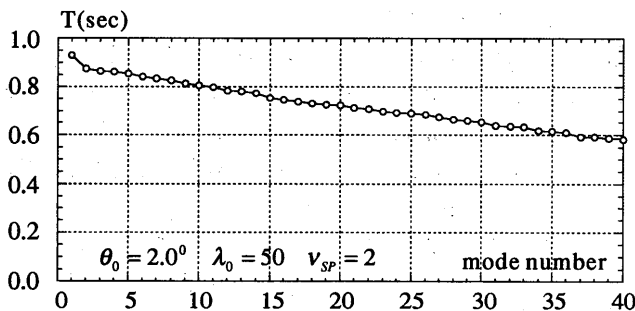


図-4 ドームの固有周期

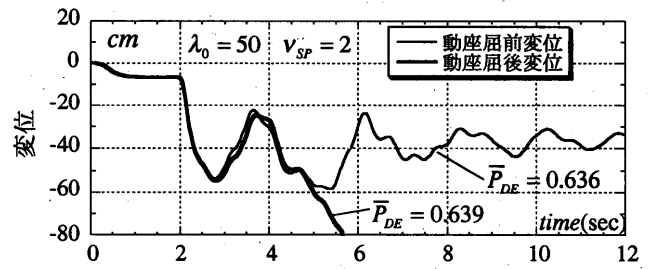


図-5 変位の時刻歴：23節点鉛直方向  
弾性解析 ( $\theta_0 = 2.0$ 度)

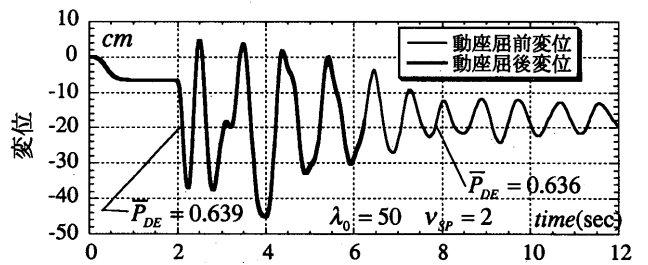


図-6 変位の時刻歴：111節点鉛直方向  
弾性解析 ( $\theta_0 = 2.0$ 度)

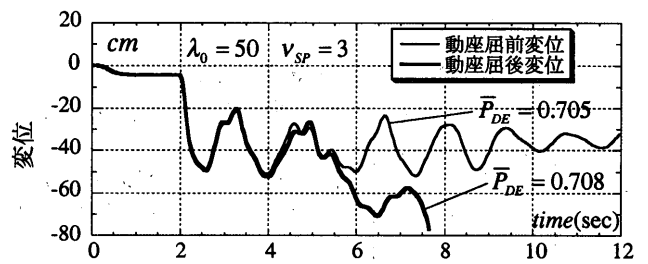


図-7 変位の時刻歴：23節点鉛直方向  
弾性解析 ( $\theta_0 = 2.0$ 度)

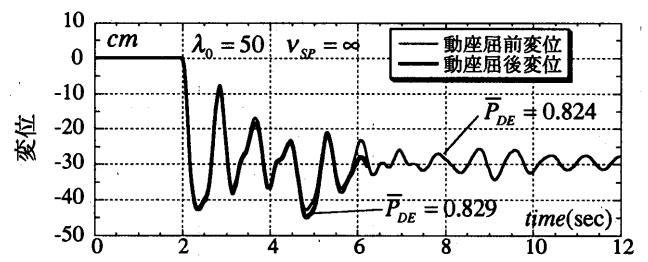


図-8 変位の時刻歴：23節点鉛直方向  
弾性解析 ( $\theta_0 = 2.0$ 度)

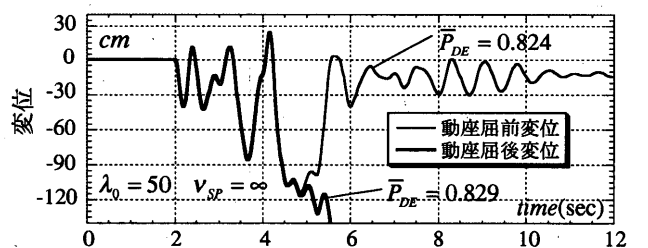


図-9 変位の時刻歴：111節点鉛直方向  
弾性解析 ( $\theta_0 = 2.0$ 度)

