

# 易しくないコンクリート工学

## 構造設計アーカイブ

目 次 (項番号で参照して下さい)

(目次 i ~ x、本文 1~97 ページ)

### 0. はじめに

### 1. 材料としてのコンクリート

#### 1.1 コンクリートの歴史はセメントの発明に始まる

- 1.1.1 石積みの建造物の建設は大きな労力と工夫が必要
- 1.1.2 漆喰は日本風のセメントモルタルであること
- 1.1.3 セメントはアズブディンから
- 1.1.4 鉄筋コンクリートはモニエから
- 1.1.5 プレストレスのアイディア
- 1.1.6 コンクリート工学は品質管理の研究であること

#### 1.2 コンクリート研究の進め方の流儀

- 1.2.1 コンクリートの施工はお料理の手順と似ていること
- 1.2.2 アメリカ流とドイツ流
- 1.2.3 研究は記録に残すことが基本
- 1.2.4 実験は記録の取り方と整理に注意すること

#### 1.3 セメントの常識

- 1.3.1 固まるまでに余裕時間があること
- 1.3.2 セメント材料は風化もすること
- 1.3.3 セメントは凝結や硬化の時間を考慮して製品化される
- 1.3.4 余分な水が強度を下げること

#### 1.4 砂利と砂の常識

- 1.4.1 砂や砂利の内部摩擦の性質
- 1.4.2 荷重分散と衝撃吸収に使う場合
- 1.4.3 袋に詰めると丈夫な柱に変身すること
- 1.4.4 砂利粒は最大寸法の制限があること

#### 1.5 練り混ぜ・輸送・打ち込み・養生そして保守

- 1.5.1 コンクリートの配合法は理想から実践への妥協
- 1.5.2 種々の混ぜ物が試されていること
- 1.5.3 運搬と打ち込みとは重さとの戦い
- 1.5.4 養生と保守が大切

### 2. コンクリートの物性

#### 2.1 コンクリートの化学

- 2.1.1 コンクリートは人工の水成岩であること
- 2.1.2 コンクリートは風化すること
- 2.1.3 水の環境には注意が必要であること
- 2.1.4 コンクリート表面を塗装する習慣が育たなかったこと

#### 2.2 接着の力学

- 2.2.1 セメントペーストは接着材であること
- 2.2.2 固まるときの性質での分類
- 2.2.3 化学的な相性も大切な要素であること
- 2.2.4 機械的な引っ掛かりを利用する接着

#### 2.3 コンクリートの機械的な性質

- 2.3.1 セメントの強度
- 2.3.2 強度は試験方法別に定義された値を言う
- 2.3.3 応力の大きさを直接知る方法はないこと
- 2.3.4 応力と応力度の言葉の使い分け

- 2.3.5 まず自分の重さを支える強度が必要
- 2.3.6 強度発現のモデルを考えること
- 2.3.7 弾性的な性質はマクロに扱うこと
- 2.3.8 鋼材との比較で物理的な性質を扱う
- 2.4 **コンクリート構造物の設計思想**
  - 2.4.1 重さを利用する構造物
  - 2.4.2 重さが不利に働く構造物
  - 2.4.3 設計は三段階のモデルで検証されること
  - 2.4.4 理論信奉からくる設計法の過ち
- 2.5 **コンクリートのメンテナンス**
  - 2.5.1 19世紀以降の構造用新素材が鋼とコンクリート
  - 2.5.2 鉄筋コンクリートの梁と柱
  - 2.5.3 コンクリートはリサイクルに向かない材料であること

### 3. 鉄筋コンクリートの力学モデル

- 3.1 **材料の均質化モデル**
  - 3.1.1 マクロ・ミクロ再びマクロ
  - 3.1.2 材料はミクロに見れば均質ではないこと
  - 3.1.3 部材としても均質なモデルを仮定する
  - 3.1.4 等方性と異方性があること
- 3.2 **破壊の現われ方**
  - 3.2.1 破壊と崩壊とを区別すること
  - 3.2.2 破壊方法の研究も大切であること
  - 3.2.3 破壊時の履歴などの問題
  - 3.2.4 破壊時に体積変化があること
- 3.3 **コンクリート柱の破壊**
  - 3.3.1 柱の破壊は主に剪断で起こること
  - 3.3.2 支圧も3軸圧縮の特別な場合
- 3.4 **コンクリート梁の破壊**
  - 3.4.1 石橋は天然石材の梁である
  - 3.4.2 脆さと粘りを理解する
  - 3.4.3 無筋コンクリートでも梁は作れること
  - 3.4.4 純曲げと剪断力を伴う曲げがあること
  - 3.4.5 鉄筋の応力変化は付着応力が媒介する
  - 3.4.6 鉄筋の量で梁の曲げ破壊状態が変わること
  - 3.4.7 剪断を受ける梁のトラスモデル

### 4. 材料力学の基礎的な概念

- 4.1 **設計とデザインとの区別**
  - 4.1.1 設計とは材料の形と寸法を提案して図面にまとめること
  - 4.1.2 デザインは芸術的な造形と色彩などの提案です
  - 4.1.3 設計実務は図が主で計算は従でまとめる
- 4.2 **許容応力度と安全係数**
  - 4.2.1 質量と重さを区別する論争
  - 4.2.2 許容応力度の決め方
  - 4.2.3 コンクリート梁の設計は引張強度で考える
- 4.3 **強さの試験方法**
  - 4.3.1 実物で試験することが理想であること
  - 4.3.2 応力-歪み曲線の見方も理解しておく
- 4.4 **耐久性**
  - 4.4.1 丈夫さの実現方法
  - 4.4.2 鉄は非常に特殊な金属であること
  - 4.4.3 降伏点と耐力の区分が曖昧になってきたこと
- 4.5 **線形と弾性の用語**
  - 4.5.1 線形と一次とは少し違う意味であること
  - 4.5.2 弾性は必ずしも線形的な性質とは限らないこと
  - 4.5.3 保存系の概念
  - 4.5.4 フックの法則の解釈と応用

- 4.5.5 塑性と非線形とは別の概念であること
- 4.5.6 塑性には時間の要素も関係する
- 4.5.7 最終結果を合わせる擬似的な線形

#### 4.6 コンクリート曲げ部材の強度

- 4.6.1 曲げ試験は危険を伴うこと
- 4.6.2 曲げ強度は引張強度より大きく計算されること
- 4.6.3 鉄筋を使うと亀裂があまり出なくなる
- 4.6.4 安全を確実にするために鉄筋を使う
- 4.6.5 許容応力度法の計算モデル

### 5. 矩形断面部材の計算法

#### 5.1 単鉄筋矩形梁

- 5.1.1 常識を再確認するために
- 5.1.2 記号の使い方も習慣で決まっていること
- 5.1.3 終局強さの思考実験\_第一段階
- 5.1.4 断面と曲げモーメントが与えられて応力度を計算すること
- 5.1.5 終局強さの思考実験\_第二段階
- 5.1.6 断面の提案式
- 5.1.7 設計実務で使うように数表が工夫されたこと
- 5.1.8 終局強さの思考実験\_第三段階

#### 5.2 複鉄筋矩形梁

- 5.2.1 重ね合わせ断面の計算をすること
- 5.2.2 中立軸の位置は一次モーメントの計算で求める
- 5.2.3 曲げ応力度の計算には断面二次モーメントを計算しておく
- 5.2.4 複鉄筋矩形断面を提案するときの考え方
- 5.2.5 鉄筋量を提案する方法

#### 5.3 軸力と曲げモーメントを受ける梁

- 5.3.1 柱が主か、梁が主か
- 5.3.2 軸力の作用位置を梁の上縁から上に仮定する

#### 5.4 偏心軸力を受ける矩形断面の柱

- 5.4.1 計算上の仮定は偏心軸力を受ける梁とすること
- 5.4.2 全断面を有効としたときの計算から考える

#### 5.5 Basic インタプリタを使った数値計算例

### 6. 柱と梁の断面形と幾何学

#### 6.1 図形を定義する方法

- 6.1.1 幾何学は土地測量学であること
- 6.1.2 座標系が必要であること
- 6.1.3 道具を使う幾何学的な図形描画を用器画という

#### 6.2 基本的な図形諸量の種類

- 6.2.1 断面図形諸量の種類
- 6.2.2 設計とは材料と寸法とを決めること
- 6.2.3 座標系の約束が何種類もあること

#### 6.3 基本的な図形諸量の計算式

- 6.3.1 面積・重心・断面二次モーメントの計算式
- 6.3.2 コンピュータを使う計算法は手計算法と違うこと
- 6.3.3 三角形の面積はベクトル積を応用する
- 6.3.4 二次モーメントの計算には二項積を使う
- 6.3.5 主軸はマトリックスの固有値計算で求める
- 6.3.6 断面係数は曲げ応力度の計算に使う
- 6.3.7 核を理解する

#### 6.4 Plain Basic を使ったプログラミング例

### 7. 合成断面の計算

#### 7.1 単位部材

- 7.1.1 一体構造としての部材単位の定義
- 7.1.2 二つ以上の単位部材の組み合わせ
- 7.1.3 振れを受ける部材は複雑な組み合わせ部材である
- 7.1.4 板部材は格子骨組みにモデル化する

- 7.1.5 局部応力度の詳細計算を省略する
- 7.2 単位部材の組み合わせ
  - 7.2.1 組み合わせ方法は二種類
  - 7.2.2 合成とハイブリッド
  - 7.2.3 一種類の材料に換算して計算する
  - 7.2.4 合成断面の断面定数の計算法は定型がある
  - 7.2.5 柱部材も束ねて使う方法がある
- 7.3 重ね梁と合成梁の計算式
  - 7.3.1 束ねて使う梁部材は繋ぎが必要
  - 7.3.2 合成桁は鋼桁の経済設計の方に焦点がある
  - 7.3.3 二本の梁の合成モデル
  - 7.3.4 構成部材別の応力分を求める式
  - 7.3.5 断面積を増すと応力は下がるか
- 7.4 合成梁の内部不静定問題
  - 7.4.1 合成部材は不静定であること
  - 7.4.2 乾燥収縮、温度差による応力度の計算
  - 7.4.3 死活荷重合成と活荷重合成
  - 7.4.4 コンクリートのクリープが起こす問題
  - 7.4.5 応力の再配分が起こる

## 8. 合成桁の断面提案法

- 8.1 許容応力度法で始める
  - 8.1.1 設計法とは提案法であること
  - 8.1.2 最初は断面係数と許容応力度を使う
  - 8.1.3 鉄筋コンクリート桁の場合
  - 8.1.4 鋼桁の場合
- 8.2 プレートガーダーのフランジ断面提案法
  - 8.2.1 断面提案に使うモデル
  - 8.2.2 式誘導の考え方
  - 8.2.3 途中計算で使う式はあまり注目されないこと
  - 8.2.4 断面の提案を受けて具体的寸法を決定する
- 8.3 合成桁の鋼桁部のフランジ断面提案法
  - 8.3.1 コンクリートの扱いはマクロに考える
  - 8.3.2 合成前と後の二種の曲げモーメントを扱う
  - 8.3.3 断面提案は実用的な近似式を使うこと
- 8.4 有効幅の問題
  - 8.4.1 縦長と横長の部材の合成曲げ部材
  - 8.4.2 有効幅を決める理論的な根拠
  - 8.4.3 剪断力が小さければ有効幅を考えなくてもよい
  - 8.4.4 鋼桁断面の板厚と板幅との比は挫屈防止で決める

## 9. プレストレストコンクリートの力学

- 9.1 PCの基礎的な概念
  - 9.1.1 長いカタカタ用語が多いので閉口する
  - 9.1.2 PCの発想そのものは単純であること
  - 9.1.3 プレストレッシングは応力調整であること
- 9.2 PC鉄筋の緊張と定着方法の力学
  - 9.2.1 ピアノ線の緊張と定着方法
  - 9.2.2 コンクリートに注目した場合
  - 9.2.3 鉄筋に注目した場合
  - 9.2.4 摩擦が効くようにクサビ作用を利用する
  - 9.2.5 普通鉄筋定着も円柱モデルで理解する
  - 9.2.6 コーン状の定着用部品を使う
  - 9.2.7 扇状アンカーブロックを使う工法
  - 9.2.8 鋼棒を使うPC鉄筋の問題
- 9.3 摩擦と迂りの力学
  - 9.3.1 摩擦力と剪断力はどちらも迂り面を仮定する
  - 9.3.2 剪断破壊のメカニズム

- 9.3.3 脆性材料は迂り面で引張り強度を失う
- 9.4 PC鉄筋を引っ張る装置
  - 9.4.1 ジャッキを使って圧縮力を引張力に変える
  - 9.4.2 PC鉄筋はなるべく長く使う
  - 9.4.3 施工時のPC鉄筋の破断は事故を起こす危険がある
  - 9.4.4 プレテンション部材は向きを間違えると事故になる
- 9.5 コンクリート強度の再認識
  - 9.5.1 コンクリートは引張歪みでも破壊すること
  - 9.5.2 PC部材はかなりの普通鉄筋の使用が必要
  - 9.5.3 迂りによる破壊もあること
- 9.6 応力度と変形の計算原理
  - 9.6.1 プレストレスは外力として計算する
  - 9.6.2 定着装置と定着工法で種々の特許がある
  - 9.6.3 PC構造は複雑な合成断面であること
- 9.7 コンクリートの応力度分布からのPC分類
  - 9.7.1 コンクリート側から見るプレストレスング
  - 9.7.2 圧縮の許容応力度は支圧許容応力度の性格を持つ
  - 9.7.3 怖いのは捩れ破壊

## 10. 桁橋とスラブ橋

- 10.1 最も数の多い橋梁形式
  - 10.1.1 最も数の多い橋梁形式は桁橋であること
  - 10.1.2 床部分の疲労や劣化が問題になること
  - 10.1.3 鋼桁ではRC床版の設計に問題が多いこと
  - 10.1.4 古い橋梁でも案外耐荷力があること理由
  - 10.1.5 構造システムとしての見方が必要
  - 10.1.6 巨大システムとしての連続体を有限システムでモデル化する
- 10.2 二主桁モデル
  - 10.2.1 分配を考えない2主桁モデル
  - 10.2.2 橋全体として捩れ剛性が必要であること
  - 10.2.3 平面骨組みは「日」の字が基本であること
  - 10.2.4 単位部材としての構造モデル
  - 10.2.5 支間中央に集中荷重Pが偏心量eで作用するとき
  - 10.2.6 単純捩れ剛性があると捩れ角度が減少すること
- 10.3 並列多主桁モデル
  - 10.3.1 捩れを考えない並列主桁モデル
  - 10.3.2 捩れ剛性を考えない格子桁構造
  - 10.3.3 格子桁理論には得失があること
- 10.4 版理論の概説
  - 10.4.1 鉄筋コンクリート床版は典型的な版であること
  - 10.4.2 スラブモデル
  - 10.4.3 橋全体構造を直交異方性版とする仮定
  - 10.4.4 分配係数の考え方で整理する
  - 10.4.5 版理論が格子計算よりも分配が良くなる原理

## 11. マスコンクリート

- 11.1 ダムとコンクリート
  - 11.1.1 貯水ダムは大量のコンクリートを使う
  - 11.1.2 バッチ処理と流れ作業の融合
  - 11.1.3 コンクリートは発熱体であること
  - 11.1.4 アーチダムは一時のブームであったこと
  - 11.1.5 マルパセ・ダムの悲劇
  - 11.1.6 安全性に対する反対の論争もあったこと
  - 11.1.7 地盤・岩盤力学の発祥
  - 11.1.8 擁壁は土を堰きとめるダムであること
- 11.2 橋梁構造で使われるマスコンクリート
  - 11.2.1 吊橋のアンカーブロックは重さで持たせる
  - 11.2.2 橋の橋台は擁壁の性格もある

- 11.2.3 橋脚は基礎を介したマスコンクリートである
- 11.3 鉄筋コンクリート造の中層階ビル
  - 11.3.1 横倒しになっても壊れないビル
  - 11.3.2 学校建物は空間を広くした構造であること
  - 11.3.3 旧丸ビルはマスコンクリートの性格があったこと
  - 11.3.4 日本では浮力の影響が重要であること
- 11.4 背の高い構造物
  - 11.4.1 超高層ビルは鋼構造であること
  - 11.4.2 塔状の構造物の転倒
  - 11.4.3 橋梁における塔状の構造物

## 12. 型枠の話

### 12.1 雄型と雌型

- 12.1.1 はじめに
- 12.1.2 同じ形のものを作るときの原形を準備する
- 12.1.3 雄型には木材が良く利用される
- 12.1.4 図面はモデルを作図したもの

### 12.2 金型

- 12.2.1 CADは金型の製作に多く応用されている
- 12.2.2 雌型を分解して中身を取り出すこと
- 12.2.3 剥がれ易くする工夫も必要であること

### 12.3 コンクリート型枠の特徴

- 12.3.1 生コンクリートは重い流動体であること
- 12.3.2 一回の打ち込み高さを制限すること
- 12.3.3 中空パイプに成形するための工夫
- 12.3.4 組み立てでパイプ構造に仕上げる
- 12.3.5 鉄筋コンクリート建築構造物ではダクトに苦勞する

## 99. あとがき

---

# キーワード索引

(数字は、章番号・節番号・段落順です)

アーチダム	11.1.4	温度差応力度	7.4.1	強度	2.3.2
アーチダム	11.1.4	温度差応力度	7.4.2	橋脚	12.2.3
アスファルトコンクリート		重さ	4.2.1	橋台 (アバットメント)	
	2.2.1	雄型	12.2.1		12.2.2
アンカーブロック	12.2.1	雄型と雌型	12.1.1	凝結	1.1.6
アンカーブロック	2.4.1	カブリ	1.4.4	凝結	1.3.3
圧縮強さ	3.3.1	カブリ	2.1.4	凝結(setting)	1.3.1
圧縮強度	3.3.1	仮想現実	12.2.1	局部応力度	7.1.5
圧力球根	3.3.2	加速度	11.4.2	極限設計法	2.3.7
粟おこし	1.5.3	荷重	4.2.1	クサビ作用	9.2.4
安全係数	4.2.2	荷重体系	10.3.3	グラウト(grout)	9.6.3
安息角	9.3.3	荷重分散	1.4.2	グラウト施工	9.4.3
相性	2.2.3	霞ヶ関ビル	11.4.1	クリーブ	7.4.4
明石海峡大橋	12.2.1	解析幾何学	6.1.2	クリーブ	4.5.6
いちさんろく(1:3:6)		階差方程式	7.1.4	クリーブ係数 $\phi$	4.5.7
	1.2.1	外形	6.2.1	クリンカー	1.3.3
いちに一よん(1:2:4)		核	5.4.2	杭基礎	3.2.3
	1.2.1	核	6.2.1	楔 (くさび)	7.1.2
異形棒鋼	9.2.5	核	6.3.7	ケーブル	9.2.1
異方性	3.1.4	核	7.2.5	系	10.1.5
一次	4.5.1	学校建物	11.3.2	計算幾何学	6.1.1
一次	4.5.1	割線弾性係数	4.5.7	桁	7.1.2
一次モーメント	6.2.1	活荷重合成	7.4.3	桁橋	10.1.1
一次モーメント	5.2.2	乾燥収縮	7.4.2	桁高	7.1.5
一等橋	10.1.1	換算弾性係数	4.5.7	限界状態設計法	4.1.1
一方向スラブ	10.4.1	関東大震災	11.3.3	限界状態設計法	4.4.3
一本横桁格子桁モデル		金型 (かながた)	12.2.1	コーン	9.2.6
	10.3.1	金網入りのガラス	1.1.5	コーン状の定着用部品	
引張強度	3.4.3	型	12.1.2		9.2.6
引張破壊	9.5.1	型枠	12.1.1	コンクリートダム	2.4.1
引張破壊	9.5.3	紙袋	1.4.3	コンクリート強度	9.5.1
石橋	3.4.1	重ね梁	7.1.2	格子計算	10.3.1
石積み構造物	1.1.3	重ね梁	7.1.2	格子桁理論	10.3.2
打ちっぱなしコンクリート		重ね梁	7.3.1	格子桁理論	10.3.3
	12.2.3	ギオン・マソネ	10.4.4	固有値計算	6.3.5
板	7.1.4	基準	1.2.4	構造システム	10.1.5
飯田喜四郎	1.1.1	幾何モデル	12.1.4	構造接着材	2.2.1
ウェブ	8.1.2	幾何モデル	12.2.1	硬化	1.3.3
運搬	1.5.3	幾何学	6.1.1	硬化(hardening)	1.3.1
打ち込み	1.5.3	技術者	4.1.2	鋼製型枠	12.2.2
埋め殺しの型枠	12.3.4	旧丸ビル	11.3.3	鋼棒	9.2.8
エヌ値	2.3.8	巨大システム	10.1.6	降伏点	4.3.2
円柱モデル	9.2.5	許容ひび割れ	2.4.4	降伏点	4.4.3
円柱供試体	2.3.2	許容ひび割れ	9.3.2	降伏点(yieldpoint)	4.2.2
遠心力	12.3.3	許容ひび割れ幅	4.6.3	高炉スラグ	1.1.3
オートクレーブ	11.1.3	許容引張応力度	4.2.3	合成(composite)	4.4.1
おびてっきん	12.3.1	許容引張歪み	9.7.1	合成桁	7.3.2
お絵描きツール	4.1.2	許容応力度	2.3.4	合成桁	8.1.1
応力	2.3.4	許容応力度	4.2.2	合成桁のフランジ断面提案法	
応力の再配分	7.4.5	許容応力度	8.1.2		8.3.1
応力集中	7.1.3	許容応力度法	4.1.3	合成部材	7.1.2
応力調整	7.4.1	許容応力度法	8.1.1	合成梁	7.1.2
応力調整	9.1.3	許容応力度法の計算モデル		黒四ダム	11.1.4
応力度	2.3.4		4.6.5	骨材(aggregate)	1.1.3
応力-歪み曲線	4.3.2	許容付着応力度	4.2.3	混成	4.4.1
押し抜き剪断破壊	3.3.2	許容剪断応力度	4.2.3	混和剤	1.5.2

