

# 下水道用マンホールふたの幾何ブラウン運動過程による ふた裏腐食速度のモデル化とふた裏腐食量の将来予測

中根 進\*

**要 旨**：「下水道マンホールふたの調査・診断・更新に関する共同研究」において下水道用マンホールふたのふた裏腐食量を調査測定する機会を得た。

ふた裏腐食量の調査測定値から平均腐食速度を算出して、その平均腐食速度を幾何ブラウン運動過程でモデル化することによって、ふた裏腐食量の経年変化を推定できるようにした。現地でふた裏腐食量を測定し、本手法でそのマンホールふたの将来のふた裏腐食量を推定することにより、ふたの許容応力や塑性変形に至る腐食量を用いて次の点検時期や余寿命を推定できることを示した。

調査したふたのふた裏腐食量の出現頻度は、極値分布で表せることを示し、下水道本管に落差・段差が付いているマンホール内に設置されたマンホールふたにふた裏腐食量が多いことを統計的に示した。

**キーワード**：下水道用マンホールふた、腐食、極値分布、幾何ブラウン運動過程、ボラティリティ

## 1. まえがき

腐食環境下にある下水道マンホールふたは、裏面の腐食によってリブや平板部が減肉し、耐荷重性能の低下を招く恐れがある。

ふた裏面は、ふた数が膨大であり、ふたを開閉しないと観察できないことや交通量の多い設置場所では腐食量の測定も厄介であることから共同研究時<sup>1)</sup>のふた裏の腐食量データを利用して、将来のふた裏腐食量を予測する手法を考えた。

共同研究では、下水道用マンホールふたを現地調査して、ふた裏面のリブ幅腐食量を測定した。このふた裏面のリブ幅腐食量から腐食速度を算出し、腐食速度を幾何ブラウン運動過程でモデル化することによって、個々のふたの将来腐食量を予測できるようにする。点検調査時にふた腐食量を測定し、将来の予測値を維持管理に利用する試みである。

## 2. 下水道用マンホールふたのふた裏腐食量

下水道用マンホールふたの調査測定データ<sup>2)</sup>には、1,280基のふた裏腐食量のデータがある。このデータより調査時年度からふたの製造年度を引いた年数を調査時経過年数として整理し、調査時経過年数と平均腐食量の関係を図-1に示す。

図-1に示す平均腐食量は、ふた裏のリブ幅を6箇所測定<sup>2)</sup>し、その平均値を示している。この平均値を平均腐食量と呼ぶ。平均腐食量を調査時経過年数で除して、平均腐食速度を算定し、図-2に示す。

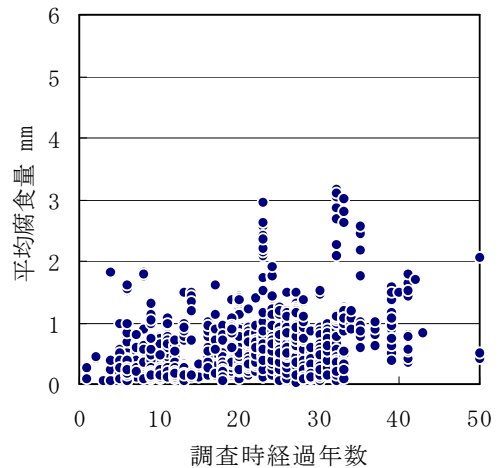


図-1 調査時経過年数と平均腐食量の関係

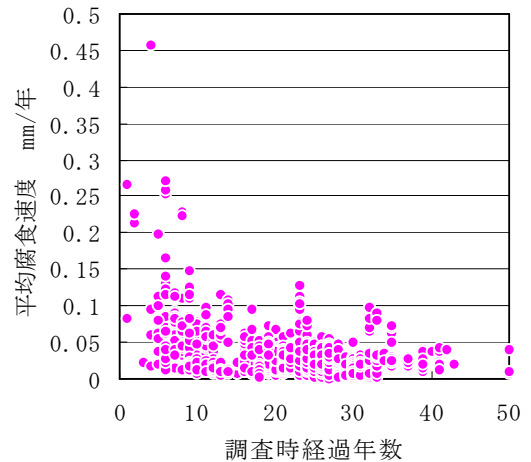
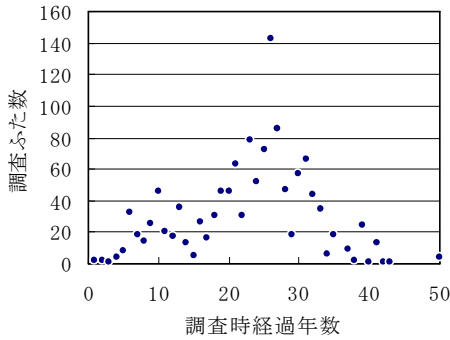