—12のステップ荷重と最大変位との関係にも見られる。弾性座屈では頂点の変位(111節点、図—12A)は大きくなっておらず、サイドの節点(23節点)に座屈現象が見られるが、逆に、弾塑性ではサイドの節点は大きくなり、頂点の変位が増大し、動座屈となる(図—12B)。

4. 静的荷重の動座屈荷重への影響

4.1 静的荷重とステップ荷重に対する余力

図—16, 17は静的荷重が弾塑性動座屈荷重に与える影響を示す。図—16は部材半開角 $\theta_0=2.0$ 度であり、図—17は $\theta_0=1.5$ 度についてである。同図で、横軸は静的荷重、縦軸はステップ荷重であり、両者とも静的弾塑性座屈荷重により無次元化されている。両図から分かるように、 $\theta_0=2.0$ 度の $\lambda_0=30$ と $\theta_0=1.5$ 度の $\lambda_0=90$ を除いて(この2つは他と座屈モードが異なる)、動座屈荷重は、静的荷重の大きさに比例して、ほとんど線形的に、しかも、各部材細長比 $\lambda_0$ に対し、ほぼ同じ傾きで動座屈荷重が低下している。

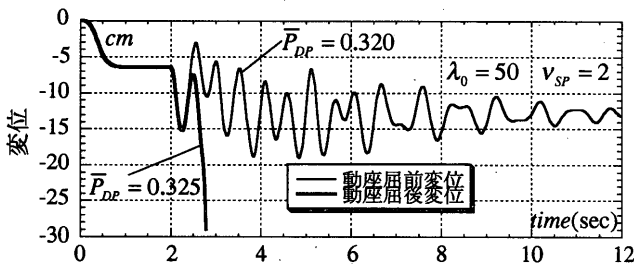
弾性動座屈荷重はこの傾向がさらに強く、図—18, 19に見られるように、一つの例外を除いて(この場合は、 $\lambda_0=90, \bar{P}_{SE}=0.47$ で、座屈モードが他と異なるのが原因)、ほとんど線形的に動座屈荷重が低下している。なお、両図で用いている弾性動座屈荷重および静的荷重は、弾性の静的座屈荷重で無次元化されている。

4.2 安全率とドームのステップ荷重に対する余力

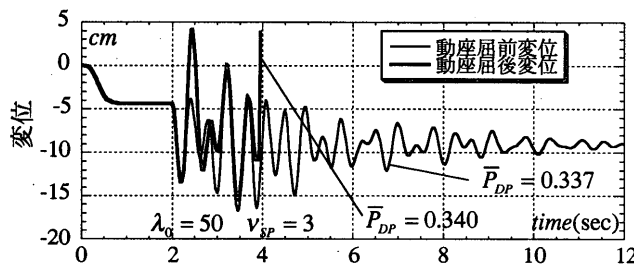
図—20, 21は、安全率とその動的座屈耐力(余力)との関係を示す。横軸は安全率 $v_{SP}$ を、縦軸は次式で示すように静的荷重に対する動座屈荷重の比率 $\eta_P$ を示す。

$$\eta_P = \frac{\bar{P}_{DP}^{cr}}{\bar{P}_{SP}} \dots\dots\dots (5)$$

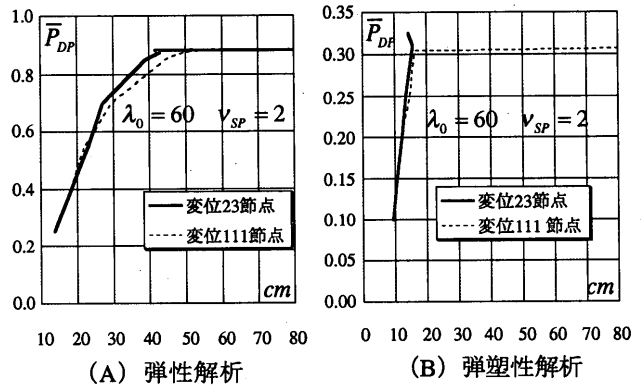
なお、図中の点線は静的な弾塑性余力を示す。両図は、静的弾塑性



図—10 変位の時刻歴：111節点鉛直方向  
弾塑性解析 ( $\theta_0=2.0$ 度)



図—11 変位の時刻歴：111節点鉛直方向  
弾塑性解析 ( $\theta_0=2.0$ 度)