混和材	1.5.2	振幅	11.4.2	塑性設計法	2.3.7
小林一輔	1.1.1	新素材	2.5.1	塑性変形	2.3.7
サンブナンの原理	7.1.1	震度法	11.4.3	粗骨材	1.3.3
サンブナンの原理	7.1.5	スターラップ	3.4.7	素線	9.2.1
三軸圧縮応力状態	2.3.6	ストランド	9.2.1	組織	10.1.5
佐久間ダム	11.1.1	スラブ(slab)	10.4.1	早強セメント	1.3.3
差分方程式	7.1.4	スラブの最小厚	10.1.3	相関計算	6.3.1
砂上の楼閣	3.2.3	スラブモデル	10.4.2	反り	7.1.2
座標幾何学	6.1.2	スラブ橋	10.1.1	ダクト (配管)	12.3.5
座標系	6.1.2	ズレ止め	7.1.2	玉砂利	1.4.2
座標系	6.2.3	図工	4.1.2	楕円式	3.2.4
挫屈防止	8.4.4	図面	4.1.1	耐荷モーメント	5.1.5
再現性	3.2.2	水圧ジャッキ	9.4.1	耐荷曲げモーメント	5.1.3
才	11.1.2	水力ダム	11.1.4	耐久性(durable)	4.4.1
碎石	1.4.2	数量化	4.2.1	耐力	4.3.2
細骨材	1.3.3	迂りによる破壊	9.5.3	耐力	4.4.3
細長比	8.1.2	迂り破壊	9.3.3	帯鉄筋	9.5.2
材料を拾う	4.1.2	セメント	1.3.1	鯛焼き	12.2.1
作業性	1.3.3	セメント(cement)	1.1.2	単位部材	7.1.1
残留応力度	7.4.1	セメントの強度	2.3.1	単純桁	7.1.2
シーす	9.2.6	セメントペースト	1.1.3	単純梁	7.1.2
シェル(shell)	10.4.1	セメントペースト	12.2.3	単純振り定数	6.2.1
システム(system)	10.1.5	セメントペースト	2.2.1	単純振れ	7.1.2
ジベル	9.3.2	セメントペースト	1.3.1	単純振れ	7.1.3
ジャッキ	9.4.1	セメントペースト	1.1.3	単純振れ剛性	10.2.6
シャフト	12.3.5	セメントモルタル	1.1.3	単鉄筋矩形梁	3.4.6
シリンダ強度	2.3.2	セメント水比(c/w)	1.3.3	単鉄筋矩形梁	4.6.5
シリンダ強度	3.3.1	脆性(brittle)	4.4.1	単鉄筋矩形梁	5.1.1
砂利	1.3.3	脆性 (ぜいせい)	3.4.1	弾性	2.3.7
砂利道床	1.4.2	石造アーチ	1.1.4	弾性エネルギー	4.5.5
砂利粒は最大寸法	1.4.4	積算情報	4.1.2	弾性係数	4.5.7
支圧応力	3.3.2	接線弾性係数	4.5.7	弾性限界	3.4.2
支圧許容応力度	9.7.2	接着剤	1.3.3	弾性設計法	3.4.6
支圧強度	9.7.2	接着剤	2.2.1	断面の提案式	5.1.6
死活荷重合成	7.4.3	接着材	2.2.1	断面係数	5.1.3
自己硬化性	2.2.2	設計	4.1.1	断面図形諸量	6.2.1
自動製図	6.1.3	扇状アンカーブロック	9.2.7	断面積	6.2.1
軸力	5.3.2	線形	4.5.1	断面二次モーメント	6.1.3
漆喰 (しっくい)	1.1.2	線形	4.5.1	断面二次半径	6.2.1
質量	4.2.1	線形弾性	2.3.7	地盤・岩盤力学	11.1.7
実験計画法	1.2.4	線形弾性	3.1.4	竹筋土モルタル	1.1.2
実物試験	4.3.1	線形弾性	4.5.2	中空スラブ橋	10.1.1
社会資本 (ストック)	2.5.2	線形弾性の仮定	7.1.1	中空パイプ	12.3.3
主軸	6.3.5	繊維補強コンクリート	3.1.3	中性化	2.1.2
主軸の向き	6.2.1	剪断応力度	3.4.5	中庸熱セメント	1.3.3
終局強さ	5.1.3	剪断応力度	9.2.2	中立軸	5.2.2
終局強さ	5.1.5	剪断中心	6.2.1	貯水ダム	11.1.1
終局強さ	5.1.8	剪断破壊	9.3.2	超高層ビル	11.4.1
終局破壊モデル	3.4.6	剪断力	9.3.1	直交異方性版	10.4.3
終局破壊時	5.1.8	剪断力を伴う曲げ	3.4.4	力	4.2.1
重心	6.3.1	そのまま	4.3.1	力の条件	5.1.3
重心位置	6.2.1	ソリ	7.1.3	強さ	2.3.2
重力式	11.1.4	ソリ	8.4.1	強さ	4.3.1
純曲げ	3.4.4	ソリッドモデル	12.1.4	吊橋のアンカーブロック	12.2.1
初等幾何学	6.1.1	外ケーブル	9.2.2	釣り合い鉄筋比	5.1.5
消波ブロック	2.4.1	塑性	4.3.2	土壁	1.1.2
衝撃吸収	1.4.2	塑性	4.5.5	突き棒	12.3.2
衝撃係数	4.2.2	塑性伸び	4.4.2	ディープビーム	3.4.4
丈夫さ	4.4.1	塑性設計	3.2.1	ディープビーム	7.1.5
城壁	1.1.4			ディビダグ工法	9.2.8

デカルト座標	6.1.2	版	10.4.1	ベクトル積	6.3.3
デザイン	4.1.2	版 (スラブ)	7.1.4	ベトン	0
デザイン	4.1.2	墓石	11.4.2	ヘルツの接触	3.3.2
定着	9.2.1	梁	5.3.1	平面保持の仮定	4.5.7
定着	9.6.2	梁の破壊	3.4.1	平面保持の仮定	5.1.3
定着工法	9.6.2	ひび割れ (亀裂)	1.1.5	平面保持の仮定	7.1.1
定着装置	9.6.2	ヒューム管	12.3.3	並列多主桁モデル	10.3.1
抵抗モーメント	5.2.4	ピラミッド	1.1.1	並列梁	7.1.2
提案法	8.1.1	ピラミッド	1.4.3	偏心軸力	5.4.1
鉄	4.4.2	ピラミッド	2.4.1	変形	3.2.2
鉄筋コンクリート	1.1.3	ピルツ橋脚	9.7.3	ポアソン比	3.2.4
鉄筋コンクリート造ビル		比例限界	4.3.2	ポストテンションング	
	11.3.1	疲労強度	7.1.3		9.1.3
鉄筋量	5.2.5	非線形	4.5.5	ポストテンション	1.1.5
トーチカ	0	非線形弾性	2.3.7	ボルトランドセメント	
トラスモデル	3.4.7	非線形弾性	3.1.4		1.1.3
トルクレンチ	9.4.2	非線形弾性	4.5.2	保守	1.5.4
倒立振子	12.2.2	標準化したモルタル	2.3.1	保守管理	1.5.4
等方性	3.1.4	標準偏差	6.3.1	保存系	4.5.3
透視図 (パース)	6.1.3	品質	1.1.6	崩壊	3.2.1
動弾性係数	4.5.7	品質管理	1.1.6	マス	11.1.4
特許	9.6.2	品質管理	3.1.2	マスコンクリート	11.1.1
撓度法	4.5.3	フック	9.2.5	マスコンクリート	12.2.1
生コンクリート	12.3.1	フックの法則	4.5.4	マニエル(Magnel)	9.6.2
生コンクリート	1.3.1	フノリ	1.1.2	マルパセ・ダム	11.1.5
内部応力度	7.4.1	プラニメータ	6.3.3	曲げ強度	3.4.4
内部摩擦	1.3.3	フランジ断面提案法	8.2.1	曲げ強度	4.6.2
ニュートン	4.2.1	フルプレストレッシング		曲げ上げ鉄筋	3.4.7
二主桁モデル	10.2.1		9.7.1	曲げ振り定数	6.2.1
二項積	6.3.4	プレートガーダー	8.2.1	曲げ振れ	10.2.2
二項積(dyad)	6.3.1	プレキャストコンクリート		曲げ振れ	7.1.2
二次モーメント (慣性モーメント)			1.5.3	松杭	3.2.3
	6.2.1	プレキャスト部材	12.3.4	摩擦	9.2.4
二主桁橋	10.2.2	フレシネ	9.6.2	摩擦力	4.2.3
二等橋	10.1.1	フレシネーコーン	9.2.6	摩擦力	9.3.1
二方向スラブです。	10.4.1	フレシネ工法	9.4.1	未だ固まらないコンクリート	
二本梁の合成モデル	7.3.3	プレストレス	1.1.5		12.3.1
日本鋼管	12.3.3	プレストレスコンクリート		ミキサー	11.1.2
熱可塑性樹脂	2.2.2		1.1.5	耳桁	10.3.3
熱硬化性	2.2.2	プレストレッシング	9.1.3	水	1.3.3
粘着力	9.3.3	プレストレッシング	9.1.3	水	2.1.3
振れ剛性	10.2.2	プレテン	9.1.1	水セメント比	1.3.3
振れ破壊	9.7.3	プレテンションング	9.1.3	無筋コンクリート	3.1.3
伸び	9.4.3	プレテンション	1.1.5	メンテナンス	2.5.3
パーシャルプレストレッシング		プレテンション部材	9.4.4	雌型	12.2.1
	9.7.1	不静定	7.4.1	免震構造	3.2.3
パース (透視図)	4.1.2	付着応力度	3.4.5	面積	6.3.1
ハイブリッド	4.4.1	付着応力度	9.2.2	モール円説	2.3.6
ハイブリッド	7.2.2	普通セメント	1.3.3	モニエ	1.1.4
バウル・レオンハルト工法		普通鉄筋定着	9.2.5	モルタル(mortar)	1.1.2
	9.2.7	浮力	11.3.4	脆さと粘り	3.4.2
バッチ(batch)	11.1.2	風化	1.3.2	木橋	3.4.1
バッチ(batch)	1.5.1	風化	1.5.4	木製型枠	12.2.2
バッチ処理	11.1.2	風化	2.1.2	有限システム	10.1.6
ハンチ	7.1.5	複鉄筋矩形梁	4.6.5	有限要素法	10.1.6
柱	3.3.1	複鉄筋矩形梁	5.2.1	有限要素法(FEM)	3.1.1
柱	5.3.1	分配	10.2.1	有限要素法	7.1.4
破壊(failure)	3.2.1	分配係数	10.2.6	有効高さ	5.1.2
配合	1.5.2	分配係数	10.3.2	有効幅	8.4.1
配合法	1.5.1	分配係数	10.4.4	横分配	10.2.3
剥離材	12.2.3	粉体	1.4.4	吉田徳次郎	12.3.1

吉田徳次郎	1.2.2	ロッキング振動	11.4.2	P C 鋼材	9.1.2
呼び数	4.2.1	BBRV	9.6.2	P C 合成桁	10.1.1
余長	9.2.5	CAD	4.1.2	P C 鉄筋	9.1.2
容積配合	1.2.1	CAD	12.2.1	P C 鉄筋	9.4.2
擁壁	11.1.4	CAD	6.1.3	P C 鉄筋の緊張	9.2.1
擁壁	2.4.1	CAD(computer aided design)	12.2.1	P R C	9.6.3
用器画法	6.1.3	CAM(computer aided manufacturing)	12.2.1	P R C	9.7.1
用心鉄筋	3.4.5	Computer Aided Drafting	12.2.1	P R C	9.1.2
用心鉄筋	5.2.4	"Coyne Andre"	11.1.5	R C	9.1.1
養生	1.5.4	Eugene Freyssinet	1.1.5	R C 鋼合成桁	10.1.1
螺旋鉄筋柱	2.3.6	Fresh concrete	12.3.1	R C 床版	10.1.3
嵐山橋	7.4.4	JIS (日本工業規格)	1.2.4	SEEE	9.6.2
リサイクル	2.5.3	Joseph Aspdin	1.1.3	SI 単位系	4.2.1
リラクゼーション	4.5.6	L 荷重	10.3.3	Virtual reality	12.2.1
離散化	3.1.1	P C	9.1.1	VLS	9.6.2
立体解析	10.1.5	P C コンボ橋	10.1.1	Von Mises	2.3.6
流砂現象	11.3.1	P C 桁	9.1.1	Von Mises	3.2.4
レオバ	9.6.2			workability	1.5.1
レオンハルト	10.3.2				
レシピ	1.2.3				
ロープ	9.2.1				

# 易しくないコンクリート工学

## 構造設計アーカイブ

### 0. はじめに

悲しいことに、多くの科学技術は、戦争のときに、味方を守り、敵を殺すことを研究することによって進歩してきました。コンクリート技術も例外ではありません。いまでは殆どの方は知りませんが、大砲の弾も通さない頑丈な人工石材ベトン（フランス語）で構築された、小単位の防御陣地をトーチカ（ロシア語）と言いました。日露戦争(1904/5)のとき、日本軍をさんざん悩ませたことで、当時は良く知られた言葉でした。ベトンドイツ語でもそのまま使われますが、英語ではコンクリート(concrete)です。大量のコンクリートは、主に軍事目的に利用することを前提とした構造物の建設に使われ、いわゆる民生への利用は後回しになっていました。その一つの転機となったのは、日本では関東大震災(1923)です。日本の近代的な石造構造物の建設は、明治以来、欧米の煉瓦技術を模倣することが主流だったのですが、地震の多い日本の風土には適していないことを、関東大震災によって思い知らされたのです。日本の木造建築の経験は1000年もあり、大工さんは尊敬された職業でした。一般的にコンクリート技術を利用することの歴史は、官学主導型で進められましたので、実質的には未だ100年にも満たないのです。したがって、民間レベルで、経験を積んだ職人が育っていません。また、技術の伝承(technology transfer)もうまく機能していませんので、多くの未経験の問題が見つかるのは当然です。コンクリート技術の常識と思われていたことであっても、あらためて見直してみる必要があります。この「易しくないコンクリート工学」の目的は、コンクリートの強度を生かす構造物の設計方法を解説することです。それには材料としてのコンクリートの性質や、コンクリートを扱う技術についても説明が必要です。コンクリート工学の研究は、未だ100年ちょっとしかありません。「コンクリート構造物は半永久的に持つ」と信頼していたことが、最近では大分怪しくなってきました。そのことに理解をするために、まずはコンクリートの歴史を概観することから始め、それから設計法などの具体的な解説に繋がります。

# 1. 材料としてのコンクリート

## 1.1 コンクリートの歴史はセメントの発明に始まる

### 1.1.1 石積みの建造物の建設は大きな労力と工夫が必要

エジプトのピラミッドに代表されるような天然石材を利用した建造物は、石を切り出す場所から所定の位置までの重量物輸送が大変です。ピラミッドの建設は、気の遠くなるような労力を掛けて大きな石材を運んで積み上げたものです。大阪城の石垣に使った大きな石材の扱いもそうです。イースター島のモアイ像も同じです。これらの巨大石材を使う建造物は、為政者の権力の象徴として建設されるのが殆どでした。日本の為政者が、俗称で箱ものという建築物の建造にこだわるのも考え方の根は同じです。ずっと実用を考える建造物には、扱い易い重さ単位の石材を積み上げます。単純に高く積み上げると不安定ですので、そこに、材料と同時に構造形式に種々の工夫が必要です。アーチやドームの構造は、内部に空間を確保する積み上げ方式です。ゴシック様式の高い教会建築は、宗教上の権威を誇示する目的もあって、長い年月を掛けて建設されたのですが、かなりの建設失敗もあったようです。失敗の記録は殆ど残されていないそうです（飯田喜四郎）。庶民レベルで石造の建造物を作るとき、その最小材料単位が煉瓦です。このような構造物を、英語ではmasonry structureと言います。ローマ時代には、煉瓦を結合する材料に、今のセメントと殆ど同じ材料が工夫されていたようですが、その製造や調合の技術は伝承されませんでした（小林一輔）。

### 1.1.2 漆喰は日本風のセメントモルタルであること

工業的なセメント(cement)が利用できなかった時代、種々のモルタル(mortar)が工夫されていました。漆喰(しっくい)は、石灰の中国語読みからきた名称だそうです（新明解国語辞典）。海草からとったフノリを溶かした水で消石灰を練り、砂などを混ぜて、表面仕上げの白い壁塗りに使います。直接雨に当たらないように屋根を付けるなどの注意が払われています。漆喰材料の石灰は貝殻を焼いても作れますし、フノリも海産物ですので、漆喰は海に囲まれた日本独特のモルタルと言えます。土蔵や土塀本体の下地は、石材や瓦の破片を粘土などで固めた土壁で作ります。日本は雨が多いので、裸の土壁は耐久性に問題があります。そこで、この上塗りに、美観も兼ねて白く仕上がる漆喰を使います。消石灰は、年月は掛かりますが、空気中の炭酸ガスを吸着して炭酸石灰に変わり、強度も耐久性もゆっくりと上がっていきます。伝統的な日本家屋の土壁は、竹で組んだ骨組みを土のモルタルで塗り込めた下地を作ります。これは、フノリを混ぜ、さらに藁屑を加えた、言わば繊維補強の竹筋土モルタル材料になっています。芯に使う竹筋などは藁縄で結び合わせて格子状に組上げてあって、土モルタルとの付着を助けます。コンクリートに異形鉄筋を使うことと、原理的には同質な考え方であるのが面白いところです。土壁は乾燥が遅いので、充分の日数を待って表面仕上げが行なわれます。土壁は室内の湿度を調整しますし、断熱材の働きがありますので、コンクリート壁に較べて、日本の気候風土に合った優しい室内環境を作ります。

### 1.1.3 セメントはアスプディンから

一般的にセメントと言えば、ポルトランドセメント(portland cement)を指します。これは、イギリス人の煉瓦工Joseph Aspdin(1799-1855)が1824年に特許を取った製法による灰色の粉末状の材料です。主な原材料の石灰石と粘土を混ぜて高温で焼成し、粉末にして石膏その他の材料を混ぜて製品にします。現在では、使い易く、均質で大量に供給できるように、標準化された工業製品として出荷されています。ポルトランドセメントは、セメントグループの主要構成材料ですが、これに高炉スラグを粉砕した材料など、種々の粉末状の混ぜ物を加えることが試されていて、それぞれに特徴があります。セメントは、水と化学反応をして最初はゲル状で、徐々に硬い岩石状の結晶質に変化します。ペースト状に練った材料(セメントペースト)は煉瓦や石材を接合させることができます。つまり接着材です。セメントペーストだけで全体を構成するのでは不経済ですので、砂や砂利などを混ぜて量を増やします。セメントペースト以外の固形の混ぜ物を骨材(aggregate)と言います。砂だけを混ぜたものをセメントモルタル(mortar)、更に砂利を加えて量を増やした人工石材がコンクリート(concrete)です。鉄筋コンクリート(reinforced concrete)の鉄筋も特殊な骨材と見るべきです。煉瓦や石材は、相対的に見れば大きな骨材と考えることができますし、その強度はモルタルやコンクリートの強度よりも大きいのです。したがって、コンクリート構造物とは原理的に石積み構造物(masonry structure)であって、その隙間をモルタルやコンクリートを接着材にして埋める使い方をします。

#### 1.1.4 鉄筋コンクリートはモニエから

コンクリートで製作された人工石材は、天然の石材に較べれば、強度、特に引張強度が落ちます。そもそも、ブロック化された石材を積み上げて構造物に構成するとき、なるべく圧縮応力の場になるように使う工夫がされてきました。アーチやドーム状の構造形式がそうです。日本では石造アーチの技術は中国に学び、九州地方以外には殆ど見られません。反りを持った城壁の石組みは、構造力学的に見れば横向きの半アーチになっていて、横からの土圧を支えています。コンクリートは任意の立体形状に造形できますので、鋼材との併用で引張強度を補うアイディアが種々工夫されてきました。鋼の線材を埋めて、現代に通じる本格的な鉄筋コンクリートに構成する方法は、フランスの庭園師モニエ(Joseph Monier, 1823-1906)が植木鉢の製作に応用して1867年に特許をとりました。これが鉄筋コンクリートの始まりとされています。植木鉢と言うと、日本では小さな朝顔鉢ていどの寸法を想像しますが、ベルサイユ宮殿の庭園にある植木鉢は、街路樹並の立ち木を植える大きな容れものである、と説明すれば、このアイディアに納得がいくと思います。

#### 1.1.5 プレストレスのアイディア

鉄筋コンクリート構造は、鉄筋の協力が間接的にしか引張強度に寄与しません。鉄筋は、コンクリートにひび割れ(亀裂)が発生して引張応力に抵抗できなくなってから始めて効き始め、ひび割れが広がらないように抑え、全体部材がすぐに崩壊しないような粘りを与えます。考え方は、金網入りのガラスと同じです。大切なことは、最初から亀裂が出ないようにするのが原則ですので、全体として圧縮場になるような構造上の工夫に加え、引張応力を打ち消すように、強度の高いピアノ線などを使って圧縮力をコンクリートに加える工法が工夫されました。この実践的な方法が二種類あります。一つは、長いピアノ線をあらかじめ外から引っ張っておいて(プレテンション)、その中間にコンクリートを打ち、コンクリートが硬化したら外部の引っ張り力を外し、コンクリートとピアノ線とを付着させたまま一体化させます。もう一つは、コンクリートの中にパイプを通してピアノ線を納め、コンクリートが硬化した後で、このピアノ線を外から引っ張り、その端部をコンクリートに固定します。これをポストテンションと言います。コンクリート側から見れば、どちらも同じ効果ですので、このような方式で施工するコンクリートを総称してプレストレスコンクリート(prestressed concrete)と言います。このアイディアは、1926年にフランス人のEugene Freyssinet(1879-1962)が実用的な特許として開発した方法が世界的に普及しました。

#### 1.1.6 コンクリート工学は品質管理の研究であること

コンクリートは、扱い易い建設材料です。その最大の特徴は、セメントが水を加えて練ってから凝結が始まるまで、その時間がほぼ1時間と一定になるように品質管理されていることにあります。その時間に合わせるように、施工の段取りを計画することができます。コンクリートは、注意深く施工しなければ、品質にムラが出ます。大量のコンクリートを使って大きな構造物を建設するとき、コンクリートは小単位の量でしか練れませんし、日数を掛けて積み上げなければなりません。どの場所も一定品質のコンクリートになるように全体を施工するためには、経験や感ではなく、測定によって数値化したデータを求め、それで品質を判断する方法を決め、それに合わせるように管理します。これは、セメントや骨材などの材料の選択、配合設計、練混ぜ、運搬、打込み、養生など、非常に多くの細かな項目の総合です。また、コンクリートの予測強度を元に、構造計算も必要です。これらの項目は、条件を変えた多くの実験事実を積み上げ、統計的な規則を見つけて定式化して応用します。捉え所のないように見えるコンクリートの品質を、合理的な考え方で整理する手法は、欧米の合理主義的な研究方法に多くを学ばなければなりません。現在では、生コンクリートは、生コン工場に頼れば施工の段取りに合わせて配達してくれる時代になりました。そこでは、材料の選択など、殆どがコンピュータ制御されたシステムで管理されますので、コンクリートの品質管理法や施工上の知識などを知らなくても済むようになりました。それがアダになって、コンクリートについて基礎的知識のない技術者が増えてしまいました。