図-2 調査時経過年数と平均腐食速度の関係

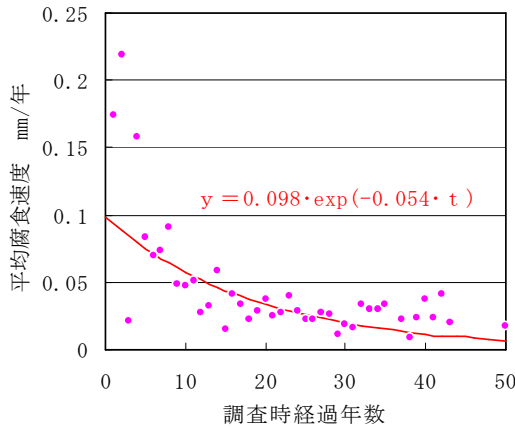
図-1, 2において調査した経過年数の範囲で経過年数と平均腐食量や平均腐食速度との相関が読み取り

にくい。各調査時経過年数のふた数をカウントし、**図-3**に示す。20年から30年経過したふたの調査数が最も多い。



**図-3 調査時経過年数と調査ふた数の関係**

調査時経過年数ごとに平均腐食速度を算出し、**図-4**に示す。



**図-4 調査時経過年数ごとの平均腐食速度の関係**

調査時経過年数とこの平均腐食速度の関係について調査ふた数の重みを付けた最小二乗法を用いて指数関数( $y = a \cdot e^{b \cdot t}$ )で回帰する。調査ふた数の重みをつけることにより、経過年数の短いデータや反対に経過年数の長いデータの寄与を少なくするように回帰する。

平均腐食速度は、経過年数の増加とともに減少していく様子を明確に示すことができる。

### 3. 幾何ブラウン運動過程<sup>3)</sup>

時点  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$  の時、時系列データ  $X(t_i)$  があり、その一成分のデータ  $W(t_i)$  を

$$W(t_0), W(t_1), W(t_2), \dots, W(t_n)$$

とする。

**図-5** 右下のような右上がりでもなく右下がりでもない時系列  $W(t)$  の動きをランダムウォークと言う。

時系列の変化量  $\Delta W$  は、次式である。

$$\Delta W = W(t_k) - W(t_{k-1})$$

ここに、 $k = 0, 1, 2, \dots, n$

時系列の変化量  $\Delta W$  は、平均 0、分散  $\sigma(t_k - t_{k-1})$  の正規分布  $N(0, (t_k - t_{k-1}))$  にしたがう。

ここで、上式  $\Delta W = W(t_k) - W(t_{k-1})$ 、 $\Delta t = t_k - t_{k-1}$  とすると、時系列の変化量  $\Delta W$  は、平均 0、

分散  $\Delta t$  の正規分布  $N(0, \Delta t)$  にしたがうこととなる。標準偏差  $\sigma$  を使って表記すれば、時系列の変化量  $\Delta W$  は、平均 0、標準偏差  $\sigma = \sqrt{\Delta t}$  の正規分布  $N(0, (\sqrt{\Delta t})^2)$  となる。

$$\Delta W \text{ の分布} = N(0, (\sqrt{\Delta t})^2)$$

時系列  $X(t)$  は、(1)式で表せる。

$$X(t) = a \cdot t + b \cdot W(t) \quad \dots\dots (1)$$

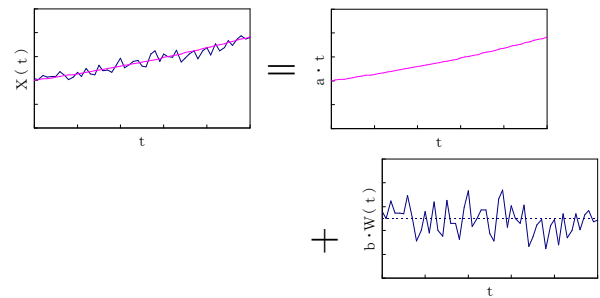
ここに、 $a$  : 定数(ドリフト率)