図—12 動荷重と最大変位 ( $\theta_0=2.0$ 度)

耐力に対し、ある安全率で設計されたドームがどの程度のステップ動荷重に耐え得るか、あるいは設計静的荷重の何倍まで動的余力があるかを示す。同図から、安全率と動的余力は線形関係に近いことが分かる。

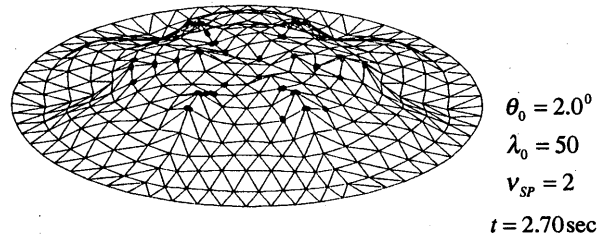
参考のために、弾性解析における安全率 $v_{SE}$ と動的余力 $\eta_E$ の関係を図—22, 23に示す。ここで $v_{SE}$ は静的弾塑性座屈荷重を基準とする安全率であり、計算は $v_{SP}$ に対して行っており、そのため横軸の値は変換されている。また、縦軸は、次式で示すように、静的荷重に対する弾性動座屈荷重の比 $\eta_E$ である。

$$\eta_E = \frac{\bar{P}_{DE}^{cr}}{\bar{P}_{SE}} \dots\dots\dots (6)$$

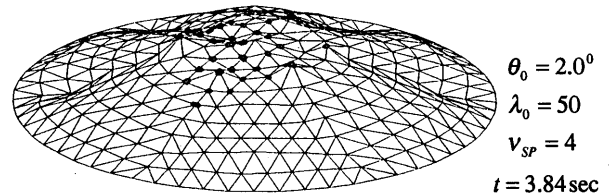
5. ステップ荷重による動座屈荷重の推定

5.1 線形仮定を基にした動座屈荷重の推定式

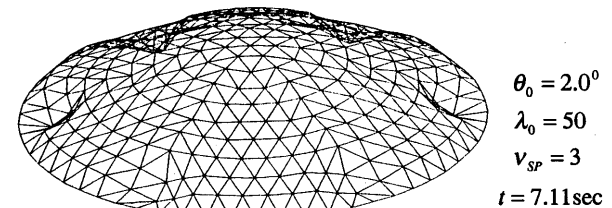
ステップ荷重が加わる場合、保存系ではAstatic座屈荷重が理論



図—13 動座屈形状 (弾塑性座屈： $\bar{P}_{DP} = 0.325$ )



図—14 動座屈形状 (弾塑性座屈： $\bar{P}_{DP} = 0.340$ )



図—15 動座屈形状 (弾性座屈： $\bar{P}_{DE} = 0.708$ )

的な最低動座屈荷重となる。図-24は静的釣合曲線とステップ荷重を受けた場合の振動状態を表す模擬図であり、振動の軌跡は、図中の位相空間 ( $\dot{w}$  は速度,  $w$  は変位) 中の等エネルギー (振動エネルギーとひずみエネルギーの和) 曲面上を移動する。このとき、ステップ荷重がAstatic座屈荷重以上になると、振動軌跡はAstatic点  $d, d'$  (静的不安定釣合点; サドルポイント) を超えて動座屈を起こす。

ステップ荷重の動座屈荷重を推定するために、このAstatic座屈メカニズムが成立するものとし、しかも、以下の仮定、(I)静的釣合曲線並びに振動状態がほとんど線形であり、さらに、(II)動座屈と静的座屈時の変位がほぼ同じとすると、 $d$ 点と $e$ 点の変位が等しい、を用いる。この結果、次の比例式が成立する。

$$1: \alpha = P_{DP}^{cr} : (P_{SP}^{cr} - P_{DP}^{cr} - P_s) \dots\dots\dots (7)$$