## 1.2 コンクリート研究の進め方の流儀

### 1.2.1 コンクリートの施工はお料理の手順と似ていること

小単位のコンクリートは、家の一寸した補修程度ならば自分で練ることができます。ホームセンターに行けば、セメントと砂を混ぜたモルタル材料を小売しています。少し本格的に練るときは、材料の計量に「いちに一よん(1:2:4)」とか「いちさんろく(1:3:6)」の配合法を教わります。これは、「セメント:砂:砂利」をバケツなどで計量するときの容積比を指します。水は、練り混ぜながら徐々に加えます。出来上がりのコンクリートの量は、全部の材料の総和より少し目減りします。これは、砂利の隙間に砂やセメントペーストが詰まるからです。このような方法は、お料理を作るときに、材料を準備して作業を進めることと似た面があります。発展途上国などでの建設工事を指導するとき、コンクリート施工は容積配合で教えます。しかし、この方法は品質管理の面からは好ましくありませんので、工業的には材料の計量を重量で管理する方法を採用します。そうすると、これと関連して数値化する計測項目が一挙に増えますので、合理的な筋書きを考えて測定を計画し、それを利用する方法まで考えなければなりません。この総合がコンクリート工学を形成します。

### 1.2.2 アメリカ流とドイツ流

コンクリート工学の研究のために、戦前そして戦後も、多くの日本人研究者が欧米に留学しました。しかし、研究の進め方についての流儀は留学先によって違いがあります。ここで言うアメリカ流とドイツ流は著者が便宜的に名付けたものです。簡単に言うと、アメリカ流と言うのは、あらゆる可能な組み合わせを考えて、それをすべて調べて行きます。当然のことながら調べる量が増え、時間も掛かり、費用も嵩みます。戦争用語で言えば、絨毯爆撃のような方法です。一方、ドイツ流とは、或る程度の理論的な仮説や予見を立てて、範囲を絞り込んで狙い打ちをします。どちらも、それなりの長所があります。日本のコンクリート技術を育てた吉田徳次郎(1888-1960)はアメリカで学び、その研究態度は徹底した実験観察でした。吉田の著作は現場の技術者にとって、それこそバイブル並の高い評価を得ていました。細かいことまで書いてあったからです。この方法に対して、ドイツ流を信奉する一部の学者は「学問がない」と言って軽蔑しました。このような学者の理論重視の偏見は、現実のコンクリートと向き合っただけで経験を蓄積する実践的な技術教育をあまり尊重しない態度に繋がりました。

### 1.2.3 研究は記録に残すことが基本

日本では、研究と言うと、何か理論らしい法則を見つけるような瞑想的で哲学的な態度と捉えている節があります。研究は自分で手を汚し、克明な観察や測定をし、それを記録として残す地味な活動を踏まえます。このうち、記録の取り方は教育項目としては案外軽視されています。日記は最も日常的な記録ですが、実は日記を書くのは自分で身に付ける教養であって、他から強要されるものではありません。企業体では責任者に日誌を書かせるように義務付けをすることもあります。大学生ともなれば、自筆ノートを作ることが教養の一つでした。パソコンとコピー機械が普及しましたので、自分用の手書き資料が少なくなってきました。ダーウィンの「種の起源」も、その原稿は彼の旅行日誌から編集したものです。これが手書き本編集、つまりハンドブックの原義です。ドイツの家庭では、お料理のレシピを家伝のノートとして記録し、母から娘へと引継ぐ習慣があります。ドイツ人の几帳面さと合理性を示す習慣です。一方、日本の伝統的な技術教育では感覚的な口伝や、身体で覚えろ式の徒弟教育が多いこともあって、書き残すことで技術を伝承する方法は必ずしも巧く機能していませんでした。レシピを自分用に編集する手間を省いて、本屋で他人の書いた参考書を探す方を選びます。

### 1.2.4 実験は記録の取り方と整理に注意すること

コンクリートの研究は、コンクリートを練ることを実践しなければなりません。しかし、これは汚れ仕事になることもあって、大学などでは教育実験や実習を敬遠するようになってきました。実験は、当てずっぽうに計画するのではなく、合理的な考えをもとに、狙いを定めます。この思想をまとめる学問を**実験計画法**と言います。実験は、第三者が同じように追試ができるように条件を明確に書き残し、データを相互に比較できるように整理します。これを実用的に昇華させたのが種々の基準です。JIS(日本工業規格)化されているものの他に、学会レベルでの基準が多く決められています。これらの規格や基準を制定するまでには、途方もない多くの実験データの整理が隠されています。コンクリート工学の歴史は比較的新しいのですが、欧米で行なわれた多くの実験成果を利用することで、比較的短い年数で近代化に追いつくことができました。そのため、自前で実験してデータを蓄積する研究よりも、海外文献に権威を求める楽な方法が尊敬されていました。

## 1.3 セメントの常識

### 1.3.1 固まるまでに余裕時間があること

セメントは水と反応する化学的な物質です。うどん粉を練る場合と同じように、水を加えながら良く練ると、粘性のあるセメントペースト(cement paste)になります。固まると腰の強い均質な岩石なみの結晶質が成長して強度を持つようになります。ペースト状態ではまだ流動的な性質がありますが、結晶質の骨格が形成されると見掛けの上では固まります。これを凝結(setting)と言い、水を加えてから約1～2時間で始まります。凝結までの時間的余裕が定量的に見込めるようにしたことが、コンクリート打ち込み工事の計画では非常に重要な要素になっています。固まる前のコンクリートが生コンクリート(fresh concrete)です。強度が出始めるのを硬化(hardening)と言い、凝結後、数時間で始まり、数日から数ヶ月以上かけてゆっくりと強度が増加して行きます。形枠などを二三日で外しても形は崩れませんが、強度を期待するには、例えば、コンクリート橋などを一般通行に開放するのは、平均して、打ち込みから1ヶ月後からです。コンクリートの工事は、このような時間経過を考えて計画します。

### 1.3.2 セメント材料は風化もすること

セメントは岩石成分の材料ですので、かなり比重の高い物質です。普通の砂利や砂の比重が約2.6前後であるのに対して、セメントの比重は3.1程度もあります。セメントは水と反応して化学変化を起こしますので、保存のときには湿気は禁物です。輸送や保存を考えて、以前はセメントを樽(バレル)に詰めました。この用語は石油の計量に使われているものと同じです。小規模にコンクリートを練るときに使うセメント製品は紙袋が使われます。生コン工場などで使う大量のセメントは、バラのセメントをタンクローリーなどで輸送してサイロに保存します。セメントは硬化するときに水分を吸収しますので、その分だけ全体の比重は下がります。空気に触れていると、空気中の湿度や炭酸ガスを吸収しますので風化も起こします。セメントの新鮮さを判別するとき、比重を測るのが一つの方法です。

### 1.3.3 セメントは凝結や硬化の時間を考慮して製品化される

接着剤としてのセメント材料に要求される性質の一つが、強度にあるのは異論がないと思います。しかし、凝結までの時間的な余裕がないと作業ができませんので実用になりません。セメントの製造のとき、粘土と石灰石を混ぜて粒状に焼成したものをクリンカーと言います。これを粉末にしたものがセメントの主成分です。これは非常に水との反応が激しくて、練ってから打ち込みまでの時間的な余裕が生まれません。そのため、凝結までの時間的な余裕を得るために、石膏などを混ぜて製品化されます。セメントは水と反応し、反応熱が出ます。強度の増加は化学反応の進行度合いと比例しますが、熱の逃げ場がないと夏場などには温度が上がり過ぎる問題が生じます。したがって、大量のコンクリートを使うコンクリートダムなどでは、強度がゆっくりと増加するようなセメントを使い、また、施工時に冷却の方法も考えます。セメントの粉末を細かくすれば、水との接触面積が増え、反応が早く進みますので、粉末度を制御することと共に、他の無機材料、例えば高炉スラグなどを混ぜることも行なわれています。このような時間経過を考えて、セメントは、大きく三種類に分けます。普通セメント、早強セメント、そして中庸熱セメントです。合成樹脂系の接着剤は、凝結・硬化の時間経過を制御する方法が難しいことも一つの理由になって、セメント並に大量で手軽に利用できる建設材料にはなりません。

### 1.3.4 余分な水が強度を下げること

セメントと水とは化学反応をしますので、その反応に必要な水量は、ほぼ一定です。現実にはこの必要水量だけでは非常に粘度(plasticity)の高いセメントペーストになります。作業性(workability)を上げるため、これよりも余分の水量を加えて流動性が得られるようにします。そうすると、余分な水量は硬化したコンクリートの中に残り、徐々に乾燥し、その分だけ隙間ができ、結果として防水性が下がります。コンクリートは案外水密性が良くないので、コンクリートの建築物では屋上の防水を始め、浴室の水回りなどが、とかく問題を起こします。また、寒天や水羊糞並の乾燥収縮も起こし、亀裂の原因になります。硬化したコンクリートの強度は、練り混ぜのときの水量が多ければ隙間が増える分だけ相対的に下がります。この関係は実験的に確かめられていて、セメント水比(c/w)またはその逆数の水セメント比と強度との関係性はコンクリート構造物の目標強度を設定するときに用いられます。このように、コンクリートの施工は水を慎重に扱わなければならない、また、完成後も水との付き合い方に注意が必要です。これらの知見は、コンクリートの利用が普及して、コンクリート造りのマンションなどが増えてきて、一般の人にも経験的に知られるようになりました。

## 1.4 砂利と砂の常識

### 1.4.1 砂や砂利の内部摩擦の性質

良質の一体ものの石材は、かなりの強度がありますので、梁としても使うことができ、簡単な石橋は公園や寺社の庭園などで多く見られます。人工石材としてのコンクリートも梁として使えます。しかし、石材の梁は限度を越えた荷重では脆く折れて破壊しますが、この強度は主として引張強度に因るものです。砂利（**粗骨材**と総称します）や砂（**細骨材**と総称します）は、石材が粒状でバラバラになったものです。その全体は引張強度を持ちませんので、力を伝える材料にはならないと思うのは誤解です。圧縮状態で使えばよいのです。切石積みの城壁は立派な構造を構成します。砂利や砂をピラミッド状に積み上げたときの自由斜面の形は、摩擦のある斜面で粒が滑ったり転がり落ちたりしないことと同じ性質があって、或る角度以下で安定します。これを**内部摩擦**と言います。川で採れる玉砂利に比べて、碎石は急な角度でも安定します。これが内部摩擦による相違です。砂利を台形に積み上げると、特にセメントペーストで固めなくても、その上に載せるピラミッドの頭分の重量に耐えることができます。一方、砂になると、水分の多寡で物理的な性質が大きく変わります。海水浴で砂遊びをするときに実感できますが、水が多いと流され、適度な湿り気があると造形ができます。乾燥すると形が崩れ、容積も目減りします。生コンクリートの流動性の性質は、特に水と砂との関係が大きく影響しますので、砂に含まれている水量を厳格に把握しないと品質が一定しない難しさがあります。

### 1.4.2 荷重分散と衝撃吸収に使う場合

砂利や砂、更に細くなった土などは、強度に期待する建設材料には向かないと考えるのも誤解です。大きな荷重を広い範囲に分散させるように使えばよいのです。伝統的な日本家屋の基礎工事では、砂利などを敷き詰め、それを打ち固めること（よいとまけ）で内部摩擦を効かせた基礎を作り、それに礎石を載せます。柱から伝えられる大きな重量も、結局は力を地盤に分散させるように伝えなければならないからです。鉄道の砂利道床は、大きな車両重量をレールと枕木を介して受けて、地盤に分散させる作用があります。砂利ならば何でもよいと言うわけではなく、排水を良くした碎石を使います。碎石は丸い玉砂利よりも内部摩擦が大きいので、列車走行の衝撃や振動を良く吸収します。衝撃の吸収はエネルギーの吸収です。これは碎石をすり減らし、次第に目詰まりを起こし、結果として振動の吸収が悪くなりますので、定期的に碎石を盛りかえるのです。皮肉なことに、コンクリートで固めた道床は弾性的過ぎて、振動や衝撃の吸収には向きません。

### 1.4.3 袋に詰めると丈夫な柱に変身すること

砂利や砂をピラミッド状に積み上げると、その奥深くは、非常に高圧縮状態になっていますが、大きく潰れることはありません。この力学状態は、裾状の斜面が内部を横から抑えて、中身が膨れるのを防ぐ作用をするからです。パチンコの玉の集合も、転がりを防ぐ簡単な枠で囲うと積み上げることができます。砂や砂利を紙袋に詰めて柱のように使うと、紙が破れない限度で横抑えの作用が効いて、かなりの荷重に耐えることができます。袋詰めの土嚢はそのように使う例です。鉄筋コンクリートを圧縮柱として使うとき、鉄筋を籠形に組上げて、その内側にコンクリートを詰めた形に施工するのが基本です。そうすると、コンクリート本体が破壊して引張強度がなくなっても、柱としての形が保たれ、柱全体の圧壊にまで進む前に相当の耐荷力を持たせることができます。鉄筋コンクリート柱で、長手方向の鉄筋量の不足を問題にすることも多いのですが、大切なことは鉄筋を籠状に組上げる使い方にあります。その極限は、鋼管の中にコンクリートを詰めます。鉄筋コンクリートの橋脚補強に鉄板を巻くのはこの理屈を使った方法です。

### 1.4.4 砂利粒は最大寸法の制限があること

砂利や砂単独でも、圧縮に耐えるような使い方ができますが、その隙間をセメントペーストで繋ぐようにすると、原理的には最良のコンクリートが得られます。大きな寸法の玉石や切石を組み合わせることも行なわれます。砂利や砂を使う利点は、任意の形状の容器に入れられる流動性があることです。粒粒の集合を工学的には一括して**粉体**としますが、これには物理的に面白い性質があります。サイロに詰めた砂利や砂は、流体のように流れるかと思うと、部分的にアーチ構造ができて流れを抑え、目詰まりも起こします。鉄筋コンクリートでは網目状に鉄筋を組みますので、生コンクリートの砂利粒は、鉄筋間隔や**カブリ**（鉄筋とコンクリート表面までの距離）を楽に通れるようにに最大寸法の制限を決めます。単純に流し込むと、部分的な目詰まりが起こり、隙間ができます。粒径の小さい砂利を使い、水を多く使うと施工は楽になりますが、コンクリートとしては品質が犠牲になります。

## 1.5 練り混ぜ・輸送・打ち込み・養生そして保守

### 1.5.1 コンクリートの配合法は理想から実践への妥協

コンクリートは、セメントペーストに砂利や砂を混ぜて構成します。論理的に考えて、最も効率のよい構成は次のようになります。ある入れ物を考えます。まず最も寸法の大きな材料の砂利をぎっしりと詰めます。その隙間を粒の小さな砂で埋めます。そして、残りをセメントペーストで埋めます。このようにできれば、セメントペーストの量が最少になりますし、コンクリートの強度も砂利の接触で力を伝える作用が期待できます。現実のコンクリートでは練り混ぜ、輸送、打ち込みの過程がありますので、生コンクリートの扱い易さ(workability)を確保するための妥協があります。つまり、砂利を減らし、砂を増やします。セメントと水との比率は強度と関係がありますので、流動性を持たせるため、相対的にセメントペーストの量を増やします。コンクリートは作業場所の環境が千差万別ですので、自動化に多くの制約があります。コンクリートを練るときは、基本的に**バッチ**(batch)処理で行なわれます。この用語はコンピュータ処理でも使われますが、原義は、お料理で材料を混ぜる鉢状の入れ物です。これが転じて、一回単位での処理を指し、連続処理に対する用語です。そして、バッチ処理を軸としてコンクリート作業の組み立てが行なわれます。

### 1.5.2 種々の混ぜ物が試されていること

生コンクリートの配合を考えると、砂利と砂とを混ぜるのですが、セメントの他に、さらに細かい粉状の材料を加えて隙間を埋めることも行なわれています。これを**混和材**と言います。理論的なモデルを考えると、パチンコ玉のような粒径の揃った材料を詰め、その隙間を約 1/7 の粒径の玉で詰め、更にそのまた 1/7 の径の粒で埋め、と言う仮説を立てます。実践的には、砂利と砂とを混ぜた全体が一樣な粒径分布になっていれば良いことが分かりました。しかし、粉状の材料が増えると余分に水が必要になるのが欠点ですので、流動性を上げるために、練り混ぜのときに界面活性剤、言わば合成洗剤などを加えます。こちらの方は剤の字を使って**混和剤**と言います。混ぜ物の目的は、生コンクリートの作業性を良くすることと、硬化したコンクリートの物理的な性質を改善することにあります。

### 1.5.3 運搬と打ち込みとは重さとの戦い

コンクリートは、比重にして 2.3 程度の重い材料ですので、練る場所から打ち込み場所までの運搬に関連して多くの問題がからみます。あらかじめ工場でコンクリート部材を製造しておいて、現場で組み立て材として使うアイデアが**プレキャストコンクリート**です。どちらも、トラック運搬が多く使われ、重量と寸法、さらに生コンクリートでは時間に制限を伴いますので、コンクリートの工場は需要場所から遠いと効率が悪くなります。所定の場所にコンクリートを打ち込む作業は、距離の短い運搬の最終の形態と考えることができます。特に材料の分離に注意し、隙間が残らないように突き固めます。水量が多いと、水分の多い成分が分離して上にあがり、強度の弱い皮膜状の層に固まります。コンクリートを高さ方向に打ち足すとき、この層が残っていると構造上の弱点になりますので、丁寧な施工ではこの層を洗い流します。また型枠の防水が悪く、水気が多いセメントペーストが抜けると、俗称で大阪名物の「栗おこし」と呼ぶ欠陥コンクリートになります。

### 1.5.4 養生と保守が大切

コンクリートの強度は、主にセメントの硬化で得られます。強度の発現は水との化学反応で起こりますので、零下では進行しません。また、反応が進む前に必要な水分が抜けるか、表面から蒸発すると早めに乾燥収縮が起こり、強度の増進が遅れます。これを防ぐため、或る程度に強度が上がるまでは、乾燥を防ぎ、保温し、荷重がかからないようにします。これが**養生**(curing)です。コンクリートは人工的な石材です。一般の人は、普通の良質の自然石材と同じように、保守に手間が掛からない半永久的な材料であると誤解しているところがあります。実は風雨に曝されていると風化も起こります。コンクリートの建築構造物では外見のお化粧をしますが、打ちっぱなしのコンクリートも多く見られます。一般的に言えば、日本ではコンクリート構造物の表面を、鋼構造物並にペンキなどで保守塗装をすることは常識にはありませんでした。日本は欧米諸国に比べて雨量が多いこともあって、水が原因となる劣化が少なくありません。程度に差があるにしても、コンクリートは透水性もありますので、酸性雨や炭酸ガスを含んだ水でカルシウム分が溶け出すことも起こります。このような現象が知られるようになったのは比較的新しく、1980年代からです。保守管理を問題にし始めたのは、21世紀からと言えるでしょう。したがって、設計者や学者の研究対象としては、いままで殆ど取り上げられてきませんでした。

## 2. コンクリートの物性

### 2.1 コンクリートの化学

#### 2.1.1 コンクリートは人工の水成岩であること

良質の硬い自然の石材は、殆どが火成岩か変成岩です。緻密な結晶質で構成されていて、化学変化にも強く、強度もあります。川砂や川砂利は、さらに水で洗浄されて、水溶性の物質が無くなっています。自然のままの石材である花崗岩は御影石とも言い、比較的身近に利用されている代表的な火成岩です。この石材は、案外風化の影響を受け易く、風化すると粘土と石英とに分かれます。良質の粘土は陶磁器の原料に、石英はガラスの原料に使われます。一方、石灰石は水成岩に分類されます。セメントの主要な原料構成は、石灰石4と粘土1、製鉄のときに出る高炉スラグを少量加えます。セメントは、石灰石を基にした生石灰、粘土から供給されるシリカとアルミナ、スラグに含まれる鉄やマグネシウム成分などが加わり、全体としてうぐいす色（灰色）の粉末になります。これらが水と反応して岩石成分の結晶に変質して強度が出ます。したがって、硬化したセメントは石灰岩質です。火災に弱く、化学的にはアルカリ性の物質であって、酸に弱いのです。

#### 2.1.2 コンクリートは風化すること

酸やアルカリとの反応には水の媒介が必要ですので、乾燥した環境では殆ど問題になりません。外気に触れていると、空気中の炭酸ガスと湿度の作用で反応して炭酸石灰ができますが、これが風化です。化学的には、アルカリ性が無くなることですので、中性化と言います。化学実験では、アルカリ性の判定にフェノールフタレン溶液が赤く変色することを利用しますので、これをコンクリートの中性化の判定に良く使います。中性化そのものは悪い現象ではありません。アルカリ性の環境であると、鉄筋の酸化と腐食を抑えます。しかし特別な骨材との間ではアルカリと反応してコンクリートを内部から破壊します。乾燥した自然環境では、中性化の方は殆ど表面だけに起こります。コンクリートは案外マイクロな隙間がありますので、長い年月をかけてゆっくりと表面から内部に進行します。しかし、亀裂があって、さらに水と接する環境になると、状況は単純ではなくなります。

#### 2.1.3 水の環境には注意が必要であること

一般論として、硬化したコンクリートは水気を嫌います。日本は雨量も多く、高温多湿ですので、欧米諸国に比べてコンクリートにとっては厳しい環境です。水は種々の物質が溶け込みますので、水が浸みこむとそれらがコンクリートと反応します。特に酸は禁物です。水には空気中の炭酸ガスが溶けこみますので、炭酸の濃度が高い雨水が浸みこむと、溶け出して鍾乳石が観察されることも起こります。農林業を始め、植物の生育に適した土壌は一般に酸性です。土壌と接している環境は湿気も多く、コンクリートには居心地の良い環境ではありません。もっと強烈な酸は、亜硫酸ガスです。鉄を始め、金属の精錬で発生する亜硫酸ガスによる酸性雨は大きな社会問題の一つです。コンクリートは半永久的な材料ではなく、俗に言えば、コンクリートも年月を経ると腐るのです。この現実がやっと分かるようになるまでに、実は半世紀の経験が必要でした。欧米技術の模倣で急増したコンクリート住宅が問題を起こすのは、大部分が水との関係です。つまり、日本の気候風土に合わせるようなコンクリートの利用方法は未だ模索の段階と言えるでしょう。

#### 2.1.4 コンクリート表面を塗装する習慣が育たなかったこと

木材や金属材料を長持ちさせたいときは表面を塗装します。これは、水と空気とを遮断することです。コンクリート構造物では、乾燥した状態での風化の進行は表面から内部にゆっくりと進行すると考えますので、塗装分に相当する厚みを見込みます。これが鉄筋コンクリート構造におけるカブリの意義です。しかし、亀裂ができて、水と空気とが交互に作用するような環境になると、鉄筋を直撃します。鉄筋は、酸化して錆びると嵩が増えますので、これが鉄筋コンクリートを内部から膨張させて破壊を進行させます。カブリだけに期待するのではなく、表面を保護する層を設けると最も効果が上がります。建築構造では、美観も兼ねて外面をお化粧します。欧米のコンクリート構造では、表面を石張りや化粧煉瓦で覆う例を多く見かけます。日本では、コンクリートは半永久的な材料であるとの思い込みが強く、打ちっぱなしでコンクリートを使うことが多く、表面をペンキなどで塗装する常識が育ちませんでした。