$b$  : 定数

時系列  $X(t)$  の変化量  $\Delta X$  は、(2)式で表す。

$$\Delta X = a \cdot \Delta t + b \cdot \Delta W \quad \dots\dots (2)$$

$\Delta X$  の分布は、平均  $a \cdot \Delta t$ 、標準偏差  $b \cdot \sqrt{\Delta t}$  の正規分布にしたがっている。



**図-5 一般化したウィーナー過程**

**図-5** 上に示す一例として示す右上がりのような時系列データ  $X(t)$  の動きを一般化したウィーナー過程と言う。

時系列  $X(t)$  の変化量  $\Delta X$  の定数  $a, b$  を  $X$  と  $t$  の関数  $a(X, t), b(X, t)$  とすると、

$$\Delta X = a(X, t) \cdot \Delta t + b(X, t) \cdot \Delta W(t) \quad \dots\dots (3)$$

となり、 $\Delta X$  が変動していたことを示し、この時の  $X(t)$  の動きを伊藤過程と言う。

伊藤過程において、

$$a(X, t) = \beta X(t)$$

$$b(X, t) = \sigma X(t)$$

とおき、 $\Delta t \rightarrow 0$  とすると、(1)式は(4)式となり、これを幾何ブラウン運動過程と言う。

$$dX(t) = \beta X(t)dt + \sigma X(t)dW(t) \quad \dots\dots (4)$$

ここに、 $\beta$  : トレンド

$\sigma$  : ボラティリティ

両辺を  $X(t)$  で除すと、

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = \beta dt + \sigma dW(t) \quad \dots\dots (5)$$

伊藤積分を用いると幾何ブラウン運動過程の一般解が求められる。

$$X(t) = X(0) \exp[(\beta - 1/2 \cdot \sigma^2) t + \sigma \cdot W(t)] \quad \dots\dots (6)$$

#### 4. 幾何ブラウン運動過程による腐食速度のモデル化

調査時経過年数とふた裏腐食速度の関係をを用いて、平均腐食速度を幾何ブラウン運動過程によりモデル化する。

①幾何ブラウン運動のパラメータ  $\beta$  は、(5)式の右辺第1項の微分方程式を解くことにより求められる。

$$X(t) = X(0) \exp(\beta t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

したがってトレンド  $\beta$  は、図-4の経過年数と平均腐食速度の関係を(7)式の指数関数で回帰することにより、その指数値( $\times 100$ )から  $\beta = -5.35$  を得る。

②ボラティリティ  $\sigma$  は、調査時経過年数における腐食速度の対数値をとり、各年間(前年と)の差の標準偏差値とする。

$$\text{差} = \ln(X(t)) - \ln(X(t-1))$$

その結果、ボラティリティ  $\sigma = 0.632$  となった。

図-4に示す切片の値が経過年数0年の平均腐食速度  $0.098\text{mm/年}$  を表す。これを初期値として乱数を発生させて、幾何ブラウン運動過程により腐食速度をシミュレーション(50回試行)すると図-6となる。

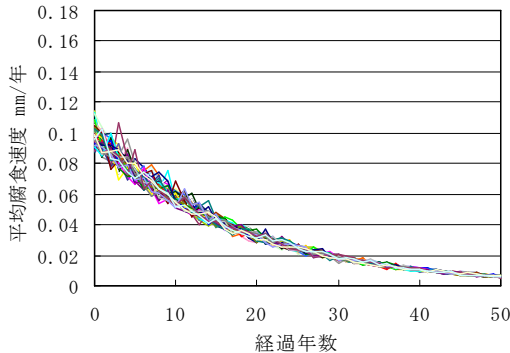


図-6 幾何ブラウン運動過程による平均腐食速度の推定

シミュレーションを各経過年数に対して50回繰り返し計算して得られた各経過年数の腐食速度の平均値と標準偏差値を算出する。図-2の調査測定値から算定した平均腐食速度に対してモデル化された平均腐食速度の平均値と信頼区間(平均値  $\pm 2\sigma$ )を図-7に示す。