ただし、図-24に示すように、パラメータ  $\alpha$  はAstatic座屈メカニズムにおける振動初期値  $b$  点と静的釣合点  $c$  までと静的釣合点から  $d$  あるいは  $d'$  までの距離の比を表す。式(7)を変形すると、以下の無次元化された弾塑性座屈荷重が得られる。

$$\bar{P}_{DP}^{cr} = (1 - \bar{P}_{SP}) / (1 + \alpha) \dots\dots\dots (8)$$

安全率と動的余力の関係は、式(4)、(5)と(8)を考慮すると、下式となる。

$$\eta_P = (v_{SP} - 1) / (1 + \alpha) \dots\dots\dots (9)$$

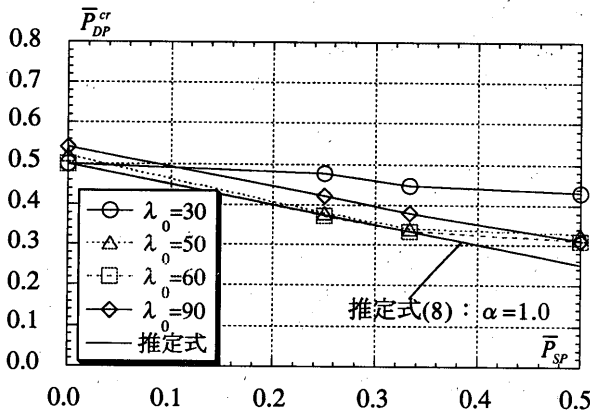


図-16 静的荷重と弾塑性動座屈荷重 ( $\theta_0=2.0$ 度)

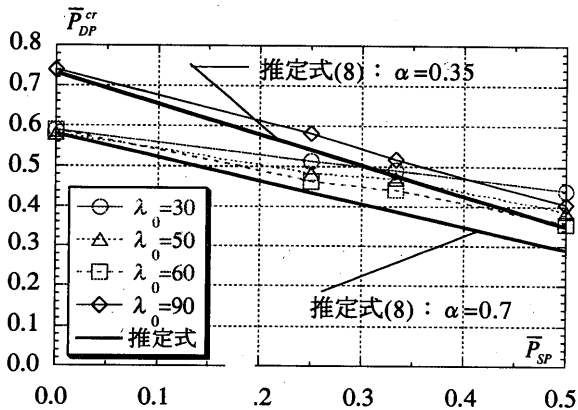


図-17 静的荷重と弾塑性動座屈荷重 ( $\theta_0=1.5$ 度)

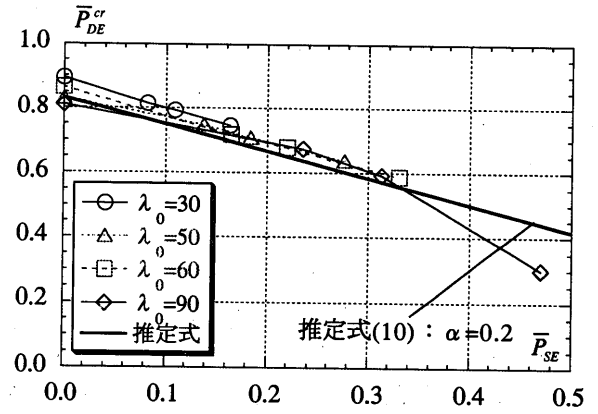


図-18 静的荷重と弾性動座屈荷重 ( $\theta_0=2.0$ 度)

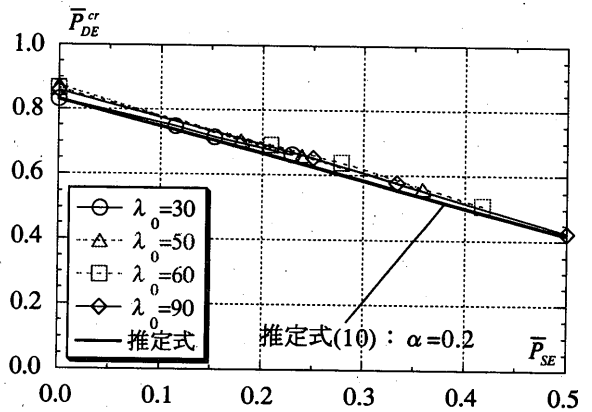


図-19 静的荷重と弾性動座屈荷重 ( $\theta_0=1.5$ 度)

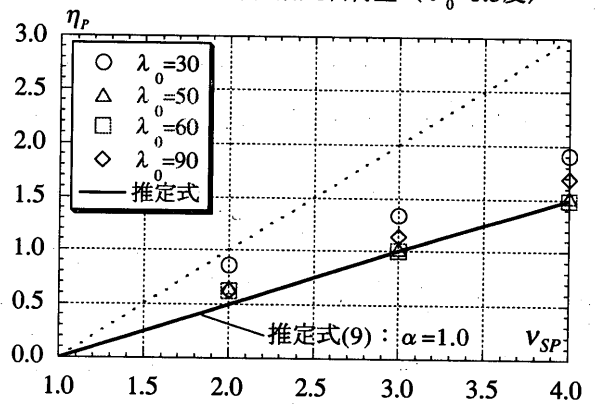


図-20 安全率と弾塑性動座屈荷重 ( $\theta_0=2.0$ 度)