## 2.2 接着の力学

### 2.2.1 セメントペーストは接着材であること

少し遠回りのように見えますが、接着の原理について簡単な解説をしておきます。接着は、種々の場面で利用されています。その使い方は、二つの物（AとC）の間に**接着材**Bを介してAとCを繋ぐことです。この時、力を伝える目的に使うものを**構造接着材**と言います。接着は、木工製品・プラスチック製品・書物のような紙製品などに、陰に陽に使われています。工学的には、金属の溶接も接着です。リベットやボルトを使う機械的な継ぎ手構造や、衣類などの縫製も、広く考えれば接着です。コンクリートを製造するときのセメントペーストは、砂利や砂に使う接着材です。アスファルト舗装は、セメントペーストに代えて高融点のアスファルトを使うので、アスファルトコンクリートと言うことがあります。生の接着材は液状で使うことが多いので、これには**接着剤**の用語が当てられます。繋ぎたい二つの物の隙間を埋めるため、混ぜ物を加えて嵩を増やします。ペンキやプラスチックは、顔料を混ぜて色を変えた製品にします。和紙を漉くとき、海草から採れる柔らかな**ふのり**が接着剤として使われます。白い洋紙は、白陶土のような目の細かい添加材料が加えられていますので、書物は案外重いのです。

### 2.2.2 固まるときの性質での分類

接着剤で最も多い形態は、チューブなどに水やベンジンなど、揮発性の**溶媒**と共に保存してあるものです。溶媒が蒸発すると溶けこんだ材料Bが残り、接着が実現します。したがって、密閉された状態になると接着効果が発現しません。例えば、ガラスや金属板を貼り合わせたいとき、周辺では固まっても内側は液状のまま残ってしまいます。紙製品や木材などは、細かく見れば隙間だらけですので、どんな接着剤でも実用になります。塩化ビニールなど、プラモデルでお馴染みの**熱可塑性樹脂**の接着材もあります。熱すると柔らかく、液状になり、冷えると固くなりますので、この性質を接着材として使います。融点の高い硬質のアスファルトは熱可塑性の材料ですので、アスファルト舗装に利用します。金属の溶接も、原理的には溶かして固める接着です。一方、セメントは、水を加えてペースト状で使う**自己硬化性**の接着材です。固まるときに熱が出ますので**熱硬化性**とも言います。エポキシ樹脂は、二種類の材料を別々に保存しておき、それを混ぜると化学反応を起こして硬化しますので、これを接着材として使います。自己硬化性の接着剤は、密閉状態でも水中でも固まりますし、硬化後には殆どの溶媒に溶けません。灯油を入れるポリ容器は、このような樹脂で作られます。しかし、固まると、再利用を目的としたリサイクルができなくなりますので、ゴミ公害の元凶になります。

### 2.2.3 化学的な相性も大切な要素であること

接着は、ミクロに見れば二つの材料の接触です。この接触面を分子または原子単位のミクロに見たとき、互いに反発し合う場合と、そうでない場合があります。水は大抵の物質と親和性がありますが、相性の悪い相手は水をはじきます。砂利や砂は水と相性が良いのですが、アスファルトとはやや悪くなります。アスファルト舗装は、水の環境に曝されていると、砂利や砂が水の方と仲良くなり、結果として舗装が破壊されます。プラスチックも水との相性は良くありませんし、結果としてコンクリートとの相性もよくありません。したがって、コンクリートの補修にプラスチック材を使うときには、施工に注意しないと補修にならないことも起こります。相性の悪さを積極的に利用する塗装もあります。ほこりや水をはじく性質があると、特に水洗いをする必要がありません。また、張り紙を糊で貼り付けても、乾燥すると自然に剥がれてしまいます。

### 2.2.4 機械的な引っ掛かりを利用する接着

接着材との相性が悪い場合には、接着させたい面を紙やすりなどで粗く加工しておき、さらに汚れなどを揮発性の溶媒を使って落としてから接着材を使います。そうすると、ミクロには機械的な引っ掛かりが増えて摩擦が効くようになります。コンクリートの打ち継ぎ目でも、同じような注意を払うのが丁寧な施工です。このような構造接着の場合に大切なことは、接着面に垂直な引張り力が作用しないような使い方をすることです。接着面に平行に剪断力が作用するように使います。後の節で解説しますが、コンクリート構造物を合理的に設計したいとき、コンクリートは引張力には弱いので、剪断力に期待するように工夫します。しかし、剪断力の概念はかなり理解が難しいこともあって、これが分かることは、構造力学では大学院の修士レベルです。なお、振りが分かるのは、もっと上の博士レベルに相当します。これは剪断力の概念を踏まえた上での理解が必要になるからです。

## 2.3 コンクリートの機械的な性質

### 2.3.1 セメントの強度

コンクリートの強度は、セメントペーストを構成するセメントと水との比率に深く関係します。そのため、セメントだけの強度を絶対的に比較するときは、正確にセメント 520g、砂（標準砂）1040g、水 338g を使った標準化したモルタルを作ります。それを4×4×16cmの羊羹状の試験体3本に製作し、曲げ強度と圧縮強度を試験します。この試験値を実用的にセメントの強度と約束します。試験方法は規格化されていますので、セメントの違いによる強度の違いや、そのセメントを使うコンクリート強度の性質を見積もるときの参考にします。試験体は、セメントペーストの中に砂粒が浮いているような、少しセメントを贅沢に使ったモルタル状態にして強度試験をしますので、セメントペースト単独の強度とほぼ等しいモルタル強度が得られます。砂利を混ぜたコンクリートでの試験法もありますが、こちらは、砂利の粒同士の接触で力を伝える作用も起こり、強度の性質がやや複雑になります。

### 2.3.2 強度は試験方法別に定義された値を言う

コンクリートの強さを一言で言うときは、圧縮力を受けるように製作した試験体の強度です。これも、詳しく調べると、円柱と角柱の違い、幅と高さの比、寸法の大小などの幾何学的な形状によって微妙に差が出ます。そもそもコンクリートの製造は様々な条件が影響しますので、絶対比較ができるような試験方法について細かな基準があります。日本では、直径15cm、高さ30cmの円柱供試体の圧縮試験で得られた圧縮強度を一つの指標として使います。この円柱供試体の寸法は、アメリカの基準（直径6"、高さ12"）を翻案したものです。英国やドイツの基準では立方体の供試体を使うのですが、この形状は、同じ材料を使った円柱供試体よりも強度が少し高めに得られます。また、寸法効果も知られていて、相似な供試体を使った試験では、全体寸法が小さいと強度が高めに出来ます。つまり、単純に圧縮強度と言っても、その現われ方は様々です。このこともあって、用語として「圧縮強度」と「圧縮強さ」を使い分けます。条件次第で、標準供試体で得られた圧縮強度よりも、「強さ」の現われ方が大きくも小さくもなるからです。そこで、この標準供試体の圧縮強度をシリンダ強度と呼び、その大きさを基準にして、他の応力状態での強さを相対的に理解します。計算方法や条件などを決めて強さを表すときに「強度」と使います。曲げ強度、圧縮強度、引張強度などは、それぞれに試験方法または応力状態の定義を踏まえた強さの程度を意味しています。

### 2.3.3 応力の大きさを直接知る方法はないこと

コンクリートは三次元的な連続体であって、種々の外形と寸法形状で使用されます。その内部の応力状態は、現実問題として全く分かりません。それでは扱いに困りますので、理論的なモデルを考えます。応力を表すときは、コンクリート内部を表す座標系を決めて、その座標系を媒介にして大きさと向きを約束します。応力は、連続体内部の力（内力）であって眼で確かめることはできません。連続体のある平面上で仮に切断したモデルを考え、その断面に外から作用している力（外力）に置き換えて考えます。外力は、現実的に理解できるからです。その大きさは断面内で必ずしも一様分布ではないのかもしれませんが、外から確かめることはできません。多くの参考書では、コンクリート断面、特に曲げ部材の応力分布の図が示されていますが、これらはすべて推定です。応力の絶対的な大きさは分かりませんが、歪みの方は測定する方法があります。そのため、応力と歪みとの関係を材料試験で求めておけば、歪みの大きさから応力が推定できる、という仮説です。仮説ならば、成るべく単純なモデルにする方が勝ります。

### 2.3.4 応力と応力度の言葉の使い分け

断面内で注目している座標点の応力の大きさを考えるとき、単位断面積に作用している力の密度に換算し、その大きさを「応力度」と言います。断面全体での合力は、用語して単に「応力」と使い分けまます。この用語の使い分け区別は厳格なものではありません。実用的には、例えば、軸力と軸応力度、剪断力と剪断応力度、などは区別が分かります。しかし曲げモーメントは応力扱いであって、曲げ応力度と言う場合には断面の場所によって大きさが変わります。前項で「強度」と言うときは、断面内の部分的な応力度の大きさを平均化した概念で使う用語になっています。そのため、設計計算で応力度の検証をするときには、基準とした強度とは違う大きさの許容応力度も決めます。また、計算上の応力度も、数値の精度を神経質には取り上げません。

### 2.3.5 まず自分の重さを支える強度が必要

物が丈夫である、と言うときの解釈方法は、かなり複雑です。構造部材に使う場合には、伝えたい力に耐えることに主目的があります。断面一定の柱として使いたいとき、単純計算で、自分の重みで潰れない高さが計算できます。大雑把に言えば、木材やコンクリートでは800m、鉄鋼材料は3000m程度です。細い柱は、途中で曲がると実用になりませんので、細い部材を骨組みに組上げて高さに挑戦します。建築物では、梁や床などの余分な重さを柱で支え、居住空間を確保しなければなりませんので、理論的な高さの1/10程度が実用的な建築物の高さの限界です。この計算には材料の圧縮強さを参考に使います。パリのエッフェル塔が高さ300m、各地にある鉄筋コンクリートの塔も100m程度であって、この常識の範囲で設計されています。梁として使うときは少し複雑です。石材やコンクリート製の梁の破壊は、曲げを受けると、梁の下面から亀裂が入って、それが進行して破断しますので、亀裂が出る強度、つまり引張強さで梁の強度が決まります。コンクリートの引張強さは圧縮強さの1/7程度しかありませんので、引張応力を小さく抑えるように、なるべく圧縮状態で使うような構造上の工夫が研究されてきました。さらに、砂利や砂がしっかりと噛み合っているコンクリートを作ると、セメントペーストだけの強度よりも、全体として強度が上がります。強度の高いセメントを大量に使わなくても、丁寧な施工と知恵を使うと、しっかりとしたコンクリート構造が得られます。

### 2.3.6 強度発現のモデルを考えること

部材の強度を調べる基本的な方法は、実物を使う破壊試験です。これでは条件がその都度変って複雑になりますので、どのような条件の場合にも応用できる破壊モデルを考えます。結論から言うと、コンクリートは圧縮強度と引張強度とが非対称ですので、**モール円説**を採用しています。これは、種々の破壊条件で強度が発現するときの応力度をモール円に描き、その包絡線が総合的に見て破壊条件になる、とする考え方です(図1)。この図の軸応力の座標軸は、右向きを圧縮力にする習慣を使います。この図が示すコンクリートの強度の特徴が二つあります。一つは、引張強度と純剪断強度とがほぼ等しいこと、水圧状に3方向から圧縮応力が作用していれば、一軸方向だけの圧縮であっても、横抑えがあると破壊強さが大きくなります。この性質を考えた断面設計の提案が、鉄筋を籠型に組む柱です。螺旋鉄筋柱では、間接的ですが3軸圧縮応力状態を設計法に含めています。桶のタガになるようなループ状に鉄筋を使い、圧縮力で柱が横方向に膨らむのを抑えますので、結果的に3軸圧縮応力状態が現われます。また、プレストレスを導入する梁や柱では、かなりの量の鉄筋を籠型になるようにしておかないと、断面が横方向に膨らんで破壊します。砂と砂利単独は、コンクリートが破壊した究極状態のモデルであって、図2のような破壊モデルになります。地盤の主材料である土は、砂利や砂と同じように、引張り強さに期待はできませんが、剪断強さがあります。そのモデルは、図1で引張側が切れたようなグラフです。鋼材料は、引張と圧縮とを対称に扱い、歪みエネルギーが或る一定値になった時(von Misesの説)を破壊条件とします。鋼材料は、線材か板材として使い、厚みの大きな三次元的な応力場を考えません。破壊条件を考えるモール円の包絡線は楕円形になります(図3)。

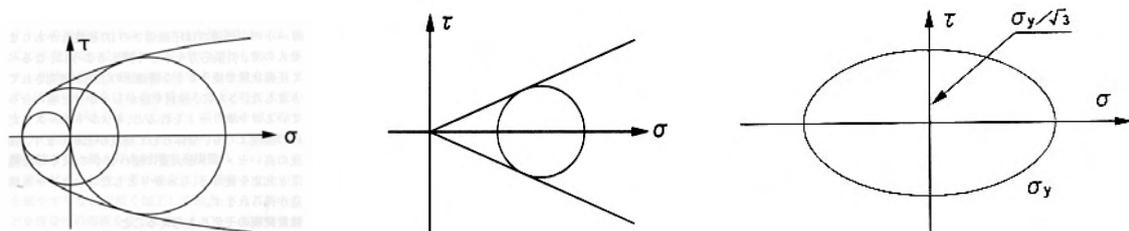


図1：コンクリートの破壊モデル 図2：砂・砂利の破壊モデル 図3：鋼材の破壊モデル

### 2.3.7 弾性的な性質はマクロに扱うこと

弾性とは、力を加えると変形し、力を抜けば元に戻る性質です。このとき、力と変形とが圧縮・引張を含めて直線的に比例するのを**線形弾性**、そうでない曲線や多角形になるのを**非線形弾性**と言います。変形が小さな範囲で見れば線形弾性ですが、材料実験を精密にすればするほど、数学的に見る線形弾性から外れてきます。しなやかな細い鋼の針金の変形は、大きな変形能を持ちますので、典型的な非線形の弾性変形を示します。このとき、力と変形との非線形の関係を正確にたどるのではなく、マクロに直線を当てはめます。非線形の弾性変形と、**塑性変形**とは原理的に別の現象ですので、これを混同しないようにします。後者の場合には、力と変形との関係を刻々とたどる扱ひもします。構造物は弾性範囲で利用しますので、実用荷重の範囲で考える限り、日常的に塑性域まで変形する使い方はありません。塑性域にまで変形が起これば、変形は元に戻りませんので、破壊が起こったこととなります。したがって、用語としての**塑性設計法**(plastic design)や**極限設計法**(limit design, limit state design)は、誤って理解される危険があります。この設計法の意義は、部材断面の材料と寸法を提案する意味での設計法ではなく、提案された設計の検証に使う考え方を指します。これらの用語の意義は、地震などの非現実的な荷重が作用したとき、どこまで持つかの見積もりをする計算に使います。実用設計は、材料を弾性範囲内で使うように抑えるのですが、その範囲を超えた途端に破壊が起きるでは物騒ですので、余分の耐力を持たせます。余分の耐力は、弾性的な性質の延長ではなく、塑性設計法のような別の考え方が使われます。学問的には多くの人に興味を持ちますが、すべて仮説の上での議論であって実構造物で検証できませんので、実用設計の段階では迷惑なことも少なくありません。

### 2.3.8 鋼材との比較で物理的な性質を扱う

コンクリートは、鉄筋コンクリートのように鋼材料と組み合わせて利用することが多いので、鋼の物理的な性質と比較しながら構造計算に利用します。硬化したコンクリートの弾性的な性質は、そもそも練り混ぜのときのセメントと水の比率と深く関わります。水は、セメントとの化学反応に必要な量よりも余分に使用しますので、余った水はコンクリートの隙間を作ります。それが、強度を下げ、弾性係数(ヤング率：単位の歪みを起こす応力の大きさ)を下げます。鋼材の弾性係数  $E_s$  とコンクリートの弾性係数  $E_c$  との比  $E_s/E_c$  を英小文字  $n$  で表し、**エヌ値** と言って多くの場面で利用します。丁寧に練ったコンクリートは、 $n$  が 7 前後ですが、水を多く使うと 10 程度以上まで大きくなります。同じ断面寸法で、鋼単独、またはコンクリートだけで柱や梁を製作して荷重を載せると、コンクリートは鋼の  $n$  倍の変形が出る勘定です。もう一つ、コンクリートは、温度の変化に対して鋼と同じ程度の伸縮を示します。これは天然石材に比べると相当に大きいので、構造設計の時には一つの盲点になることがあります。横に長い鉄筋コンクリートの建築物では、屋上のコンクリートは夏冬で伸縮しますが、直ぐ下では温度変化が小さいままです。そのため、屋上のスラブに亀裂が入り易く、これが天井からの漏水の元凶になることがあります。

## 2.4 コンクリート構造物の設計思想

### 2.4.1 重さを利用する構造物

天然の石材は、輸送に制限を受けますので、あまり大きな単位で製作することができません。ピラミッドの建設は、気の遠くなるような労力を掛けて大きな石材を運んで積み上げたものです。コンクリートは人工的に製造できる石材ですので、建設場所で大きな一体構造に構成することができます。コンクリートダムがその典型です。ダムは水を堰きとめる構造物ですので、コンクリートの重さに期待します。これが重力ダムです。長い吊橋では、ケーブルの張力を重量の大きなコンクリート製のアンカブロックで持たせます。海岸の護岸に見られる消波ブロックも、或る程度の重さがないと流されてしまいます。コンクリートの比重を上げるために、砂利も比重の大きな材料を使ったり、屑鉄を混ぜたりすることがあります。斜面の土留めに設計される擁壁（ようへき）は、土を堰きとめるダムと考えることができます。L字型断面の鉄筋コンクリート構造に製作しますが、Lの字の水平部分に載る土が重さを補って迂り出しに抵抗するように設計します。

### 2.4.2 重さが不利に働く構造物

建築構造や橋梁などは、自分自身の重量に耐え、更にその構造で支えなければならない余分の重量を考えて設計します。柱で支える場合よりも、梁で支える方が構造部材としては厳しいので、広い空間を構成したい構造物では設計に工夫が必要です。このとき、材料の強度と比重とが大きな設計要素になります。コンクリートの比重は、鋼材のその約1/3ですが、圧縮強さの比率は約1/10、引張強度はそのまた1/7程度です。自重だけを支える梁を設計しようとなると、コンクリートの梁は鋼の梁と比較すると約1/20の能率しかありません。同じ寸法で梁を製作すると、適用できる支間の比は、ルートに開いた比、約1/4.5になります。橋梁の場合には、完成した後で自動車荷重や列車荷重のような大きな重量物を支えなければなりませんので、前もって、かなり詳しい構造計算が必要ですし、実際に供用されると欠陥設計がすぐに露呈します。建築構造物では、後から作用する大きな荷重は地震のときだけです。その荷重は自重と震度とに関係します。したがって、地震さえ来なければ欠陥設計が現実問題になることは殆どありませんでした。それは、耐震設計がすべて仮定の上だけの計算ですし、日常の利用とは関係を持たないからです。

### 2.4.3 設計は三段階のモデルで検証されること

コンクリート構造物の力学設計は、意匠的なデザインを基に、まず①断面寸法の提案から始めます。このときに採用する力学モデルは、鉄筋の協力を無視し、コンクリートを理想的な弾性体と仮定し、圧縮と引張の許容応力に納まるように計算します。許容応力は、土木構造物に関しては、破壊強度に対して約3の安全率を持たせます。建築構造物は、大きな移動荷重の影響を殆ど受けませんので、安全率は2程度の低い値です。梁の場合、コンクリートの引張強度で概略の断面が決ります。この提案断面であれば、鉄筋を特に使わなくても梁として持つのですが、突然折れる危険もありますので、安全を高めるために鉄筋を入れます。鉄筋は、コンクリートに引張亀裂が発生してから効き始め、亀裂の進行を抑えます。鉄筋の協力を計算に入れる力学モデルは、②コンクリートの引張強度を無視した弾性モデルを使い、コンクリートと鉄筋とが許容応力に入るような実用計算が行なわれます。最後に、この設計断面が耐えることのできる③極限状態のモデルを使って最大耐荷力を求め、これが最初の出発で決めた安全率を満たすことを確かめます。このような3段階の計算は少し複雑ですので、②のモデルだけを使えば実用的な断面設計ができるような巧みな提案も使われます。

### 2.4.4 理論信奉からくる設計法の過ち

鉄筋コンクリートの断面設計を上記の②のモデルで行なうときは、コンクリートの引張強度が無いとする仮定を使いますので、多くの設計者はコンクリートに引っ張り強度がないと誤解するようになってしまいました。鉄筋は、あくまでもコンクリートに亀裂が発生した後の安全の保障に目的があります。その使用量は、断面積比にしてコンクリート断面に対して多くて3%程度です。コンクリート断面に換算すると、その寄与率は20%止まりです。理論的な判断だけで合理的な設計をしたいとなると、梁の設計では引張側に高強度の鉄筋を使いたくなります。そうすると、鉄筋の許容応力状態でコンクリートの歪みが大きくなって、コンクリートに亀裂が入ります。そして、亀裂が入ることは、理由の如何に拘わらず、欠陥設計か欠陥施工です。この不都合さを逃げるために、コンクリートに許容ひび割れという用語と概念を提案する学者もいるのですが、実務の設計者から見れば、とんでもない話です。

## 2.5 コンクリートのメンテナンス

### 2.5.1 19世紀以降の構造用新素材が鋼とコンクリート

18世紀後半から始まった産業革命以降の近代的な構造物は、木材と石材とに加えて、鉄とコンクリートの利用によって建設されるようになりました。欧米は日本の木の文化と対比して石の文化であると誤解している節があります。実を言うと、古代文明は良質で大寸法の木材を使い果たしてしまったのです。日本でも巨木を使った建造物の遺跡が発見されています。奈良の東大寺などの木造巨大建築に利用する大きな木材は、近畿一円から調達されたため、1000年後の現代に至るまで、良質の森林資源の回復が来ていません。トロイの木馬とノアの箱船伝説は、大量で良質の木材の利用があったことを示唆しています。歴史に残るロンドンの大火(1666)は、未だ木造建築が主体であったためです。木造の建築物が利用できなくなったことを補ったのが、鋼とコンクリートの利用です。そのどちらも、伝統的な木材とは全く異質の、その当時の**新素材**ですので、科学技術主導型で構造の構成方法が工夫されてきました。