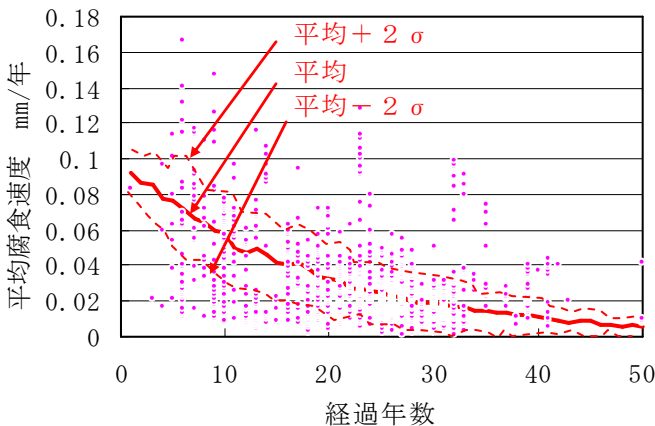


図-7 調査測定値とモデル化平均腐食速度の比較

#### 5. モデル化した腐食速度を用いたふた裏腐食量の推定と将来予測

##### 5.1 ふた裏腐食量の推定

モデル化した平均腐食速度からふた裏腐食量を推定する。

微小区間  $\Delta t$  後の腐食量  $dF$  を(8)の直線式と仮定する。

$$dF = dS + v \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\Delta t$  : 経過年数の間隔 (年)

$dS$  : 調査時に測定した最大腐食量 (mm)

$v$  : 腐食速度 (mm/年)

図-7のシミュレーションを使い調査時の経過年数から順次その平均腐食速度  $v$  および  $\pm \sigma$  の腐食速度  $v$  を推定する。腐食速度  $v \times \Delta t$  を推定したい経過年数まで累加し、平均腐食量を推定する。ふた設置時(経過年数0年)に腐食が無い状態(腐食量0)から経過年数50年までの推定値を図-8に示す。図-8には、信頼区間( $\mu \pm 2\sigma$ )の幅と調査値を重ねて示す。

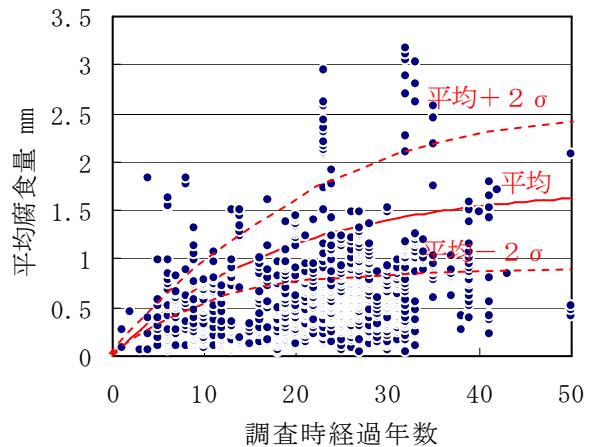


図-8 調査測定値と推定平均腐食量

##### 5.2 ふた裏腐食量の将来予測

マンホールふたごとに調査時における経過年数と測定腐食量から将来の平均腐食量を予測する。設置時から調査時までの経過年数に対する腐食量の履歴は、不明であるが、ここでは、線形で表す。

調査時に10年経過して、平均腐食量が  $1\text{mm}$  であったふたの平均腐食量が、将来どのように推移するか予測する例を図-9に示す。

(8)式の腐食量  $dS$  を調査時の腐食量ととり、累加して将来の経過年数に対する平均腐食量とする。この例に示すふたは、設置時から50年、調査時点から40年経過するとふた裏腐食量は、 $2.5\text{mm}$ (信頼区間幅  $1.8 \sim 3.2\text{mm}$ )に達すると予測される。