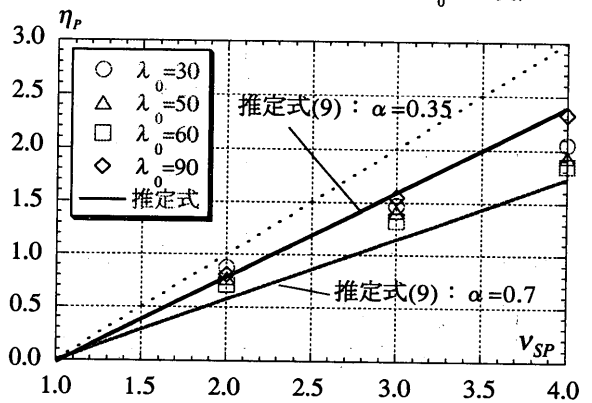


図-21 安全率と弾塑性動座屈荷重 ( $\theta_0=1.5$ 度)

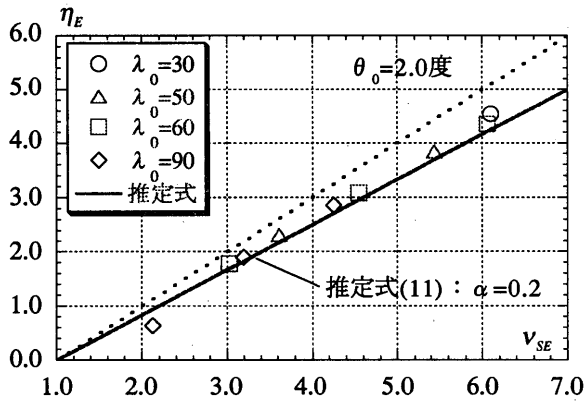


図-22 安全率と弾性動座屈荷重 ( $\theta_0=2.0$ 度)

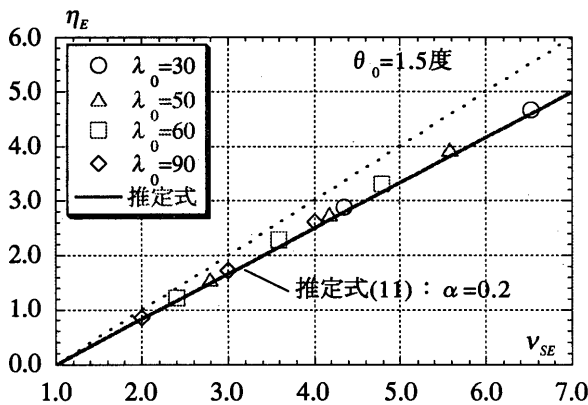


図-23 安全率と弾性動座屈荷重 ( $\theta_0=1.5$ 度)

弾性動座屈荷重並びに弾性的安全率と動的余力については、同様の根拠から以下の式が得られる。

$$\bar{P}_{DE}^{cr} = (1 - \bar{P}_{SE}) / (1 + \alpha) \quad (10)$$

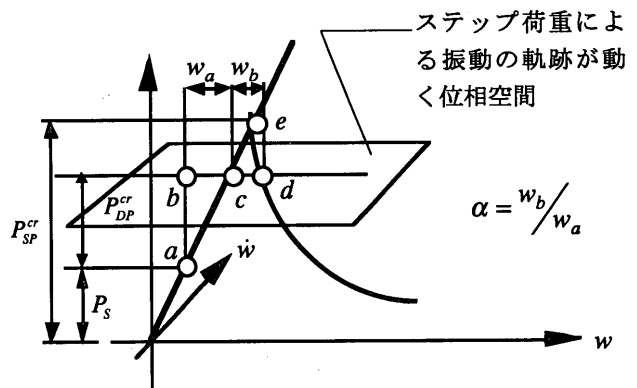
$$\eta_E = (v_{SE} - 1) / (1 + \alpha) \quad (11)$$