### 2.5.2 鉄筋コンクリートの梁と柱

日本では、石材を構造材として利用する生活文化が発達しませんでした。欧米ではコンクリートは任意の形状に製作できる人工的な石材であるとの常識が社会にありますので、その利用の仕方は日本でよりもずっと地についている歴史があります。それを支えた背景は、キリスト教などの宗教建築です。その遠因は、良質で大寸法の木材の供給が不自由になったことと、雨が少なく、地震などの自然災害も少ないので、石造建築の耐久性を生かし易い面があるからです。日本では、広い内部空間を持つ建造物は、寺院建築を除けば明治以降の義務教育の場である学校建物が始まりです。これは、小さな村単位でも良質の木材を大量に使い、欧米の技術を学んだ西洋風建築です。木材資源を補うため、植林事業が奨励されてきました。これらの木造建物は地域の愛着を持たれていたことに理解が必要です。木造に代えて、鉄筋コンクリートで梁と柱を構成し、大きな木材に代る使い方ができることは、その当時は新鮮な驚きと感激とをもたらしたことを想像しなくてはなりません。学校の建物が木造に代えて、鉄筋コンクリートで作られると、火災の心配がなく、半永久的な建造物として社会資本(ストック)に組み込まれるようになりました。

### 2.5.3 コンクリートはリサイクルに向かない材料であること

可燃性の木造構造物に代って、鋼やコンクリート製の構造物は耐久性がありますので、社会資本の見方で見れば良質のストックと考えることができます。その総量は、2000年度でコンクリート230億トン、鋼構造物12億トンになるそうです(資料は日本システム開発研究所、垣田による)。これがすべて良質のストックとして残るのではなく、メンテナンス(維持補修)が適切でないと粗大ゴミ化します。鋼材は屑鉄として再利用ができます。舗装に使うアスファルトコンクリートは、アスファルトが熱可塑性の材料ですのでリサイクルができます。これに対して、石材、さらにはコンクリートの廃材は処分が非常に難しいゴミになります。粉碎して砂利や砂に戻してリサイクルすることも可能ですが、費用が嵩み過ぎます。したがって、メンテナンスを考えないで安直にコンクリート構造物を建設すると、始末の悪い環境を建設することになりかねません。ローマ市は、遺跡だらけと形容することができます。再利用のできない材料の捨て場の上に、次々と建築されて来ましたので、一寸掘れば直ぐ遺跡が出るのです。都市化は、コンクリートの建築物が増えることとほぼ同じですが、冷たい見方をすればコンクリート砂漠を増やしていることになります。日本は近代化にまっしぐらに努力してきましたが、21世紀は高度メンテナンス社会への構築が重要な課題になるでしょう。

### 3. 鉄筋コンクリートの力学モデル

#### 3.1 材料の均質化モデル

##### 3.1.1 マクロ・ミクロ再びマクロ

構造解析を数学的に精密に求めようとするときは、材料を理想化して均質なモデルを仮定し、部材の形状や寸法も幾何学的な正確さを仮定します。微分方程式を持ち出すときは、ミクロの範囲（微小）までの均質さを前提とします。コンピュータを使って数値計算をするときは、連続性の高い微分方程式を扱う場合であっても、注目点を飛び飛びにする**離散化**が行われます。有限要素法(FEM)を応用するとき、「精密な解析は要素分割を細かくすることにある」と短絡的に考える嫌いがあります。コンクリート部材の応力解析に応用するとして、粗骨材の寸法レベルまで細かくした要素分割が、実際に正確にモデル化するとは思えません。この場合には、最初、材料全体を均質化して見るマクロの仮定が使われます。一旦解析モデルを仮定すれば、それをミクロの見方で数学的に正確に解析し、論理的な間違いが許されません。しかし、その結果の判断は、再びマクロに扱います。この解析過程の出発はモデルの仮定です。現実の部材は理想のモデルとは程遠いので、モデルを一種類に限定しないで、解析目的に合うように選択します。どのモデルがより正確であるかの議論は不毛であることが多く、そのモデルを使うと、どの説明に役に立つかで判断します。「その仮定は別の仮定より正しい」という表現は論理矛盾です。

##### 3.1.2 材料はミクロに見れば均質ではないこと

コンクリート構造物をミクロに見れば、それを構成する骨材の形や寸法が不揃いですので、その寸法レベル（粗骨材の最大寸法）まで小さくしたコンクリート部材は、力を伝える目的に向きません。どの程度の寸法からならば均質材料並に扱えるかは、経験的・実験的に決めます。同じ材料を使い、同じ寸法で複数の試験体を作り、同じ条件で強度試験をしても、強度にバラツキが出ます。品質管理の目的は、このバラツキを小さくすることであって、強度の絶対値を高くすることが目的ではありません。設計上は、強度の最小値が保証強度です。これをコンクリート製造の目標強度にします。そうすると、実際の平均強度は少し高くなりますので、安全率を高める方に効きます。バラツキが大きいと、材料の無駄使いに繋がります。鋼材の方は、コンクリートに較べれば、ややミクロのレベルで均質な材料と見なせますが、顕微鏡で見れば複雑な結晶構造が入り混じった組織が見えます。鋼材は製鉄所で製造され、そこで品質管理をしますので、同じ原料から強度を何段階にも分けた製品化がされています。

##### 3.1.3 部材としても均質なモデルを仮定する

鉄筋コンクリート部材は、コンクリートの中に鉄筋を埋め込み、その補強効果を期待します。鉄筋は、コンクリート部材内部で幾何学的に複雑な形状と配置になっていますので、応力度の分布を計算するときの力学モデルは、鉄筋の力学的寄与が扱い易くなるようにモデル化します。**無筋コンクリート**の用語は、全く鉄筋を使わないコンクリートの意義ではなく、鉄筋コンクリートとして計算しない用心鉄筋などを入れたものも含めます。**繊維補強コンクリート**に使う細い線材は細骨材扱いをします。鉄筋は、コンクリートに対して少し毛色の変った粗骨材です。軸方向の部材断面積比で見れば最大で3%程度です。実際の構造では鉄筋を横につないで籠形に組む分が増えます。部材の変形を計算するときは、鉄筋コンクリート構造であっても、全体が均質なコンクリートであると仮定して計算します。曲げ部材は、コンクリートの引張側に亀裂が入らない限度で設計します。鉄筋の応力は、コンクリートが弾性範囲内であればコンクリート応力の $n$ 倍（7~10程度）ですので、大きくはありません。鉄筋、さらには繊維補強に使う線材は、引張応力を受けるコンクリートに亀裂が入ると効き始め、亀裂の拡大を抑えます。

##### 3.1.4 等方性と異方性があること

木材は代表的な異方性の材料です。縦の繊維方向に強く、横方向には相対的に弱く、軟らかです。金属材料はどの方向にもクセが無い等方性の材料ですが、圧延で加工された鋼材は微妙に方向性を持ちます。コンクリートは、一応、等方性の材料と見なすことができ、それを実現するように努力します。部材に成形されたものは幾何学的な方向性を持ちます。鉄筋コンクリート部材は、鉄筋の入れ方によって、力学的な異方性が加わります。コンクリートは圧縮強さに較べて引張り強さが低いのですが、これは異方性とは言わず、圧縮と引張との性質に対称性が無いと言います。鋼材は対称性があると仮定します。応力と歪みとが直線的な関係にある性質を**線形弾性**と言い、そうでない、折れ線や曲線を示すのを**非線形弾性**と言いますが、塑性的な非線形の性質とは全く違う現象です。これらの用語は、材料を部分的に見るのではなく、マクロにモデル化する考え方を言います。

## 3.2 破壊の現われ方

### 3.2.1 破壊と崩壊とを区別すること

俗に「壊れる」と言うときは、修理が可能な障害の意味もあります。電気・機械装置での故障がそうですが、外見的に故障か正常かを区別できないこともあります。力学的な意味での**破壊(failure)**の定義は、形が変わって目的の機能が失われることです。部材の接続が切れて力が伝わらなくなるか、実用の範囲を超えて変位が大きくなる現象です。引張り部材の破断はこの両方が同時に起きますので、結果として全体が破壊することがあります。構造物全体として、その機能が失われる破壊は、**崩壊(collapse)**の用語を使います。一方、圧縮部材の破壊は、主に歪みが許容値を超えることですので、破壊が部分的に留まることも多く、全体の崩壊まで進まないことがあります。隙間の多い砂利・砂・土材料では、圧縮応力で大きな体積変化を示さないにしても、弾性歪みよりも大きめの変化が起こります。地盤の圧密沈下がそうです。建築物は、大きな内部空間を構成することが目的の構造物ですので、居住空間が圧壊すると見掛けの体積減少が大きく、しばしば人命が犠牲になります。その対策として、破壊が部分的に起きてても、全体として形が保たれるように工夫します。空間を構成するときは、梁と柱を主役として骨組みを作りますので、構造力学的には不静定な骨組み構造を採用します。積み木細工が壊れるように、部材がバラバラになるような崩壊を避けるため、梁と柱の部材自体も粘りが出るような工夫が研究されます。それが塑性設計の目的です。

### 3.2.2 破壊方法の研究も大切であること

矛盾するようですが、壊すことの研究は、壊れない設計法を支えます。材料実験は、壊し方の工夫の積み上げです。例えば、コンクリートの引張強度の試験法は、円柱供試体を真横にした圧縮実験で行う(赤沢常雄)方法が規格化されたのですが(3.3.2項、図3.1参照)、それまでには種々の模索がありました。試験機的能力よりも強度が大きくなる試験体では実験になりません。破壊の場合には、強度だけでなく変形も追いかけます。破壊試験は、一回ポッキリでは信用できないので、条件を整えた複数の試験を計画し、再現性を保証します。実在の構造物は実物試験ができませんが、地震などの自然災害のときに破壊試験のデータが得られます。しかし、これは、個別に破壊条件が複雑であること、一回ポッキリの現象であること、計測装置がありませんので数値データが得られないこと、などの理由から、定量的に破壊過程をモデル化することの難しさがあります。破壊方法の研究は、材料強度を求める目的のほかに、どのようにすれば効率良く壊せるか、の問題があります。例えば、コンクリートビルを解体するときに、ダイナマイトを仕掛けて爆破する方法があります。どこを爆破すればよいかのノウハウがあるようです。橋梁では、戦争のとき、攻める側は破壊を狙い、守る側は被害を防ぐ対策を考えます。日本では、平和な時代が半世紀以上も続いていて、橋の建設のときに戦争のことを考えませんが、世界の多くの国では、橋を軍事的に重要な構造物と見ています。警備が厳しい橋もありますので、工学的な興味であっても、現地へ行って調べるときには疑われないような注意深さが要ります。

### 3.2.3 破壊時の履歴などの問題

破壊は幾何学的な形状変化を伴います。建築物の場合、地震で部分的に破壊されても、積み木細工が壊れるような崩壊ではなく、全体として何とか形が保たれているようにすれば、人命を助ける目的が達せられます。崩壊が避けられないにしても、崩壊までに時間的な余裕ができることも重要です。地震は比較的短い時間に何回かの揺れの繰り返しがありますので、一回の衝撃で崩壊するのではなく、有限回数の塑性変形が保証できるようにしたいものです。コンクリートそのものは脆性材料ですので、塑性的な性質を実現させるには、鉄筋の合理的な利用を考えます。直下型の地震が予想されている場所では、構造物の基礎に剛な岩盤が望ましいとは必ずしも言えません。そのため、基礎との中間に塑性的な免震構造を挿むアイデアが出てきました。土と砂は、構造材料として低位に見る傾向がありますが、重さを支える材料として優れた性質を引き出すことができます。「砂上の楼閣」は、やや誤解を生む表現です。地盤を構成する土材料は塑性的な性質があり、また、乱して破壊しても回復機能がある、優れた材料です。剛な上部構造物を塑性的な地盤と馴染ませるため、中間に別の材料を使います。杭基礎がその代表です。これは、必ずしも剛な岩盤に達するまで伸ばすことができないこともあります。むしろ上部構造の重量を地盤に分散させることを目的にする使い方が勝ります。松杭を使う基礎構造がそうです。深い箇所の強固な層まで剛な杭を降ろすと、周辺の地盤が沈下して、その構造物が相対的に浮き上がり、地盤と段差ができることがあります。

### 3.2.4 破壊時に体積変化があること

三次元的な材料に圧縮応力を加えると、全体として体積が減ります。鋼材は引張応力で使うことが多いので、引張応力は全体として体積を膨張させます。材料力学で言うポアソン比は、応力の作用方向の歪みに対して、横方向歪みの大きさの比を言います。等方性の弾性体で応力と歪みの関係を表す式は、6つの式を使います。軸応力度に関する式はマトリックス表現で、剪断応力度と剪断歪みとの関係は単独に表します。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} &= \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

円柱供試体での圧縮試験は、1軸圧縮状態ですので、軸方向には縮みますが、横方向には膨らむ歪みが出ます。式(1)では弾性的な性質を表す係数として  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$  の三つが使われていますが、独立な係数は二つです。一般的には、剪断剛性係数を他の二つで表します。純剪断応力場の条件は、2方向の主応力が圧縮と引張と同じ大きさのときですので、45度方向の正方形が菱形に変形する幾何学的な条件から関係式が得られます。結果の式は下のようになります。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots\dots (2)$$

式(1)から、水圧のように三方向から一定の応力が作用するときの体積歪み率が求まります

$$\kappa = \frac{3}{E}(1-2\nu)\sigma \dots\dots (3)$$

この(3)式から分かることは、ポアソン比が 0.5 より大きくなることはあり得ないことです。もしそうであるなら、圧縮力を加えると膨張することになるからです。実際のポアソン比は、金属材料で 0.3、自然石では 0.1 前後です。コンクリートは少し大きく、0.2 程度です。非常に弾性的なゴム状の材料は 0.5 に近くなります。さて、コンクリートの円柱供試体を使って圧縮試験をすることを考えて下さい。そうすると、この円柱供試体は、弾性範囲では体積の減少が観察されます。この実験には、供試体を水中に入れて水の容積変化で測定します。荷重を増して行くと、体積は徐々に減少していきませんが、ある限度で減りが止まります。この状態での変形は、塑性によるものであって、ミクロの状態では剪断変形が起こっています。破壊が起きると、部分的に応力が解放され、全体として体積変化が膨張に転じます。軟鋼の引張試験でも体積変化が起こるのですが、塑性歪みの区間がコンクリート材料よりも長くなります。この状態では、ポアソン比が実質的に 0.5 になっていますので、これを応用したのが von Mises の降伏条件です。体積変化が止まって、座標軸の向きによる応力状態表現式が変わっても、歪みエネルギーが或る一定値になったときが降伏条件になる、とするものです。鋼材では二次元の応力状態で使うことが多いので、この条件をまとめると、下の楕円式が得られます。ここに  $\sigma_y$  は、単純な 1 軸引張試験で得られる降伏点応力度です。

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2 \dots\dots (4)$$

式(4)をグラフで表した図が、第2章 2.3.6 項で紹介した図 2.3 の楕円です。

### 3.3 コンクリート柱の破壊

#### 3.3.1 柱の破壊は主に剪断で起こること

コンクリートの強さを調べる標準の試験方法は、直径 15cm、高さ 30cm の円柱供試体の圧縮試験で行い、これを単純に**圧縮強度**、または**シリンダ強度**と言います。しかし、これは単なる便宜的な呼び方であって、実際の柱の**圧縮強さ**とは対応しません。円柱供試体は、円柱の上下面、それぞれを底とする二つの円錐が残り、円柱側面が剥がれる破壊状態を示します。形としては砂時計のようです。この場合の破壊は、円錐が柱に食い込むような、円錐面に沿う剪断破壊が主役です。相対的に高さの低い試験体では、高さ方向に割れが入ります。こちらは、圧縮によって横方向に膨らむように引張応力が発生することが原因です。矩形断面の鉄筋コンクリート柱は、軸方向の鉄筋を囲う帯鉄筋を使います。円柱を桶のタガのようにループ状の鉄筋で補強する構造を**らせん(螺旋)鉄筋柱**と言います。どちらも、理論的なモデルは鋼製の薄い筒にコンクリートを詰めた構造です。これが柱の横方向の膨らみを抑え、弾性力学的には3軸圧縮状態にしますので、単純なシリンダ強度よりも強くなります。水圧のように3方向から等しい圧縮応力を加えると、相当に大きな荷重であっても潰れる変形が起こりません。砂利や砂をピラミッド状に積み上げるならば、富士山の高さまででも可能です。しかし、方向によって圧縮応力の大きさが異なると剪断応力場ができて、剪断破壊、つまり体積変化を伴わない迂り破壊が起きます。地下深くの地震発生の原因も、同じ原理の剪断破壊の現象です。円柱供試体の圧縮試験は1軸圧縮応力場であって、円柱の側面方向の応力を0とした三軸圧縮状態になった場合の強さで得られています。

#### 3.3.2 支圧も3軸圧縮の特別な場合

橋梁の橋脚や橋台は、その断面の一部、狭い面積の箇所に支承の金具を置き、そこで大きな支点反力を受け、大きな圧縮応力が働きます。このように部分的に作用する圧縮応力を**支圧応力**と言います。支承にローラーを使うと、ローラーと受圧板は狭い領域で圧縮応力を受けます(図 3.1)。これをヘルツの接触と言い、狭い線状の接触領域に支圧応力が作用します。コンクリートの円柱供試体をこの方法で荷重をかけると、圧縮、つまり支圧応力で破壊するのではなく、縦の面での引張応力で破断します。これからコンクリートの引張強度を計算します。支圧状態では、単純な1軸圧縮強度よりも高く得られますので、この許容応力度は、単純な圧縮の許容応力度の1.5~2倍に取ることができます。何故そうできるかと言うと、力が直接作用する部分を柱断面と見立てると、その回りを同じ材料で囲って補強したような構造になって、不完全ながら三軸圧縮応力場になるからです。支圧応力を大きくし過ぎると、部分的に凹みができ、支圧領域の周囲で剪断応力が大きくなりますので好ましくありません。軟らかな地盤に重量の大きな構造物を載せる場合も、支圧の原理を理論的に計算して使います。土質力学で、半無限の弾性体に部分的に等分布荷重が作用するモデルを扱うのがそうです(図 3.2)。支圧の作用面の面積を大きくして実効の支圧応力を下げるには、中間に砂や砂利の層を置きます。道路舗装の目的も荷重の作用面を広げる目的があります。厚みの薄いスラブで、狭い範囲に大きな荷重が作用すると、その周で**押し抜き剪断破壊**が起こることがあります。これは、原理的にはパンチで紙に穴あけをするのと同じ現象です。舗装を介するか、スラブの厚みを増すか、その両方を併用して破壊を防ぎます。

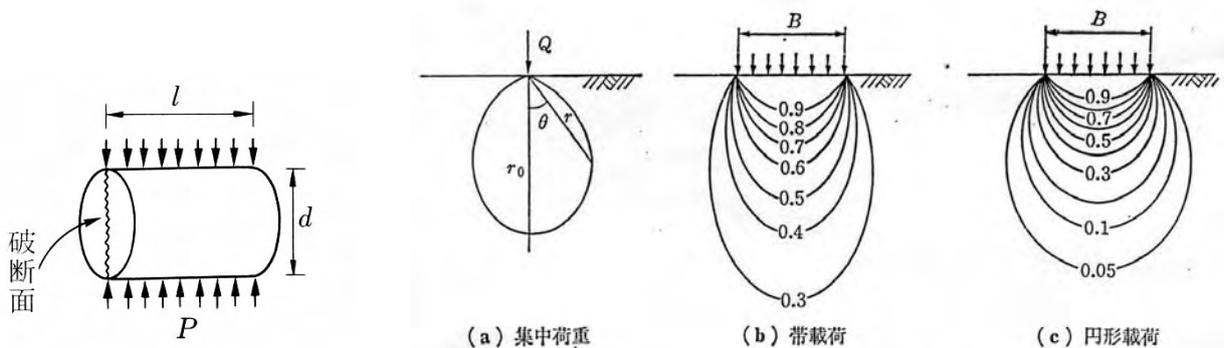


図 3.1 : コンクリートの引張強度試験

図 3.2 : 土質工学で扱う圧力球根

### 3.4 コンクリート梁の破壊

#### 3.4.1 石橋は天然石材の梁である

寺社、公園、庭園には石橋が多く見られます。長い支間には向きませんが、木橋よりも耐久性があります。滅多に折れることはありませんが、物騒なところもありますので、安全確認をする「石橋を叩いて渡る」の諺があります。石材の梁の破壊は、曲げによって引張側に亀裂が入り、その結果、梁の有効断面が減少することで起こります。そのときの荷重を作用したままにすると、破壊が連鎖的に進行して破壊します。石の梁が実用になるのは、かなりの引張強度があるためです。石材は代表的な脆性（ぜいせい）材料であって、破壊するときに粘りがありません。しかし、少しは粘りがありますので、ガラスのような瞬間的な破壊はしません。石橋を叩いて、「危ないな」と感じて渡るのをやめれば、破壊が進行しませんので、落橋に巻き込まれることはありません。

#### 3.4.2 脆さと粘りを理解する

石の梁を曲げで破壊させるときの、刻々の状態を模式的に表すと、図 3.3 のようになります。試験機を使って載荷実験をするときは、オイルジャッキを使って強制的に変形させるようにします。変形にほぼ比例して荷重、つまりオイルの圧力が上がっていきます。図 3.3 のA点までならば、オイルを抜けば同じ軌跡をたどって変形が元に戻ります。この限度が**弾性限界**です。一旦これを超え、最大荷重を示すBまでの範囲では、オイルを抜いても、変形が元に戻りません。これを残留変形と言います。帰り道の軌跡はほぼ直線であって、その傾斜はAまでの傾斜よりも少し急になります。そして、ここから再び荷重を加えていくと、ほぼ、同じ軌跡で元に戻り、それ以降は道草を食わなかったように、力と変形の性質を示します。この現象は、部材内部にミクロな破壊が起きるためです。材料の疲労は、ミクロな破壊が蓄積される現象と想像されています。最大荷重を示すB点が部材の強度です。最大荷重になった瞬間に破壊してしまう性質が脆性（ぜいせい：もろさのこと）です。実際には、そこから少しの間、C点まで変形して破壊します。AからCまで変形する余裕が塑性です。鋼材は、塑性領域に入ると材料内部の結晶構造が変り、大きな変形能を示しますが、石の梁ではその余裕がありません。しかし、僅かながらBからCまでの塑性的な性質がありますので、それが、石橋を叩いて安全確認ができる根拠です。