同様に図-10には調査時に23年経過して、平均腐食量が  $2.55\text{mm}$  であったふたの平均腐食量の将来予測を示す。

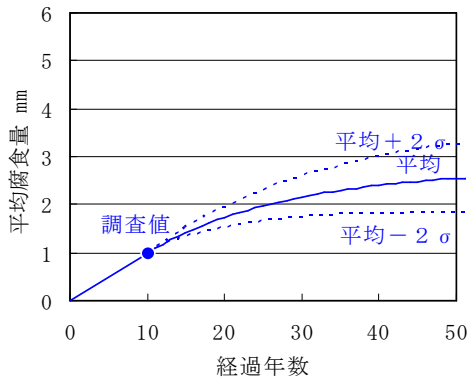


図-9 10年経過時点で平均腐食量が1.0mmであったふたの平均腐食量の将来予測

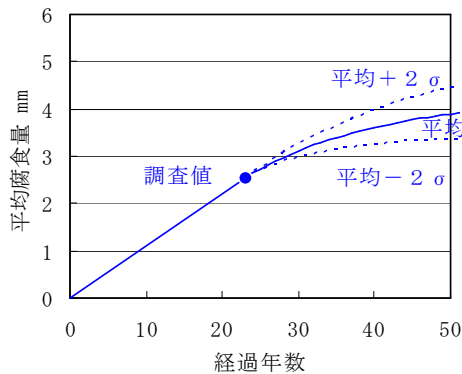


図-10 23年経過時点で平均腐食量が2.55mmであったふたの平均腐食量の将来予測

ふた裏腐食量は、マンホールふたの耐荷重性能に影響を与える。マンホールふたの耐荷重性能に対する性能限界として、たわみ、許容応力と塑性変形などが考えられる。

文献<sup>2)</sup>には、マンホールふたの荷重仕様ごとに載荷荷重別の塑性変形を生じる腐食量の限界値を算出して、表-1を示している。

表-1 荷重仕様別塑性変形を生じる腐食量の限界値<sup>2)</sup>

ふた荷重	許容 応力設計	腐食量 mm	
		140kN載荷	80kN載荷
T-25	有	3.6	—
T-20	有	3.1	4.9
T-20	無	2.1	4.2
T-14	有	0.9	3

表-1に示す載荷荷重の140kN載荷とは、道路幅員5.5m以上の道路に設置されたふたの載荷重である。80kN載荷とは、5.5mm未満の道路に設置されたふたを表す。

図-9のふたが荷重仕様T-20で幅員5.5m以上の道路に設置されたふたとすると、調査時点でふたに載荷すると許容応力<sup>2)</sup>を超える状態にあり、設置後40年、調査時から30年経過すると、塑性変形を生じる可能性があることを示す。

図-10のふたも荷重仕様T-20で幅員5.5m以上の

道路に設置されたふたとすると、調査時から5年経過すると、塑性変形を生じる可能性があることを示す。

## 6. ふた裏腐食の腐食要因

### 6.1 設置領域の設定と腐食要因

図-8を再掲し、図-11で設置領域を設定する。信頼区間( $\mu \pm 2\sigma$ )のふたの設置領域を腐食中領域と設定し、 $\mu - 2\sigma$ より下側を経過年数によってあまり腐食が進行しない領域として、腐食小領域にあるふたとする。また、 $\mu + 2\sigma$ より上側を腐食が著しく進行している領域として腐食大領域にあるふたとする。