5.2 動座屈荷重の推定式と解析結果との比較

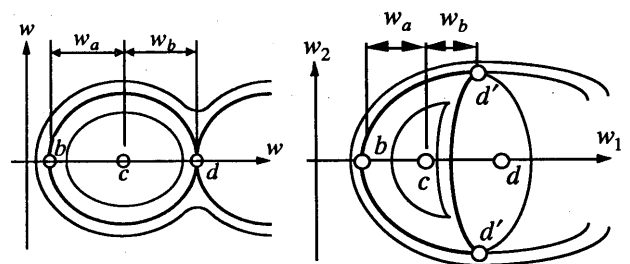
Astatic座屈のメカニズムは2つに分類されており、それらは同図の(B)と(C)に対応する屈服型と分岐型である。一般に分岐型では $\alpha$ は小さく、屈服型では比較的大きい値となる。実際にはAstatic点は静的解析を行って求める必要があるが、ここでは静的荷重がゼロの場合の動座屈解析の結果に適合させてパラメータ $\alpha$ を決定する。

弾塑性動座屈で、部材半開角 $\theta_0$ が2.0度の場合には $\alpha$ はほとんど1に等しく、 $\alpha=1$ として推定式(8)を図-16中に描く。同図に見られるように推定式は計算結果の下界を示し、特に、 $\lambda_0=50, 60$ では良い一致を示す。また、部材半開角 $\theta_0$ が1.5度では、 $\alpha$ が小さく、0.7となる。この値を用いて推定式(8)を図-17中に描くと、 $\lambda_0=90$ を除いて下限値として良い値となる。 $\lambda_0=90$ は、前述したように静的座屈では弾性座屈の領域であり、弾性座屈の結果に近い $\alpha=0.35$ で良い一致を示す。

一方、弾性動座屈では(図-18, 19)、 $\alpha$ はかなり小さく、値として0.2を用いると、推定式は $\theta_0=2.0, 1.5$ 度ともに非常に良い予測値を与える。



(A) 静的釣合と動座屈の関係



(B) 屈服型動座屈

(C) 分岐型動座屈

図-24 位相空間によるAstatic動座屈のメカニズム

安全率と余力の関係は、各設定した $\alpha$ の値を用いて、式(9)並びに(11)より、図-20~23に描かれる。同図より、弾塑性では、下界として、また、弾性では良い推定値として利用できることが分かる。

6. まとめ

ステップ動荷重を受ける単層ラチスドームの弾塑性振動解析を行い、動座屈挙動を分析した。特に、静的荷重に対する安全率に応じて、動荷重(ステップ荷重)に対する動座屈を起こすまでの余力を求めた。また、Astatic座屈との関連から動座屈荷重の推定式を求め、解析結果との比較を行った。以下にその結果をまとめる。

- 1) 静的荷重の増加(安全率の低下)に対し動座屈を起こすまでの余力はほとんど線形的に低下する。
- 2) 解析結果の下界を示す弾塑性動座屈荷重に関する推定式を与えた。
- 3) 解析結果と非常に良い一致を示す弾性動座屈荷重に対する推定式を提案した。
- 4) 弾性と弾塑性の動座屈メカニズムの違いを分析した。また、静的荷重の大きさによって、動座屈モードが変化することを示した。

本研究は、限られた条件、モデル数での検討であり、今後、単層ラチスドームの耐震性の評価や耐震設計法の確立には、より多くの要因を考慮した解析・検討を行う必要がある。さらに、地震など、実際の外乱を受けるドームの動座屈挙動を分析し、多くの情報を収集する必要がある。