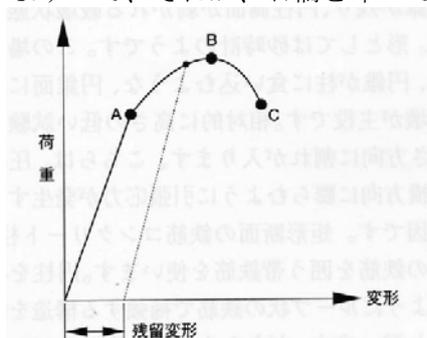


図 3.3：荷重と変形の関係の概念図

#### 3.4.3 無筋コンクリートでも梁は作れること

人工石材のコンクリートは、鉄筋を使わなくても、梁として使うことができます。それは、天然石材には及ばないまでも、コンクリートに引張強度があるためです。引張側に亀裂が出る荷重が、そのままの大きさで作用していると、連鎖的に破壊が進行して折れてしまいます。実験室で梁の曲げ破壊実験をするとき、試験機の荷重はオイルジャッキのストロークで加えます。オイルジャッキを使うのではなく、重しにする荷重を載せながら破壊実験をすると、変形の進行に歯止めがかかりませんので、非常に危険です。鉄筋コンクリートで梁を構成すると、図 3.3 のAからCまでの性質を変えることができます。A点は、コンクリートの曲げ引張強度の位置に当たります。通常の使用状態では、A点を超えない範囲に抑えます。この状態では、コンクリートの全断面が有効に働きます。B点の応力状態を仮定するモデルが幾つかあります。原理的には、曲げによる引張側の応力をすべて鉄筋で持たせ、コンクリートの引張強度は0と仮定します。圧縮側のコンクリートの応力分布については種々のモデルが考えられています。C点がどうなるかの議論が二つあります。一つは長期間の繰り返し疲労、もう一つは少ない回数での繰り返し荷重によるものです。後者は、特に大地震時を考えると、有限回数の繰り返し荷重の範囲で、破壊はしても崩壊しないようにする設計提案として議論されています。

### 3.4.4 純曲げと剪断力を伴う曲げがあること

梁の曲げ試験は、梁の両端を支え、中央に荷重を加えて破壊させます。梁の中央で曲げモーメントが最大になりますので、これを曲げ強度とします。あまり深く考えませんが、この試験方法は、純曲げではなくて、梁に剪断力も作用しています。剪断力は梁の長さ方向で曲げモーメントの大きさを変化させます。梁断面内でも剪断応力度が作用しますので、梁の長さを短くしていくと、曲げ強度の現われ方が違ってきて、剪断応力の影響が大きくなります。コンクリート梁では、梁の大きさが大きいものをディーブビームと言って別扱いをします。純曲げを受けるときの矩形断面の梁では、長さ方向の任意の2点で断面の曲げ応力度分布が同じです。長手方向の軸応力度の性質から言えば、軸応力度の異なる複数の柱が独立して並んでいるのと同じです。剪断力が作用していると、長さ方向で断面の曲げ応力度分布が変化しますので、柱として見た軸応力度が端の2点で変わります。その差に相当する力は柱の側面からの剪断応力度が供給して釣り合います。剪断応力度は、梁の断面内だけでなく、その断面に直交する面にも作用しますが、このメカニズムは初学者には理解が難しいようです（図 3.4）。

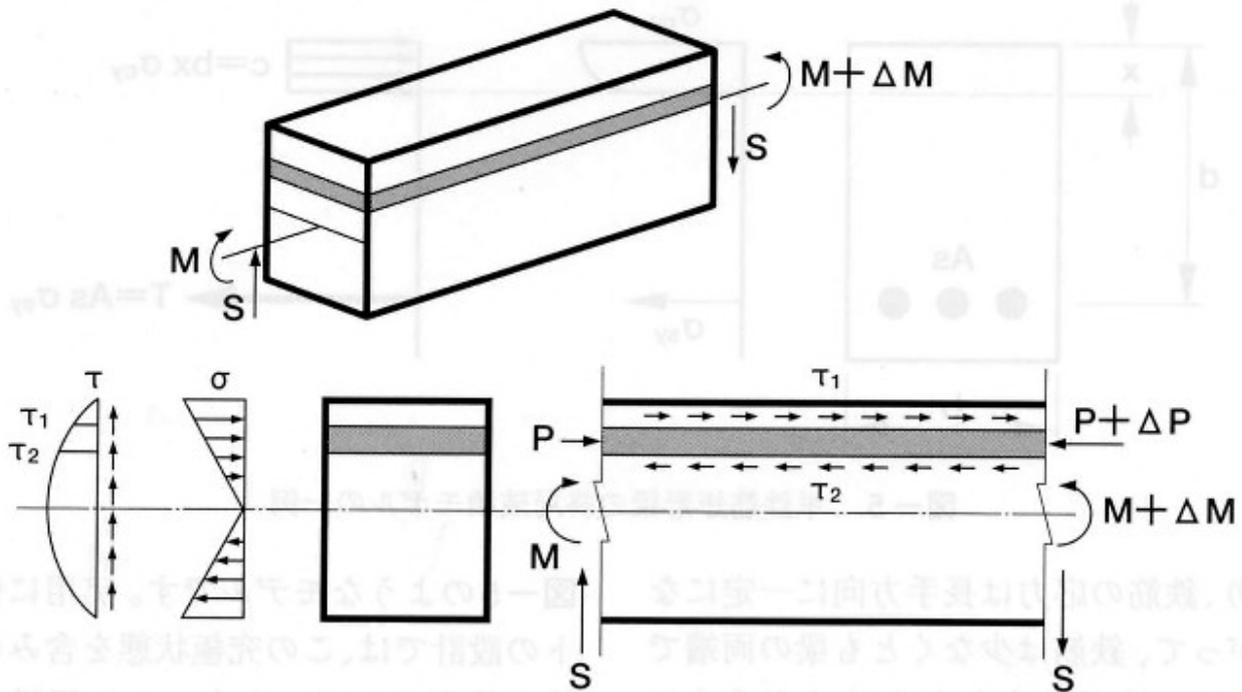


図 3.4 剪断力と曲げモーメントとが作用するときの応力状態

### 3.4.5 鉄筋の応力変化は付着応力が媒介する

鉄筋コンクリートの梁は、コンクリートの長手方向に鉄筋を入れ、コンクリートと協力させます。曲げ部材では、主に引張側に入れますが、計算には使わないまでも、用心鉄筋の意義もあって、圧縮側にも鉄筋を入れます。剪断力を受ける梁では鉄筋も曲げ応力を負担しますが、そのときには、梁の長手方向でその応力度が変化します。その変化分は、上と同じ原理で剪断応力が供給するのですが、コンクリート工学では、これを付着応力度と言います。鉄筋とコンクリートとがしっかりと接触していることが重要です。単鉄筋矩形梁の設計では、コンクリートの引張強度を無視して、曲げに伴う引張側の応力をすべて鉄筋で持たせる仮定を使います。しかし、剪断力を伝える梁は、鉄筋の応力変化を付着応力度が媒介しますので、鉄筋周りをコンクリートがしっかりと囲んでいなければなりません。引張強度を計算に入れなくても、引張側のコンクリートが砂と同じになるわけではありません。しかし、引張側のコンクリート断面に亀裂が入ると、剪断応力度が働かなくなり、鉄筋の応力は長手方向に一定になります。したがって、鉄筋は少なくとも梁の両端で固定する条件がないと、全体の鉄筋応力度が0となりますので、梁として持たなくなります。鉄筋を使う場合、径の大きな断面を使うと、鉄筋の周長が相対的に小さくなりますので、付着応力度の取り合いができなくなり、鉄筋とコンクリートとの縁が切れてしまいます。つまり、適度な直径の鉄筋を使う寸法設計が必要です。

### 3.4.6 鉄筋の量で梁の曲げ破壊状態が変わること

鉄筋コンクリートで実用的な梁を構成するとき、最も標準的な構造が単鉄筋矩形梁です。梁の引張側に鉄筋を入れます。鉄筋の断面積を0から少しずつ増やして曲げ破壊の観察をすると、破壊の状態が少しずつ変わって現われます。鉄筋の断面積が小さいと、梁下面のコンクリートに引張亀裂が入り、鉄筋は引き伸ばされて降伏点応力になります。亀裂を抑える効果は大きくなく、鉄筋は引き伸ばされます。コンクリートの亀裂は、下から上へと上がって行き、最後に圧縮側のコンクリートが皮一枚の状態になって梁の折損が起こります。ある程度の鉄筋が入ると、荷重の増加によってコンクリート梁の亀裂が梁のある高さのところで止まります。鉄筋の応力度は降伏点以上には高くなりませんので、圧縮側のコンクリートの応力が増加していきます。さらに荷重を上げると、梁の上面側のコンクリートが圧縮強さの限界になって、上面から貝殻状に欠損するような圧縮破壊を起こし、断面欠損になって梁が折損します。圧縮側に鉄筋があると、鉄筋が剥きだしになり、鉄筋が圧縮によって挫屈する破壊も見られます。鉄筋量が多くなると、コンクリート部分のない鋼骨組みの強度になります。標準的な単鉄筋矩形梁が破壊するまでの応力分布については種々のモデルが提案されています。最も単純化した究極状態は、図 3.5 のようなモデルです。実用に使うコンクリートの設計では、この究極状態を含みにして弾性設計法が提案されています。この解説は5章で扱います。

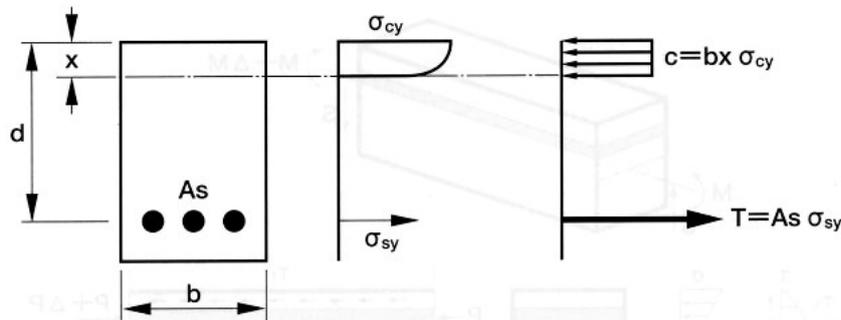


図 3.5： 単鉄筋矩形梁の終局破壊モデルの一例

### 3.4.7 剪断を受ける梁のトラスモデル

鉄筋コンクリート梁の場合に、剪断力と曲げモーメントの取り合いにトラスモデルを考えると、ディープビームの場合まで含めて、鉄筋の使い方に納得の行く設計ができます。このモデルは、コンクリート上縁が圧縮を受ける上弦材、引張り側の鉄筋は下弦材として働かせます。**スターラップ**(stirrup:腹鉄筋)は、ハウトラス組みの垂直材に当たります。45度の向きの曲げ上げ鉄筋、または**曲げ上げ鉄筋**(bent up bar)がプラットトラス組みの斜材として働き、どちらも引張り応力を受けます。そうすると、腹部のコンクリートは、スターラップを使う場合には45度方向の圧縮を受ける斜材として、また曲げ上げ鉄筋を使う場合には圧縮を受け持つ垂直材として働く、とします。実際の配筋は、正確にトラス組みを構成するのではなくトラス組みの概念を踏まえて設計の細部構造に応用します。

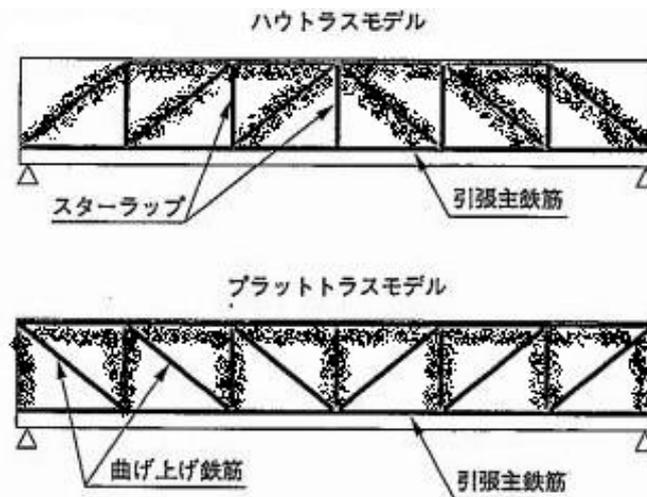


図 3.6 鉄筋コンクリート梁のトラスモデル

## 4. 材料力学の基礎的な概念

### 4.1 設計とデザインとの区別

#### 4.1.1 設計とは材料の形と寸法を提案して図面にまとめること

構造物の設計作業は、当初の計画の段階での漠然とした構想から出発して、具体的な部材単位での材料・形・寸法を提案するまでの過程です。したがって、設計では必ず図面を作成します。設計は種々の段階を経ますので、計画設計・比較設計・概略設計・構造設計・詳細設計・などの言い方があります。鉄筋コンクリート工学で言う梁または柱の設計法とは、詳細設計の前段階の計算方法を言い、断面形状の寸法を提案し、そこに用いる鉄筋量と断面内の配置を決めます。鉄筋コンクリート工学の参考書の多くは、計算方法の解説を主な目的として書かれていますので、実際の施工に使う図面作成を目的とした設計指導書ではありません。例えば、計算で扱わない余分な鉄筋の使い方については、あまり触れていません。弾性設計法・塑性設計法・限界状態設計法、という言葉が使われていても、誤解を避けるには、例えば「弾性理論に基づく計算法」「弾性設計法に使う計算法」「塑性状態になったときの計算法」と読み替えて理解するのがよいでしょう。

#### 4.1.2 デザインは芸術的な造形と色彩などの提案です

日本語の環境では、デザインは芸術的な意味で使い、設計は技術的な意味として使い分けています。デザインを扱う人はデザイナー、設計は技術者（エンジニア）が行います。エンジニアは、材料の形と寸法を数値で決めます。寸法が書いてない図は設計図ではありません。計画の段階では、パース（透視図：perspective）が説明用に良く使われます。しかし、寸法の表示がなく、また、図形が寸法と比例しませんので、工業的には設計図ではありません。図面に清書するのは、エンジニア自身に限るのではなく、エンジニアと協力する別の専門家（スペシャリスト：例えば図工）が行うことがあります。工業製図では、表題欄に、設計者と製図者の署名欄があるのがそうです。CAD (Computer Aided Design: コンピュータ支援設計、又は Computer Aided Drafting: コンピュータ支援製図) を標榜するソフトウェアは、図工が使うツールです。手書きできれいに製図をするには相当の技能経験が必要ですので、それを助ける技術として、自動製図が研究されました。コンピュータのモニタ画面を擬似的な製図板に見立て、人がそこで作図指令をすれば、きれいな図面に清書します。市販の CAD を標榜するソフトウェアは、言わば、お絵描きツールであって、設計ソフトウェアではありません。詳細設計図を描くときは、計算上で指示された以外の二次的な部材も描き加えます。コンクリート部材で言えば、用心鉄筋・帯鉄筋・スターラップなどの鉄筋寸法、間隔、数量などを、細部構造の仕様を参照しながら描き加えます。その図面を見ながら、後で材料の数を当たります。これを「材料を拾う」と言います。絵心のある小学生でもスケッチ風の図を描くと設計になる、と世間では思い込むことが多いようです。設計はそれほど単純ではありません。設計図は、幾何学的に矛盾の無い造形、力学的な合理性、材料の積算情報が要求されます。

#### 4.1.3 設計実務は図が主で計算は従でまとめる

設計を専門とする人が実際に仕事を進める方法は、まず、大体の寸法を決めることが先行します。この場合、それまでの経験的な知識が豊かであると、見当違いの提案をしなくて済みます。学校や企業を含め、初心者教育では、最初に必要な実務の経験的な知識がありませんので、見本の設計図を見せて、0から断面を提案する方法を教えなければなりません。寸法を決めれば、自重（死荷重）が計算できますので、活荷重と合わせて部材に作用する応力が計算できます。これと設計条件（設計仕様など）から、やや具体的な断面提案と応力度を計算します。これが設計条件に合わなければ、寸法と材料を手直しして計算を繰り返します。公式に計算書としてまとめるときは、繰り返し計算の過程を省き、最終的な提案だけを残します。そのため、初心者教育では、最初にどうやって寸法を決めるかの過程を学習させます。それには、歴史の長い許容応力度法に基づく計算法を解説することが適しています。一般的に言えば、計算書は、設計が誤りでないことを間接的に保証する文書です。図面は保存されても、計算書を残さないことも少なくありません。部材に作用する外力が小さければ、計算書も省き、図面だけで設計が提案されます。計算書を図面と共に残すため、計算書を図面寸法と同じ大判の用紙にまとめることもあります。応力度を計算する場合、計算には種々の理論上の仮説が採用されますので、或る理論を採用すると安全であり、別の理論で計算するとやや安全係数が下がる、などの違いが出ます。何かの理論を絶対的な基準とする計算法にこだわるのではなく、計算法の特徴を理解して判断しなければなりません。

## 4.2 許容応力度と安全係数

### 4.2.1 質量と重さを区別する論争

設計計算では、どの程度の力を考えればよいか、の危険の目安を**荷重**という概念でまとめます。土木建築構造物では、力の殆どが**重さ**と関係しますので、荷重の用語は危険を重さに**数量化**した概念として使います。風荷重などのように、作用する力が横向きであっても、重さに換算します。日常的には、重さを、例えば体重 60kg のように言いますが、実体は質量を指します。物理的に言うと、**質量**と力とは単位系（ディメンション）が違います。単純に 60kg と書くときは質量を意味しますので、重さに相当する力は、60kgf と書きます。力は質量×加速度の単位を持ちますので、ISO（国際標準化機構）は、新しく SI 単位系として、力の単位にニュートン（N）を決めました。1N は  $1\text{kgm/s}^2$  です。重力の加速度は約  $9.8\text{m/s}^2$  ですので、60kgf は、大雑把に言えば 600N です。「あなたの体重は？」と聞かれて、「600 ニュートンです」と答える習慣は未だありません。また、そう答えるのも非常識です。何故かと言うと、重力の加速度は、地域や高さなど場所によって違いがあるからです。宇宙船の中では無重力です。一方、材料を計量する単位は質量か体積です。この質量は、物理的または数学的に厳密に表現するのではなく、日常で便利に使う「**呼び数**」で扱います。代表的な呼び数の例は、円周率です。数学的には無限に桁数が続く数ですが、3, 3.14, 3.1416 など場面に応じて使い分けます。「円周率を 3 と教えるのは不正確だ」と目くじらを立てる人もいました。土木建築構造物の設計では、主な計算対象が重さですが、学問的な正確さにこだわるのではなく、材料の計量と関係を付けるように、質量単位を**重さの呼び数**として扱うべきです。60kgf のような表し方が実践的ですが、時代の流れとしては、すべてニュートン単位で表すのが合理的だと考える思い込みが多くなりました。

### 4.2.2 許容応力度の決め方

材料は、ある限界を超えた力が作用すると、変形は元に戻りません。その限界を**降伏点**(yield point)と言います。降伏点を超える使い方をしていくと、変形が累積して行きますので、第一段階として、実用の範囲で降伏点を超えないように**許容応力度**を決めます。それは、**安全係数**(safety factor)を決めて、降伏点応力度を安全係数で割った値です。そこで、安全係数をどのように決めるかの議論に変わります。結論から言うと、橋梁構造物では、2 が標準です。橋梁は振動しますが、静的なタワミの位置を中心として振動することを考えれば分かるように、最大の動的タワミは下向きの静的タワミと、ほぼ同じです。上側に大きく振れると橋が跳びあがることになりしますので、それ以上の振幅は考えません。最大振幅では、静的タワミが約 2 倍になりますので、静的に計算した自重による応力度も約 2 倍です。通常の構造物では、そこまで大きな振幅は出ませんので、この安全係数を値切ります。鋼構造物では 1.7 程度からじわじわと下げていき、1.5 前後でせめぎあっています。建築構造物は、地震時以外には振動がありませんので、橋梁構造物よりもさらに安全係数を下回って決めています。地震がなければ、安全係数を 1 よりも僅かに大きくしておけば壊れることはありません。地震を考えた震度法は、安全係数に代えて自重を割り増す方法です。橋梁では振動を起こさせる主な要因が自動車荷重などの活荷重ですので、活荷重の方に**衝撃係数**を掛けた分で割り増します。実際の振動現象を測定して、衝撃係数の実体を調べる研究も行われます。

### 4.2.3 コンクリート梁の設計は引張強度で考える

コンクリートは人工の石材ですので、引張応力が出ないように工夫します。しかし、曲げ部材は引張応力度の発生が避けられないので、基本的な設計思想は引張強度を安全係数で割った値を許容応力度にするのが合理的です。しかし、明示的に**許容引張応力度**を規定することを避け、コンクリートの引張強度に期待しない、もしくは引張強度を無視する仮定が使われます。これが多くの誤解を生む原因です。引張強度が無い材料の代表が砂利・砂・土です。純剪断応力が作用する二次元の応力場は、圧縮応力度と引張応力度と同じ大きさです。そうすると、引張強度が 0 であると剪断強度も 0 です。これに代わるのが**摩擦力**です。摩擦力は、摩擦面に垂直な力が作用することで横向きに抵抗するときの力です。剪断応力度は、その力の向きと作用している面とに垂直な断面にも出しますので、力の発生原理が違います。コンクリートの示方書では、**許容応力度法**の解説のところに、**許容剪断応力度**と**許容付着応力度**の規定があります。許容剪断応力度は、ほぼ許容引張応力度と読み替えても間違いではありません。コンクリートと鉄筋との付着応力度は、剪断応力度と摩擦力との合わさった考え方です。そのため、普通丸鋼よりも異型鉄筋の方が、機械的な引っ掛かりが増える分だけ、許容付着応力度を高く決めることができます。

## 4.3 強さの試験方法

### 4.3.1 実物で試験することが理想であること

構造物の強さを調べる最も直接的な方法は、実物に荷重を作用させて、破壊までの過程を観察することです。これは非現実的ですので、一步ずつ、実物大の部材レベルの梁や柱を使う試験が多く行われます。これも費用が高みますが、実践的な知見が得られます。例えば、経済力の強いアメリカでは、製鉄所で圧延されたH形鋼をそのまま使って強度試験を大量に行い、その実験結果をまとめて、H形鋼をそのまま使う塑性設計法を提案しました。鉄筋コンクリートの梁や柱の設計提案も、ほぼ実物大の実験結果を積み上げて、使い易くした計算式にまとめたものです。先に理論があったわけではありません。標準化された材料試験は、実験結果を相互に比較できて、費用の面でも負担にならないような規格化された強度試験です。この知見は一種の理想化された状態での結果ですので、それを応用して、実物寸法の部材、さらには実物構造物の強さの現われ方を推定するときの応用理論が研究されます。これが材料力学、さらには応用力学の課題です。その基本となる試験機の原理について簡単に触れておきます。試験機は、オイルジャッキを応用する装置が普通ですが、万力で締めつけるような機械的な原理を使う試験機もあります。どちらも、材料に強制的に変形を加えていき、そのときの力の大きさを測ります。それを受けて、変形-力の関係を表す曲線は、横軸を変形とするように描きます(図4.1参照)。常識で考えると、変形は力が作用することで起こる現象ですので、力を横軸にしたいですが、それは、工学の習慣ではありません。