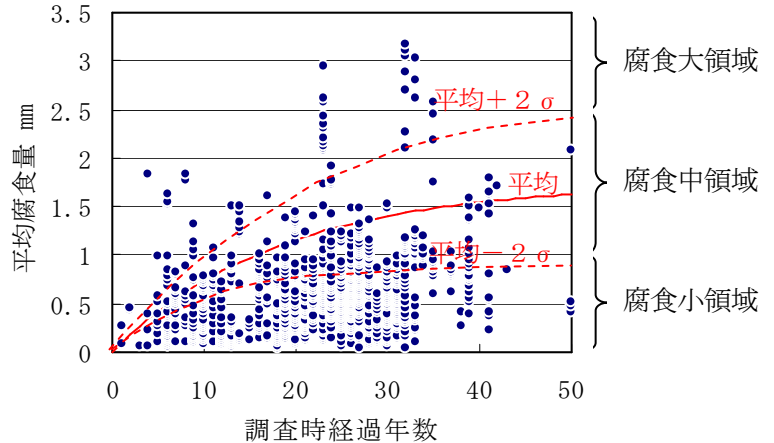


図-11 調査測定値と推定平均腐食量

腐食要因には、共同研究時の現地調査項目である排除方式(汚水,合流,雨水),管きょ構造(一般,マンホールポンプ下流,圧送管下流,特殊排水,伏越し),段差とした。本文では、落差,段差を一括して段差と呼び、「段差」は、段差と副管の付いてない落差を言う。

腐食要因毎に下記を仮定して、

- ①排除方式では、汚水+合流の管きょが腐食しやすい。
- ②管きょ構造では、マンホールポンプ下流,圧送管下流,特殊排水,伏越しの項目が腐食しやすい。
- ③段差では、管路本管部で段差の有るものが腐食しやすい。

設置領域と腐食要因のふた数をカウントし、それぞれの項目に対する腐食しやすいと仮定した要因に設置されているふた数の割合を表-2に示す。

表-2 設置領域別の腐食影響割合

腐食要因		単位:基		
		腐食大領域	腐食中領域	腐食小領域
排除方式	①汚水+合流	298	556	372
	調査数	333	618	394
	影響割合	0.89	0.90	0.94
管きょ構造	②マンボ~伏越	2	10	30
	調査数	331	617	401
	影響割合	0.01	0.02	0.07
段差	③段差有	80	163	77
	調査数	295	543	355
	影響割合	0.27	0.30	0.22

表-2では、設置領域別(腐食大領域、腐食中領域、腐食小領域)において、仮定した腐食要因の影響割合に明確な差がなく、設置領域をこれらの仮定した項目(①~②)から設定することが困難であった。

### 6.2 多変量解析による腐食要因の分析

腐食要因の各項目を説明変数(カテゴリ変数)として、着色項目(①~③)を1、無着色の項目を0として、説明変数に経過年数を加えて平均腐食量に対する多変量解析を行い、腐食要因を特定することを試みる。

$$\begin{aligned} \text{平均腐食量} = & \text{切片} + \text{係数1} \cdot \text{経過年数} \\ & + \text{係数2} \cdot \text{排除方式} + \text{係数3} \cdot \text{管きよ構造} \\ & + \text{係数4} \cdot \text{段差} \end{aligned}$$

なお、経過年数は下式による標準化した値を用いた。

$$\text{標準化経過年数} = \frac{\text{経過年数} - \text{経過年数平均} \mu}{\text{標準偏差} \sigma}$$

多変量解析では、有意確率p値が最も大となった説明変数を順次除いて解析をすすめ、説明変数の係数がプラス値となったところで解析を終了した。その結果を表-3に示す。除いた説明変数は、表-3中に-で示す。

表-3 設置領域別の腐食影響割合の多変量解析結果

	腐食大領域		腐食中領域			腐食小領域			
	① 1回目	② 2回目	① 1回目	② 2回目	③ 3回目	① 1回目	② 2回目	③ 3回目	④ 4回目
重相関係数 <sub>r</sub>	0.608	0.607	0.552	0.405	0.387	0.541	0.541	0.541	0.538
寄与率R <sup>2</sup>	0.369	0.369	0.304	0.164	0.150	0.293	0.292	0.292	0.290
自由度調整寄与率R <sup>2</sup>	0.362	0.363	0.300	0.156	0.145	0.284	0.286	0.288	0.288
残差の標準偏差	0.858	0.857	0.284	0.259	0.261	0.169	0.168	0.168	0.168
切片	1.611	1.609	0.672	1.312	1.201	0.484	0.485	0.475	0.470
係数1 経過年数	0.667	0.668	1.366	0.139	0.139	0.109	0.108	0.108	0.107
係数2 排除方式	0.607	0.606	-0.133	-0.119	-	-0.009	-0.010	-	-
係数3 管きよ構造	-0.292	-	-0.032	-	-	-0.026	-	-	-
係数4 段差	0.278	0.280	-0.007	0.032	0.039	-0.024	-0.025	-0.025	-