## 謝 辞

本研究に関し、貴重なご助言を頂きました名城大学日置興一郎教授、中日本建設コンサルタント(株)久保田領一郎氏に心より謝意を表します。また、研究に協力頂いた名城大学大学院生小菅将文氏に深く感謝致します。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会編：シェル・単層ラチス構造の振動解析—地震、風応答と動的安定—, 日本建築学会, 1993.8
- 2) 日本建築学会シェル空間構造運営委員会・スペースフレーム小委員会：単層ラチスドームの安定解析—, 日本建築学会, 1989.8
- 3) Humphreys, J.S. and Bodner, S.R. : Dynamic Buckling of Shallow Shells under Impulsive Loading, ASCE, EM2, pp.17-36, 1962
- 4) Budiansky, B. and Roth, R.S. : Axisymmetric Dynamic Buckling of Clamped Shallow Spherical Shells, NASA TN D-1510, pp.597-606, 1962.12
- 5) Archer, P.R. and Lange, C.G. : Nonlinear Dynamic Behavior of Shallow Spherical Shells, AIAA Journal, Vol.3, No.12, pp.2313-2317, 1965.12
- 6) Huang, N.C. : Axisymmetric Dynamic Snap-Through of Elastic Clamped Shallow Spherical Shells, AIAA Journal, Vol.7, No.2, pp.215-220, 1969.2
- 7) Stephens, W.B. and Fulton, R.E. : Axisymmetric Static and Dynamic Buckling of Spherical Caps Due to Centrally Distributed Pressures, AIAA Journal, Vol.7, No.11, pp.2120-2126, 1969.11
- 8) 加藤史郎, 村田賢, 松岡理：有限要素法・モード重畳法による回転殻の動的非線形解析その4, 日本建築学会論文報告集, 第236号, pp.27-33, 1975.11
- 9) Klosner, J.M. and Longhitano, R. : Nonlinear Dynamics of Hemispherical Shells, AIAA Journal, Vol.11, No.8, pp.1117-1122, 1973.8
- 10) Stricklin, J.A. and Martinez, J.E. : Dynamic Buckling of Clamped Spherical Caps under Step Pressure Loadings, AIAA Journal, Vol.7, No.6, pp.1212-1213, 1969.6
- 11) Murata, M., Katoh, S. and Gould, P.L. : Nonlinear Analysis of Rotational Shells with Initial Imperfections by Combined Finite Element Method and Mode Superposition Method, ASME, AMD-Vol.48, pp.3-34, 1981
- 12) Lock, M.H., Okubo, S. and Whittier, J.S. : Experiments on the Snapping of a Shallow Dome under a Step Pressure Load, AIAA Journal Vol.6, No.9, pp.1320-1326, 1968.7
- 13) V.V.ボロチン：「非保存的弾性安定問題」, 培風館, 1977年.
- 14) 瀧論, 半谷裕彦：上下動を受ける偏平アーチの動的座屈解析, 日本建築学会学術講演梗概集, pp.1443-1444, 1993
- 15) 國枝治郎：上下地震動を受ける球形シェルの非線形応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1157-1158, 1981
- 16) 村田賢, 安江博：周期外乱を受ける偏平アーチの動座屈, 日本建築学会論文報告集, 第469号, pp.71-80, 1995.3
- 17) 村田賢, 武藤厚, 中山幸二：ランダム外乱を受ける偏平球殻の動座屈—一周外乱を受ける偏平球殻の動座屈—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第478号, pp.125-132, 1995.12
- 18) 石川浩一郎, 加藤史郎：上下地震動を受ける二層ラチスドームの耐振性に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第447号, pp.64-74, 1993.5
- 19) 和田章, 向秀元：一方向スパン複層円筒トラス構造物の地震応答解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第413号, pp.87-96, 1990.7
- 20) 多田元秀, 林真理子：応力制御機構を利用した2層立体トラスの耐鉛直地震設計法, 日本建築学会構造系論文報告集, 第460号, pp.77-82, 1994.6
- 21) 田波徹行, 瀧論, 半谷裕彦：単層スペースフレームの振動特性に関する研究(その3, その4), 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), 構造I, pp.1271-1274, 1989.10
- 22) 加藤史郎, 向山洋一, 植木隆司：高ライズドームの地震層せん断力係数に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第442号, pp.101-109, 1992.12
- 23) 加藤史郎, 向山洋一：高ライズ単層ラチスドームの地震応答性状, 日本建築学会構造系論文報告集, 第466号, pp.87-95, 1994.12
- 24) 加藤史郎, 庄村昌明, 向山洋一：水平と鉛直地震動を受ける大スパン単層ラチスドームの応答性状と崩壊加速度に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第477号, pp.87-96, 1995.11
- 25) 加藤史郎, 庄村昌明：接合部の曲げ剛性が円形平面状の単層ラチスドームの座屈荷重に与える影響—部材の座屈応力度曲線の表現について—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第465号, pp.97-107, 1994.11
- 26) 村田賢, 加藤史郎, 佐藤俊樹, 小菅将文：ステップ荷重を受ける単層ラチスドームの動座屈, 日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿), 構造I, 1996.9

(1996年6月25日原稿受理, 1996年12月12日採用決定)