### 4.3.2 応力-歪み曲線の見方も理解しておく

鉄筋の強度を引張り試験することを例として説明します。適当な長さの鉄筋の両端をチャックで挟み、強制的に変形を与えるように、ジャッキにオイルを圧送します。その変形に釣り合う力がオイルの圧力で得られます。試験機の方に簡単な記録計がついていますので、図4.1のような力と変形を描いてくれます。変形を加えていくと、最初、力もほぼ直線的に増加します。変形が大きくなると力の増加が鈍くなり、直線的な関係からずれてきます。ずれはじめを**比例限界**(proportional limit)と言います。変形が小さい場合であっても、力と変形とが数学的に正確な直線関係にはなりませんので、比例限界は曖昧な定義です。さらに変形を加えると力の増加が止まり、少し下がります。軟鋼では明瞭に観察できますので、これを**降伏点**と約束します。理想的な降伏点は、力を抜いたときに変形が残らないときの最大荷重ですので、こちらを**弾性限界**と言います。しかし、これは実験的に求め難い定義です。降伏点も、実験的に求めることが難しい材料があります。高張力鋼には、実験的に明瞭な降伏点を示さない材料があります。脆性材料の場合には、降伏点と最大荷重(耐力)とは同じであって、そこから少し変形を増すだけで破断します。多くの材料は、さらに変形が出ますが、変形を加えて行くには余分のエネルギー(力×ストローク)が要ります。これが**塑性**(plastic)的な性質です。降伏点以降の力と変形の性質は、傾向として二種類あります。一つは、変形の増加と共に力が下がる場合です。断面積が小さくなっていきますので、これが普通の性質です。もう一つは平行か、やや増加する場合です。コンクリートの圧縮試験では、力と変形の関係は、山形を描きますので(図3.2)、降伏点を最大荷重位置で考えます。コンクリートも幾らか塑性的な性質を持ちますので、最大荷重で直ぐには破壊しません。軟鋼の引張り試験では、かなりの塑性的な変形能を示すと共に、力も大きくなり、ある歪みのところで最大値になります。これを**耐力**と言ひ、降伏点よりも高めで得られます。引張り試験では、試験体の実際の断面積が小さくなりますので、耐力が上がる原因は、鋼材内部の結晶構造が変化して、最初とは違う材質に変化するためです。反対に、軟鋼で高さの小さな柱を作って圧縮試験をすると、降伏点以降では塑性変形で実際の断面積が増えて行きますので、力が右肩上がり大きくなり、実験的には耐力は見つかりません。しかし、理論的なモデルは引張と圧縮の性質は対称として扱います。

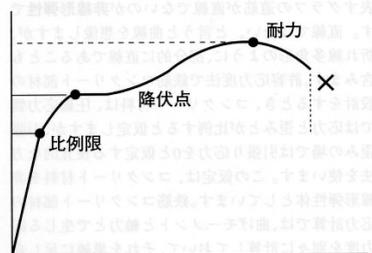


図 4.1 力と変形の関係を表す図(軟鋼)

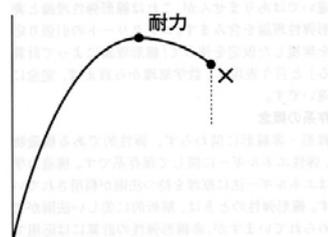


図 4.2 力と変形の関係を表す図(コンクリート)

## 4.4 耐久性

### 4.4.1 丈夫さの実現方法

強度に期待する材料の使い方は、強度が高ければ良いという評価だけでは不十分です。ある最高強度に達したら、その時点で破壊してしまうのでは物騒です。**脆性**(brittle)とは、そのような性質を指し、材料としては、ガラス・陶磁器・石材、そしてコンクリートを含みます。脆性に対する性質が**耐久性**(durable)であって、すぐには壊れない(破断しない)性質を言い、易しく言えば**丈夫さ**(tough)です。最初から塑性変形を示す材料は、直ぐには壊れませんが、変形が元に戻らなければ破壊の進行と同じです。そこで、構造材料としての丈夫さは、二段階で評価します。第一段階は、弾性的な性質を示す範囲(便宜的には降伏点)が大きいこと、第二段階は、降伏点以降、直ぐには壊れないことですので、塑性的な性質(伸び)が大きいと実現できます。コンクリートを主材料とする構造物は塑性的な性質が鋼材よりも劣りますので、鋼材と組み合わせて、構造体として丈夫さを実現させるように工夫します。この構成方法の用語としては、**合成**(composite)の言い方が普通ですが、**混成**、英語からきた**ハイブリッド**(hybrid)、も使われるようになりました。鉄筋コンクリート構造は、ミクロに見れば合成構造ですが、マクロに見ればハイブリッド構造です。繊維補強コンクリートもそう見ることができます。コンクリートの中に埋め込まれた鉄筋は、コンクリートが降伏するまでは、粗骨材と同じです。鉄筋は、網入りガラスと同じように、コンクリートに亀裂が出始めたところから効きはじめるので、部材内部で力の配分が違ってきます。

### 4.4.2 鉄は非常に特殊な金属であること

鉄筋コンクリートに使う鉄筋は、材質に軟鋼が使われます。鉄は種々の成分によって機械的性質が大きく変化します。この中、炭素成分の多少が最も大きく影響します。鉄筋に使う鋼材は、炭素成分に換算して重量比約0.3%を含みます。大雑把に言えば、炭素の多い順に、**鋳鋼**・**高張力鋼**・**軟鋼**となります。構造材料に使う軟鋼の特徴は、強度もそこそこありますが、引張り力で破断するまでに20%の塑性伸びを保証することが、規格を決めるときの条件の一つです。軟鋼の引張試験の結果を模式的に表したのが図4.1です。塑性領域に入ってから力を抜くと、ほぼ直線的に変形が戻りますが、最初の0位置には戻りません。これを残留変形と言います。そこから再び荷重を上げると、新しい材料並の弾性的な性質を示し、最初の力と変形の曲線の所まで戻ります。それ以降は、道草を食った分がないように力と変形の関係が繋がります。塑性変形を繰り返すと、塑性伸びの部分を食い潰して行きますので、次第に脆性材料化します。疲労は、ミクロのレベルで塑性伸びの性質を食い潰す現象ですので、疲労が進んだ材料は脆くなります。構造用鋼材は、この塑性的な性質を保証する材料です。或る程度の変形加工ができて、その加工によっても強度が下がる部材が製作できます。強度の大きな鋼材は、機械加工に大きな力が必要です。また、塑性的な性質が少ないと機械加工に向きません。鉄筋は曲げ加工をして配筋しますので、降伏点が高すぎる材料は加工が簡単ではなくなります。伸びが小さければ、曲げると直ぐに折れてしまいますので施工に向きません。

### 4.4.3 降伏点と耐力の区が曖昧になってきたこと

耐力が約 $41\text{kgf/mm}^2$ ( $400\text{N/mm}^2$ )の軟鋼の処女材料で引張り試験をすると、降伏点は、ほぼ $26\text{kgf/mm}^2$ が得られます。古い基準で鉄筋の許容応力を $1200\sim 1300\text{kgf/cm}^2$ としてあるのは、降伏点を安全係数2で割った値に基づいています。軟鋼の耐力は降伏点の約1.5倍まで上がりますので、耐力を基準に考えた安全係数は約3です。ところが、軟鋼に機械加工をすると、見かけ上、降伏点の高い材料に変わります。これは、鋼材内部の結晶構造が変化するからです。鋼材は、圧延の過程で熱処理を加えるなどをすると、同じ材料でも降伏点の高い材料が製造できます。そうすると、異なった材料を組み合わせる場合、降伏点を基準として安全係数を定める考え方と、耐力を基準とする場合の安全係数とで、数値的な釣りが取れなくなってきました。弾性設計法は、材料を弾性範囲内で使うことを前提とした計算法ですので、安全係数の基準にする強度は降伏点です。降伏点と耐力との比は、鋼材の種類によって変わります。また、製造および加工のときの処理次第でも降伏点が変わります。条件次第で変わるのでは設計計算では困ります。耐力は大きく変化しませんので、耐力の方に視点を移す計算法が提案されるようになりました。それが、通称で言う限界状態設計法です。

## 4.5 線形と弾性の用語

### 4.5.1 線形と一次とは少し違う意味であること

数学式では、線形と一次のような表現を良く使います。**線形**(linear)は、数学的には厳密な約束があって、0 (ゼロ) の定義と、演算規則として加法とスカラー倍を保証しなければなりません。**一次**(first order, first degree)の用語は、やや広く解釈します。例えば、 $y=ax+b$  の代数式は、一次式と言うことはできますが、線形式ではありません。理由は、 $x=0$  のとき、 $y=b$  ですので、ゼロの定義が成立しません。また、二つの計算結果の対  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  とがあるとき、 $x=(x_1+x_2)$  を代入して計算した結果  $y$  が、 $(y_1+y_2)$  と等しくなりませんので、演算規則が成立しません。 $b=0$  とすれば線形式になります。微分方程式でも、線形微分方程式の言い方があります。微分では一次微分・二次微分の言い方もありますが、二次式は二乗を含む意味がありますので、線形一階微分方程式、非線形二階微分方程式のような言い方を使います。

### 4.5.2 弾性は必ずしも線形的な性質とは限らないこと

弾性というのは、力が作用すれば変形し、力を抜けば元に戻る性質の総称です。時間の要素を考えると、静的弾性と動的弾性を区別します。数学的な扱いは、力が0のときに変形を0とすることを暗黙の約束とします。力と変形の関係をグラフに描いて、その道筋が直線であるのは一次式の関係です。力が0であるときの基準位置を0として変形を求めるように整理したときが**線形弾性**です。力と変形を表すグラフの道筋が直線でないのが**非線形弾性**です。直線ではない、と言うと曲線を想像しますが、折れ線多角形のように、部分的に直線であることも含みます。許容応力度法で鉄筋コンクリート部材の設計をするとき、コンクリート材料は、圧縮応力側では応力と歪みとが比例すると仮定しますが、引張歪みの場では引張り応力を0と仮定する便宜的な方法を使います。この仮定は、コンクリート材料を非線形弾性体としています。鉄筋コンクリート部材の応力計算では、曲げモーメントと軸力とで生じる応力度を別々に計算しておいて、それを単純に足し合わせる線形計算が成立しません。言葉の使い方として、「弾性理論によって計算する」という表現は、間違いではありませんが、これは線形弾性理論と非線形弾性理論を含みます。コンクリートの引張り応力を無視した仮定を使って「線形理論によって計算する」という表現は、数学原理から言えば、完全に間違いです。

### 4.5.3 保存系概念

線形・非線形に関わらず、弾性的である構造物は、弾性エネルギーに関して保存系です。構造力学ではエネルギー法に原理を持つ法則が利用されています。線形弾性のときは、解析的に美しい法則がまとめられていますが、非線形弾性の計算には応用できないこともあります。弾性的であることを応用する実践的な計算方法があります。その最も常識的な応用は、二つ以上の力を作用させて変形を計算するとき、力を作用させる順番を変えても、最終的な変形が同じ、応力状態も同じになることです。このような性質を**保存系**と言います。しかし、別々に計算した変形と応力を単純に加算した結果とは違います。線形弾性では、加法とスカラー倍が保証されますが、非線形弾性の場合は成立しないからです。微小な変形の場合には線形と仮定できても、変形が大きくなると力の向きの約束が最初とは違ってくることによる非線形があります。この場合の実用的な扱いでは、最初からほぼ最終的な変形状態を仮定して、そこからの変形が微小であるとして線形計算を応用する方法があります。撓度法がその一例です。

### 4.5.4 フックの法則の解釈と応用

フック (R. Hooke: 1635-1703) の法則は「変形が小さい範囲ならば力と変形が比例する」というものです。「小さい」という用語がくせものであって、現実問題に当てはめる絶対的な大きさを指しません。この形容詞を工学的・数学的に使うときは、比較の対象が要ります。そこで、この法則を微分レベルに使う「微小な変形の増分は微小な力の増分に比例する」として種々の解析に応用します。微小という量も曖昧ですが、数学的には直線的な関係にある範囲であれば良しとしますので、ここに線形弾性の約束を適用します。幾何学的に微小な範囲で見れば線形弾性の変形であっても、その変形を積み重ねると幾何学的には大きな変形を示し、結果として非線形弾性の性質になることも普通に見られます。大きな非線形の弾性変形を計算したいとき、一意の解析式が求められることは多くありません。実用レベルの数値計算では、現在の状態を変位0として、力の増分による変形分を線形計算で求めます。そして、そこまでの変形と加算し、改めてその変形位置を0とし、次の力の増分で線形計算を繰り返すような、逐次計算法で求めます。

#### 4.5.5 塑性とは非線形とは別の概念であること

塑性は弾性の対比で定義される言葉です。力が作用すれば変形しますが、力を抜いても変形が元に戻らない性質です。力と変形の関係を表すグラフがどのような道筋を描こうとも、変形が0に戻るのには弾性です。これには線形弾性と非線形弾性の区別はあります。しかし、変形が元に戻らないことは非線形の性質と言えますが、非線形塑性・線形塑性の用語はありません。元に戻るのに時間が掛かるのは粘性があると言います。力を加える場合と抜く場合とで同じ変形の道筋を通らないとき、グラフのループ部分に相当する仕事（エネルギー）が消費されます。弾性変形では、この仕事は弾性エネルギーとして材料に保存され、最後は熱に変わります。塑性変形は常に非線形之力-変位関係を示し、そのときにする仕事は材料内部の組織を変えることに使われ、結果として変形は0に戻りません。塑性変形を生じさせる仕事は、その分だけ材料の持つ潜在的なエネルギー、つまり丈夫さを減らします。材料全体の潜在エネルギーは、図 4.1 に示した応力-歪み曲線と横軸との間の面積です。材料の破壊は、このエネルギーを使い果たしたときです。

#### 4.5.6 塑性には時間の要素も関係する

材料実験は、塑性の現象を短時間で観察できますが、長い時間経過で塑性変形を起こすこともあります。死荷重応力のように、一定の力が作用している状態は、短期間で見れば弾性的な変形分だけを示していますが、時間の経過によってじわじわと変形が増加する現象があります。この歪みの増加現象をクリープ(creep)と言ひ、一種の塑性変形です。逆に、一定の歪み状態にしておくと、応力度の大きさが時間の経過によって抜けて行く現象になり、用語としてはリラクゼーション(relaxation)と言ひます。クリープとリラクゼーションとは材料にとって同質の現象ですが、数学的な扱いの違いから別の用語が使われています。クリープまたはリラクゼーションは、プレストレスコンクリート構造物が施工されるようになるまでは、あまり注意が払われませんでした。クリープまたはリラクゼーションを発現させる数学モデルは、歪みの増加速度  $d\varepsilon/dt$  を考えます。この速度は、作用している応力度に比例し、十分な時間が経過すれば0になる（クリープが止まると）仮定します。コンクリートの場合、時間軸の起点  $t$  を、強度が出始める時点に置き、応力度が何時から作用するかを含めて、 $d\varepsilon/dt = a\sigma \exp(-kt)$  の式で考えます。材令が若い時点から応力度が作用していると、全体のクリープ歪みが大きくなります。

#### 4.5.7 最終結果を合わせる擬似的な線形

非線形の弾性または塑性の現象を扱うとき、途中の力と変形の曲がった道筋を省いて、最初の0位置と最終の変位位置とを直線で結び、擬似的に線形扱いをすることで式の扱いを簡単にすることがあります。構造物の変形をエネルギー法で計算するのは、部材個別の歪みの総合ですので、数学的に見れば積分で計算しています。これは一種の平均化を行うことですので、あらかじめ、部材単位でも平均化をしておくと簡明です。最も普通に行われるのは、部材断面の平面保持の仮定です。次いで、断面内の応力の凸凹は、弾性係数（ヤング率）を一定値と考えることで直線的な関係が得られます。クリープ現象によって、コンクリート構造物のタワミが年月によって増加する現象を、コンクリートのヤング率が変化したと置くと計算が簡明になります。コンクリートのヤング率  $E_c$  は、鋼材のヤング率  $E_s$  との比  $n = E_s/E_c$  に置き換えて扱うことが多いのですが、その  $n$  を変えるときにクリープ係数  $\phi$  を使ひます。この係数は、クリープ歪み分と弾性歪み分との比で与え、大雑把に言えば2前後です。これを使うと、クリープを考えない場合には  $n$  であったコンクリートが、クリープ発現後は  $n(1+\phi)$  になったとして計算します（図 4.3）。コンクリートは弾性範囲でも非線形の性質がありますので、種々の弾性係数を使い分けまひ。接線弾性係数(tangent modulus)、割線弾性係数(secant modulus)、換算弾性係数(reduced modulus)などと呼ばれています。コンクリートの弾性係数を実験的に求めるときに、超音波の振動の共鳴で求める方法があります。これを動弾性係数と言ひ、コンクリートの応力が0の近傍の接線弾性係数が得られます。

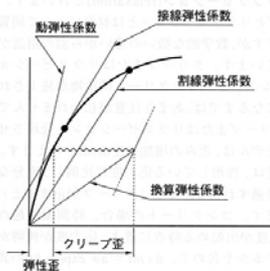


図 4.3 種々の弾性係数を決める

## 4.6 コンクリート曲げ部材の強度

### 4.6.1 曲げ試験は危険を伴うこと

自然石を切り出して石橋に使うのは、寺社の境内や公園でごく普通に見かけます。石材は重量がありますので、人の重さ程度で折れることはありません。このような使い方ができるのは、石材やコンクリートに引張強さがあるためです。しかし、石やコンクリート製の梁は「突然折れるのではないか」という恐怖感があります。これは、石材やコンクリート部材ではタワミが大きく出ませんので、タワミを観察して破壊の兆候を見つけ難いこともあります。もう一つ、荷重の掛け方に関係があります。梁を横に支え、その上に重しを積み増して行くような載荷方法は危険であって、最大荷重で瞬間的に折れます。梁の引張り側で亀裂が出ると有効断面が減少しますので、荷重がそのまま作用していると亀裂が連鎖的に進むからです。亀裂が見つかったら、重しを取り除く余裕があれば、折れないで止まります。この余裕は、石材やコンクリートに幾らか塑性的な性質があることで得られています。実験的にその余裕を確かめるには、材料試験機での載荷と同じように、強制的に変位させるように試験します。最高荷重を超え、すこし荷重が下がってから破壊しますので、それが余裕です。実は、実務でコンクリートの圧縮強度試験をするときも、この原理を応用しています。圧縮荷重の伸びが止まって、最大荷重から指針が少し下がったところで即座に試験を打ち切ります。そうすると、試験体は未だ元の形を保っていますので、後始末が楽になるからです。

### 4.6.2 曲げ強度は引張強度より大きく計算されること

鉄筋を使わないで、コンクリートだけで梁として使うときは、引張り側のコンクリートが**引張強度**を越えないようにします。そのときの安全係数は3とするのが標準です。安全係数が2であると、振動し易い構造物では危険だからです。コンクリートの単純な引張強度は圧縮強度の約1/10しかありませんので、曲げ部材として無筋コンクリート梁を使うのは非効率です。しかし、曲げ部材として試験をすると、理論上想定される引張縁の引張強度よりも幾分高めの強度が得られ、圧縮強度の約1/5~1/7です。セメントの曲げ強度試験でもこの性質が観察されます。そのため、この強度は引張強度とは別枠で**曲げ強度**に分類しています。これは、コンクリートの応力-歪みの関係が直線ではなく、放物線のように曲線を示す非線形弾性に拠る効果です。これを説明する一つのモデルは、コンクリートが引張で破壊するまでの、非線形の応力-歪み関係を、放物線と仮定します。圧縮側は強度に余裕がありますので、直線状の応力-歪み関係を使います（図4.4）。そうすると、計算上の曲げ強度は、単純な引張強度の約1.4倍が得られます。

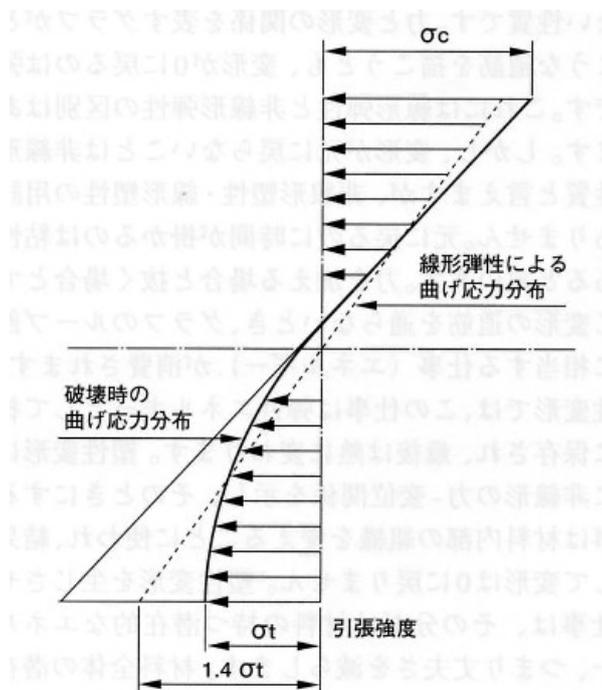


図 4.4 コンクリート矩形梁断面の曲げ破壊寸前の応力度分布

#### 4.6.3 鉄筋を使うと亀裂があまり出なくなる

昔施工された標準的なコンクリートの圧縮強度は  $150\text{kgf/cm}^2$  程度でしたので、許容圧縮強度も安全係数を3として、 $50\text{kgf/cm}^2$  程度で設計しました。許容引張強度は考えないことにした習慣を引きずって、**許容ひび割れ幅**という用語も闊歩しています。ひび割れは、ある区間の歪みの累積で生じます。隣り合うひび割れの間隔が広くなれば、ひび割れ幅が広がりますので、絶対基準が決まりません。また、ひび割れは部分的には破壊そのものですので、破壊を許容する意義のこの用語は、安全設計の思想からは使いたくないところです。鉄筋は軟鋼を使うとして、その引張許容応力度は、 $1200\text{kgf/cm}^2$  でした。同じ位置でのコンクリートの引張応力度に換算すると、 $n=7\sim 15$  に相当する引張応力度が約  $80\sim 170\text{kgf/cm}^2$  となり、コンクリートの引張強度を超えます。実際には亀裂の出ない鉄筋コンクリートの梁が施工されます。つまり、現実の曲げ強度の出方は、理論の仮定通りにはなりません。これは、前項で説明したように、コンクリートの応力-歪みの関係が曲線を描き、実質の割線弾性係数が下がるからです。さらに、クリープが発現すると、割線弾性係数は、実質的に  $1/3$  以下に落ちますので、死荷重応力度のような持続的な応力度は鉄筋の方に移ります。つまり、死荷重による応力度の計算では、コンクリートの引張応力度を0と仮定する計算は合理的です。コンクリートに働く実効の引張応力度は、活荷重分だけになりますので、コンクリートの引張強度以内に納まります。そのため、コンクリートの引張側に亀裂（ひび割れ）が出難くなります。これが古典的な許容応力度法の隠された現実です。じつは、クリープ発現と応力の再配分の考え方は比較的新しいものです。鉄筋の断面積は、多くてもコンクリート断面積の3%程度ですので、鉄筋コンクリートの梁であっても、実体は無筋コンクリートと大して変わりません。