いずれの設置領域も腐食要因の寄与率R<sup>2</sup>は小さく、説明変数を使って平均腐食量を言い表せていないが、共通の説明変数は「経過年数」であり、続いて「段差の有無」であった。

着色部の有意確率p値は表-3中に示していないが、腐食中領域③の段差についてのみ0.05以上であり、あとは0.05を下回り、統計的には有意であった。

腐食大領域下では、説明変数として「経過年数」とともに、「排除方式(汚水+合流)」が大きな係数となり、「段差の有無」も影響を及ぼしていると思われる。

腐食中領域下では、説明変数として「経過年数」と「段差の有無」であるが、統計的には「経過年数」だけであった。

腐食小領域下では、説明変数は「経過年数」だけであった。

### 6.3 平均腐食量分布からみた腐食要因の分析

#### 6.3.1 腐食要因(段差)による分析

調査平均腐食量の頻度分布を確率密度に変換して、

ワイブル分布と極値分布で回帰する。腐食大領域において本管に段差が無いマンホールに設置されているマンホールふたの平均腐食量の分布を図-12に一例として示す。

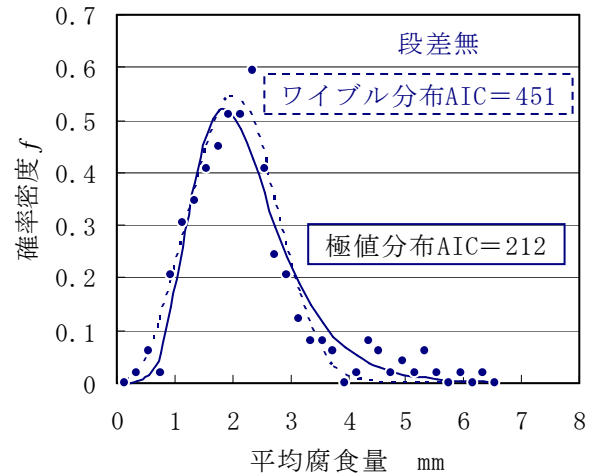


図-12 極値分布とワイブル分布による平均腐食量の適合具合の比較

ワイブル分布と極値分布では腐食量の大きい側の適合度に差が見られる。極値分布は、腐食量の大きい側をワイブル分布に較べてうまく表している。

調査値と回帰した分布の適合具合を赤池情報量規準(AIC)でチェックする。図-12にそれぞれの分布のAICを示す。AICが小さい方が分布の適合度が高いとされ、ワイブル分布より極値分布の方が調査値にフィットしている。

以降、平均腐食量の分布には、極値分布を用いて腐食要因の分析を行う。マンホールふたの設置領域下における段差の有無による平均腐食量の相違を図-12のように調査値を最小二乗法により極値分布で近似して、極値分布のパラメータを表-4に示す。表に示す極値分布のパラメータλは、平均腐食量の最頻値であり、μは、平均腐食量の平均値を示す。

表-4 設置領域別の(段差の有無)による平均腐食量

	単位: mm			
	段差無		段差有	
	λ	μ	λ	μ
腐食大領域	1.85	2.25	1.95	2.37
腐食中領域	1.17	1.36	1.15	1.31
腐食小領域	0.44	0.57	0.80	0.96

#### 1) 腐食大領域における腐食要因(段差の有無)

腐食大領域では、段差有の場合のほうが段差無より平均腐食量が、最頻値λ、平均値μともにわずかに大となっている。しかし、段差の有無による腐食量の差はほとんどない。

#### 2) 腐食中領域における腐食要因(段差の有無)

腐食中領域では、段差の有無による平均腐食量の最

頻値 $\lambda$ ，平均値 $\mu$ ともに差はない。

### 3) 腐食小領域における腐食要因(段差の有無)

腐食小領域で段差の有無による分布は、図-13に示す。腐食小領域では、段差の有無による腐食量の差が明確に現れ、段差有の方が平均腐食量の最頻値 $\lambda$ ，平均値 $\mu$ は、大きい結果となった。

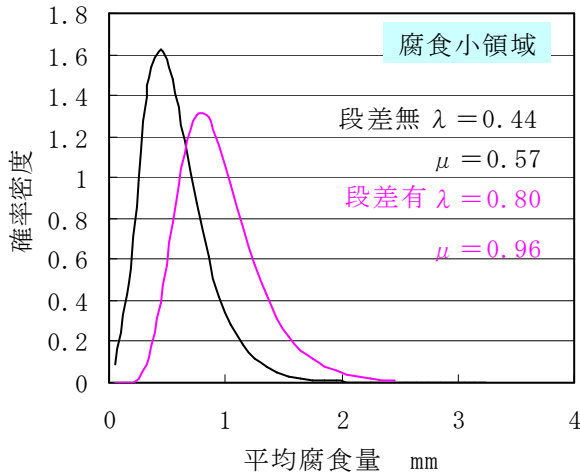


図-13 腐食小領域における段差の有無による平均腐食量の比較

### 4) 腐食要因(段差の有無)のまとめ

設置領域下における段差の有無について解析の結果をとりまとめて図-14に示す。

腐食中領域下での腐食量の差は見られなかったが、わずかな差ではあるがマンホール内で本管に段差があるところに設置されたふたは、腐食量が大きいことが明らかになった。

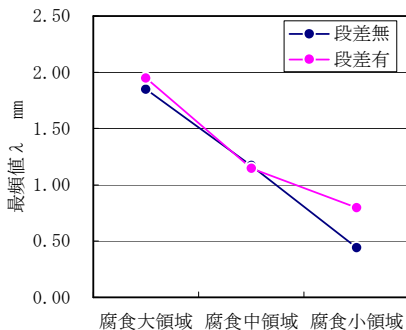


図-14 各設置領域の段差有無による平均腐食量(最頻値 $\lambda$ )の比較

段差と同様に調査平均腐食量の分布を極値分布で回帰し、排除方式により平均腐食量の差異が見られるか分析したが、各設置領域とも排除方式による差はなかった。

## 7. まとめと課題

共同研究時のマンホールふた裏面の平均腐食量の計測データから平均腐食速度(mm/年)を算定し、この平均腐食速度の経過年数に対する変動を幾何ブラウン運動過程でモデル化した。このモデル化した平均腐食速度を利用して、マンホールふた裏面の将来の平均腐食量を予測できるようにした。

ふたの平板厚，ふた裏のリブ幅，リブ高の平均腐食量を予測することにより，マンホールふたが載荷状態のもと塑性変形に至る腐食量(表-1)を使って，次期の点検時期，寿命の予測など維持管理に役立てられるような形を提示できた。

経過年数に対する平均腐食量の推移は、図-10などに示すような曲線(上に凸な漸近する曲線)と推定したが、ふたの定点での継続調査により明らかにすることができると今後の調査が望まれる。

既存の調査項目の中からは、経過年数、段差の有無がふた裏腐食に係わる要因であると推定できた。しかし、どのような状態(環境)に設置されているふたが「腐食大領域：腐食量が大きい」、「腐食中領域：既存データの腐食量が最も多い」、「腐食小領域：腐食量が小さい」を特定することはできなかった。

### 〈参考文献〉

- 1) 下水道マンホールふたの調査・診断・更新に関する共同研究 財団法人 下水道新技術推進機構，日本グラウンドマンホール工業会，次世代型グラウンドマンホール推進協会，オリジナル設計(株)，(株)三水コンサルタント，中日本建設コンサルタント(株)，(株)日水コン，2011
- 2) 財団法人 下水道新技術推進機構：「下水道用マンホールふたの計画的な維持管理と改築に関する技術マニュアル(案)」，p.144，p.141，p.42，p.148-2012年3月-，2012
- 3) 石村 貞夫，石村 園子共著：「増強版 金融・証券のためのブラック・シュールズ微分方程式」，東京図書，pp.117~130，2009

\* (なかね すずむ)

昭和50年 中日本建設コンサルタント(株)入社  
 水工技術本部 技師長 平成19年より現職  
 特別会員