#### 4.6.4 安全を確実にするために鉄筋を使う

無筋コンクリートの梁は、引張側に亀裂が入ったところで、梁としての機能が終り、耐荷力はそれ以上に上がりませんし、直ぐに折損します。そこで、鉄筋を加える基本条件として、「①設計荷重の範囲内で亀裂が入らないこと・②亀裂が部分的に入ったとしても設計荷重の範囲内ではそれが進行しないこと・③設計荷重を超えても直ぐに折損しないような余力があること」の計算方法を工夫します。橋梁の場合には、振動することで応力度が増加しますので、設計荷重の何割か増しまで、亀裂が発生しないように考慮しなければなりません。これが第一段階の安全係数への要求です。支間の小さなコンクリート橋は、鋼橋に較べて相対的に剛性が大きくなりますので、従来は、振動に拠る応力度の増加を考えるまでもありませんでした。近年になって、特に自動車荷重が大きくなってきたこともあって、設計荷重以上の荷重車が載る確率が増え、コンクリート下面で亀裂から剥落が多く観察されるようになりました。しかし、鉄筋の協力作用が効いて、直ぐに悲劇的な破壊にはつながっていません。つまり、限界状態に対する第二段階の安全係数が効いています。この現実から見れば、古典的な鉄筋コンクリート梁の設計法は良い成果を残しています。しかし、この設計法は、材料の強度がそれほど大きくなかった、など、現状とは異なる幾つかの条件を前提にして構築されています。したがって、強度が高くなった材料を使って、同じような計算法で設計すると、早めに亀裂が観察される、などの不具合も起こるようになりました。

#### 4.6.5 許容応力度法の計算モデル

標準的な鉄筋コンクリート矩形梁の古典的な計算法は、鉄筋量を変えながら多くの破壊実験を積み上げた実験データを元にして決めたものです。設計荷重の2倍までは目立った亀裂がなく、設計荷重の3倍まで持つような鉄筋の使い方と、結果を説明する実用的な計算理論を後から考えました。最初に理論があったのではありません。鉄筋コンクリートの梁が曲げ破壊をするまでの、内部の応力分布モデルは、多くの参考書で紹介されていますが、実際は全く分かりませんので、すべて仮説と言ってよいでしょう。仮説であるならば、成るべく計算し易いモデルが勝ります。コンクリートは、圧縮歪み側のみ線形の弾性体と仮定し、引張歪みでは引張応力は出ないとします。このモデルは非線形ですので、曲げの中立軸の位置を求める計算が複雑になります。最も実用される断面構成が単鉄筋矩形梁、ついで圧縮側にも鉄筋を入れる複鉄筋矩形梁です。曲げと軸力が作用する矩形断面では、三次方程式を解かなければ中立軸が計算できません。断面形が矩形でないと、一挙に計算が面倒になりますので、設計計算を敬遠する傾向がありました。計算式は少し込み入りますので、章を改めて解説します。

## 5. 矩形断面部材の計算法

### 5.1 単鉄筋矩形梁

#### 5.1.1 常識を再確認するために

鉄筋コンクリート梁の設計法として最も基礎的な計算法は、コンクリートの引張応力を無視した、単鉄筋矩形梁の計算法です。この計算法は歴史が古く、多くの場面でそのまま、または応用されてきましたので、計算式に使う記号なども常識的な約束が定着しています。種々の新しい計算法が提案されますが、その得失の議論には、表（おもて）には現れなくとも、単鉄筋矩形梁の計算法との対比が使われます。そのため、コンクリート工学の勉強では、コンクリート矩形梁の計算法の知識を、どこかで、きっちり埋めておかなければなりません。この章では、式を導くときの考え方と、式の意義などを説明しました。具体的な数値計算に役立つように、Plain\_Basic のプログラムリストを章の最後に付しました。プログラム本体と例題とは、別にインターネットで参照できるようにしてあります。

#### 5.1.2 記号の使い方も習慣で決まっていること

単鉄筋矩形梁の断面モデルは図 5.1 です。暗黙の座標系の約束は、梁上面を基準として下向きに測ります。梁の高さは、引張側鉄筋断面の重心位置までの距離  $d$  を使い、これを有効高さ(effective depth)とします。実際の矩形梁の外形高さは  $h$  です。これは  $d$  に鉄筋半径と**かぶり**を考えた分だけ大きくします。鉄筋は、断面積  $A_s$  の部材とし、二次モーメントを無視します。コンクリート工学では、鉄筋のヤング率とコンクリートのヤング率の比を  $n = E_s/E_c$  (**エヌ値**) を使います。古典的な許容応力度法では、 $n=15$  が標準値です。鉄筋断面は、コンクリート断面に換算するときは  $n$  倍し、 $nA_s$  として代入します。次の節で説明する複鉄筋矩形梁は、圧縮側にも鉄筋を入れます。このとき、鉄筋断面積分だけコンクリート断面積を控除して、 $(n-1)A_s'$  として鉄筋の寄与を計算するのが理屈ですが、 $n$  の値が 1 よりも充分に大きいので、実践的には  $nA_s'$  で計算します。これには、鉄筋の使用量  $p$  が、多くてもコンクリート断面積の 3% 程度であることも考慮に入っています。コンクリートと鉄筋の応力度の記号には、材料力学の習慣から、ギリシャ文字の  $\sigma$ 、 $\tau$  を使います。設計計算では強度を表す方の応力度には英字記号の  $f$  を使い、軸応力度と剪断応力度ともに同じ英字を使いますので、記号概念の混乱が起きています。

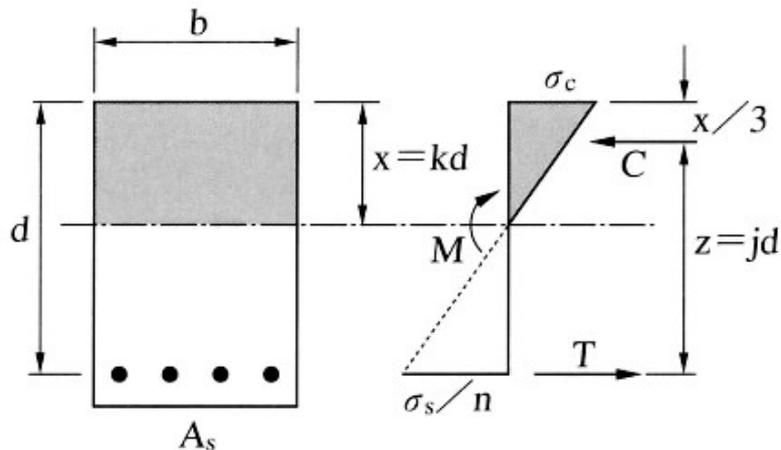


図 5.1 矩形梁のモデルと標準で使う記号

#### 5.1.3 終局強さの思考実験\_第一段階

無筋コンクリートを梁として使うことはできるにしても、一旦引張側に亀裂が発生すると、それ以降の耐力の増加はありません。亀裂が出ると曲げに抵抗する有効断面が減少しますので、もし同じ荷重が作用していれば連鎖的に破壊が進行します。つまり、実質の耐荷曲げモーメントは 0 です。歯止めの掛からない破壊を抑えるために、引張側に鉄筋を入れます。鉄筋を入れると、応力分布の様子がどのように変わるかを、単鉄筋矩形梁について、思考実験で考えます。一般論として、弾性体の力学では、**力の条件**と**変形の条件**の二つを考えて解きます。力については、**三角形**に分布する圧縮側のコンクリート応力度の合力  $C$  と、鉄筋に作用する引張力の合力  $T$  が、大きさが釣り合い、その合成が部材モーメント  $M$  です (図 5.1)。変形の条件にはヤング率の比  $n$  を使います。まず、或る曲げモーメントが梁に作用しているときの解を、上で説明したモデルを使って求めます。

- コンクリート工学では、コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$  を正の符号で扱い、鉄筋の応力度  $\sigma_s$  も引張応力度を正の符号で扱います。コンクリートの圧縮応力の合力  $C$  と鉄筋の引張力の合力  $T$  との釣合いを考えると、中立軸の位置  $x$  を未知数として、 $x$  を計算する力の条件ができます。この  $x$  の位置まで、コンクリート梁は亀裂が入ると考えます。 $x$  の計算式を下のように、パラメータ  $k$  と  $p$  を使って整理して示します。

$$k = \left( \frac{x}{d} \right) = 2 \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \right) p \quad \dots\dots(1)$$

ただし  $p$  は  $h$  ではなく  $d$  を使った鉄筋比です

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad \dots\dots(2)$$

- 平面保持の仮定を満たすために、 $n$  を使って、変位の条件を満たす  $x$  の計算式を立てます。

$$\frac{x}{d-x} = \frac{n\sigma_c}{\sigma_s} \quad \dots\dots(3)$$

または

$$k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s} \quad \dots\dots(3')$$

- 式(1)~(3)を使うと、鉄筋の使用量  $p$  をパラメータとして、未知数  $x$ 、つまり  $k$  を計算する式が、 $k$  の2次方程式で得られますので、根の公式を使って正の値をとる  $k$  を計算します。

$$k^2 + 2npk - 2np = 0 \quad \dots\dots(4)$$

これを解いた式は

$$k = -np + \sqrt{(np)^2 + 2np} \quad \dots\dots(4')$$

- $k$  が計算できれば、作用している曲げモーメントとの対応式が得られます。これを、コンクリート矩形断面の断面係数  $Z$  と、コンクリートの応力度  $\sigma_c$  を使って整理した式で示します。断面係数は、実務の設計計算では有用な概念ですので、改めて次章で解説します。

$$M = k(3-k)Z\sigma_c \quad \dots\dots(5)$$

ただし  $Z$  は  $h$  ではなく、 $d$  を使った矩形断面の断面係数です

$$Z = \frac{bd^2}{6} \quad \dots\dots(6)$$

#### 5.1.4 断面と曲げモーメントが与えられて応力度を計算すること

式(4)と(5)は、単鉄筋矩形断面の寸法と鉄筋量が与えられとき、作用する曲げモーメントによるコンクリートの応力度  $\sigma_c$  を検算するときに応用します。計算手順としては、鉄筋の応力度  $\sigma_s$  を求めるには、式(1)または(3)にコンクリート応力度を代入して計算します。設計断面の提案後では、計算上必要とする矩形断面の寸法は、切りのよいように、端数が、例えば 10cm 単位になるようにします。鉄筋断面積も、製品カタログにある具体的な鉄筋径と本数を決めて、それを使います。断面提案方法は、この後の項で説明しますが、 $k$  の値は実践的には 0.4 前後です。そうすると、式(5)は、ほぼ  $M=Z\sigma_c$  です。これは、幅  $b$  高さ  $d$  の矩形断面全体を有効としたときの曲げモーメントと縁応力度の関係です。この関係は非常に有用です。設計モーメントが与えられて、最初に大体の矩形断面の寸法を見積りたいとき、コンクリートの圧縮許容応力度  $\sigma_c$  から所要の断面係数  $Z$  が計算できます。式(6)を応用して、この断面係数になるように  $b$  と  $d$  の概略値を提案することができます。

### 5.1.5 終局強さの思考実験\_第二段階

式(1)は、 $k$ の値が、鉄筋量  $p$  に比例する形です。式(5)は、鉄筋を使わなければ、 $x=0$  です。つまり、曲げモーメントに抵抗できません。鉄筋量を決めれば、式(4)から  $k$  の具体的な数値が決まりますので、式(5)から、作用している曲げモーメントによって生じるコンクリートの応力度が計算でき、また鉄筋の応力度も計算できます。これらの式を応用して、与えられた鉄筋コンクリート断面の耐荷モーメントが計算できます。その条件は、鉄筋またはコンクリートのどちらかが最大応力度になったときです。計算上の最大応力度は、鉄筋では降伏点  $\sigma_{sy}$ 、コンクリートは圧縮強度  $\sigma_{cy}$  とします。

- 最初、髪の毛のような小さな断面の鉄筋を入れると考えます。式(4)から、鉄筋比  $p$  を代入して  $k$  が決まりますので、これを式(1)に代入すると、鉄筋応力度とコンクリート応力度との比が決まります。鉄筋量が小さいと、鉄筋の応力度がコンクリートの応力度よりも相対的大きく出ますので、曲げモーメントを増していくと、鉄筋の方が先に降伏点応力度になり、それ以上大きくなりません。この時が、梁の耐荷モーメントです。鉄筋が引き伸ばされますので、梁は曲がりが大きくなり、鉄筋が破断したときに梁が崩壊します。
- 鉄筋の使用量を増やしていくことを考えます。上と同じように鉄筋応力度が降伏点に達したときが破壊条件ですが、コンクリート応力度も相対的に上がります。或る鉄筋量  $p$  のところでコンクリートと鉄筋とが同時に最大強度になります。この条件は、式(3)に  $\sigma_{sy}$  と  $\sigma_{cy}$  とを代入して得られる  $k$  の値を式(4)に代入することで得られます。この鉄筋比を釣合い鉄筋比と言います。ただし、この用語は新しいものです。近年のコンクリート工学では、 $n$  を使わないで、降伏時の応力度と、そのときの歪みを使った式で表しています。具体的な理解をするため、現在ではやや強度を小さく抑えた古典的な数値を使います。 $\sigma_{cy}=150\text{kgf/cm}^2$ 、 $\sigma_{sy}=2600\text{kgf/cm}^2$ 、 $n=15$  とすると、 $k=0.46$ 、釣合い鉄筋比は  $p=1.3\%$  です。耐荷モーメントは  $M=1.2Z\sigma_{cy}$  です。
- 鉄筋量をさらに増やすと、今度は、鉄筋の応力度が降伏点まで上がらないうちにコンクリートの方で破壊します。つまり、鉄筋は強度に余裕があって、かつ鉄筋量も多く使いますので不経済な断面となります。 $k$  は、式(1)から分かるように 1 を超えない数です。仮に  $k=1$  を式(5)に代入して得られる耐荷モーメントの最大値は  $M=2Z\sigma_c$  です。鉄筋量の増加に比例するようには、能率よく耐荷モーメントは伸びません。

### 5.1.6 断面の提案式

設計の場合、許容応力度を与えて、設計モーメント  $M$  に耐えるような矩形断面の寸法と鉄筋量を提案しなければなりません。コンクリートと鉄筋とがそれぞれ許容応力度になるように断面を決めるのが合理的です。式(3)に許容応力度を代入することで  $k$  が一意に決まりますので、式(1)から所要の鉄筋比  $p$ 、式(5)から所要の断面係数  $Z$  が求まります。断面係数は矩形断面の幅  $b$  と有効高さ  $d$  の式ですので、実践的な設計法では、どちらかを定めることで他方を計算します。普通は  $b$  を先に条件として与えます。これを設計提案式として、下の式(7)のように整理します。ここで使われる  $C_1$ 、 $C_2$  も、古典的な許容応力度法で使う約束記号です。

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{n\sigma_{ca}}{n\sigma_{ca} + \sigma_{sa}} \\ C_1 &= \sqrt{\frac{6}{(3-k)k\sigma_{ca}}} \\ C_2 &= \frac{2\sigma_{sa}}{k\sigma_{ca}} \\ d &= C_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \\ A_s &= \frac{bd}{C_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

### 5.1.7 設計実務で使うように数表が工夫されたこと

コンピュータが利用できなかった時代、設計計算を進めるため、式(1)~(7)を踏まえた数表やグラフが工夫され、データブックやハンドブックにまとめられていました。単鉄筋矩形梁の計算では、2種類の数表が良く用いられます。一つは、断面計算に使うため、式(4)を解いて  $p$  と  $k$  との関係を表にしたもの。もう一つは  $\sigma_{su}$  と  $\sigma_{cu}$  をパラメータとして  $C_1$ 、 $C_2$  を数表化したものです。数表は、パラメータの相異による数値の相異が一瞥で分かることに価値がありますので、変数の区切り間隔などをあまり細かくしません。関数電卓が簡単に使える時代ですので、正確な数が必要であれば元の式から計算することができます。設計実務では鉄筋製品のカタログが必要であって、これから所要鉄筋の径と本数を求め、具体的な設計断面を提案します。最近の鉄筋コンクリート工学の参考書には、このような実務的なデータが載りません。

### 5.1.8 終局強さの思考実験\_第三段階

鉄筋コンクリート梁が破壊するとき、梁断面内のコンクリートの応力分布は、図 5.1 のような直線的な三角形分布ではないと想像するのですが、実体は良く分かりません。材料試験で得られる応力-歪みの関係を表すように、放物線を当てはめるモデルもあります。最も単純化した終局破壊時の応力度分布モデルは、図 5.2 のような矩形分布です。

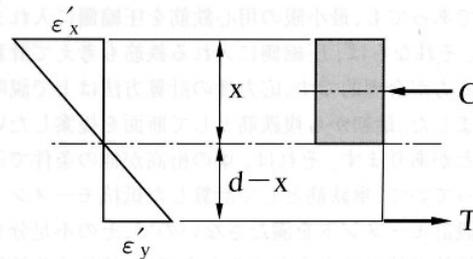


図 5.2 終局破壊時のコンクリート応力分布の仮定

- 引張側の鉄筋断面積を 0 から少しずつ増やして行くことを考えます。コンクリートは梁上面から  $x$  の位置までが圧縮強度になって釣合います。  $x$  の位置に擬似的な中立軸があると考えます。この位置は、式(1)似た形ですが、定数 2 がありません。

$$k' = \left( \frac{x}{d} \right) = \left( \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{cy}} \right) p \quad \dots\dots(8)$$

- $x$  の位置は  $d$  を超えませんので、 $k'$  の最大値は 1 です。コンクリートの応力度分布を三角形で仮定した場合には、 $k$  は式(4)で計算され、 $k=1$  になることはありません。鉄筋比  $p$  が  $(\sigma_{cy}/\sigma_{sy})$  を超えると鉄筋の応力度は降伏点まで上がりません。この限界が、コンクリートの塑性を考えた釣合い鉄筋比です。第二段階の解説と同じように  $\sigma_{cy}=150\text{kgf/cm}^2$ 、 $\sigma_{sy}=2600\text{kgf/cm}^2$  とすると、この場合の釣合い鉄筋比は  $p=5.8\%$  です。この鉄筋量はかなり不経済です。

- 最大耐荷モーメントは、式(5)の形に合わせてと

$$M'_w = 3k'(2-k')Z\sigma_{cy} \quad \dots\dots(9)$$

- 或る鉄筋量で矩形断面が提案されたとき、第二段階の終局強さは式(5)で計算できます。この同じ断面で、第三段階での耐荷モーメントを求めます。式(8)と式(1)を見比べると分かるように、この条件は  $k' = k/2$  を式(9)に代入すれば得られます。そうすると、第二段階で計算した最大耐荷モーメントより幾らか大きく得られます。その比率は

$$\frac{M'_w}{M} = \frac{12-3k}{12-4k} \quad \dots\dots(10)$$

- 実用される単鉄筋矩形梁では、 $k$  は 0.4 前後です。終局状態のコンクリート断面の応力分布を、三角形と矩形を仮定した場合は、種々考えられている応力分布の仮定の両極端ですが、計算上の差は 4% に過ぎません。つまり、応力度分布の相違を神経質に考えるまでもありません。

## 5.2 複鉄筋矩形梁

### 5.2.1 重ね合わせ断面の計算をすること

素材の種類も断面形状も異なる複数の材料を組み合わせ、梁または柱に構成することは普通に見られます。ミクロに見れば、コンクリートは砂利・砂・セメントペーストで構成され、それぞれに弾性係数が異なりますが、その合成がコンクリートとしての弾性係数です。コンクリートの強度が大きいと弾性係数も大きくなる理由の一つは、この、材料の組み合わせにあります。ややマクロに見ると、鉄筋コンクリート部材は、鉄筋とコンクリートの組み合わせですので、コンクリート単独の部材よりも剛性が上がります。計算上は、鉄筋断面積の  $n$  倍だけコンクリート断面が増えたとして扱います。同じように、鋼桁とコンクリート床版で構成する合成桁の計算では、コンクリートの断面積の方を  $1/n$  倍して鋼断面に組み込むように式を整理します。構造力学では、トラス桁のように、部材を幾何学的に組み合わせ、マクロには均質な梁としての変形を計算しますが、個々の部材レベルの応力を計算するとき、静定・不静定の区別によって計算の難易度が出てきます。鉄筋コンクリートの梁や柱の断面構成は、俗に言えば金太郎飴ですが、全体を一種類の材料に換算するとき、不静定の構成を意識することなく、ヤング率の比を使う方法が最も実践的で便利な解決法です。しかし、コンクリートの引張側ではヤング率を 0 と仮定する非線形弾性を仮定するため、部材自身は不静定です。これが曲げの中立軸の計算を複雑にします。複鉄筋矩形梁の場合には、まだ解析的な式を求めることができます。T形梁を始め、少し断面形状が複雑になると、中立軸の位置を求める解析的な式を提案することができませんので、コンピュータを応用した数値計算技術で解決します。

### 5.2.2 中立軸の位置は一次モーメントの計算で求める

中立軸は、図形の重心位置です。この複鉄筋矩形断面では、圧縮側にも  $nA'_s$  分のコンクリート断面が追加されたと考えます。中立軸の位置  $x$  を未知数として、図形の静的な釣合い条件を立てます。これは、式(4)を求める場合と同じですが、一次モーメント(static moment)の計算で得られます。

$$(bx)\frac{x}{2} + nA'_s(x - d') + nA_s(x - d) = 0 \quad \dots\dots(11)$$

上の式の  $x$  に代えて、式(1)と(2)に示したように、パラメータ  $k$  と  $p$ 、さらに圧縮側の鉄筋比  $p'$  を使って整理すると、式(4)と同じ形の  $k$  の 2 次方程式が得られます。

$$k^2 + 2(np + np')k - 2(np + np'd'/d) = 0 \quad \dots\dots(12)$$

ただし  $p, p'$  は鉄筋比です

$$p = \frac{A_s}{bd}, \quad p' = \frac{A'_s}{bd} \quad \dots\dots(13)$$

式(12)で、 $p'=0$  とすると式(4)になります。実は、式(4)は力の釣合いと歪みの条件で導いたのですが、断面形状が複雑になるときは、図形の一次モーメントの性質から中立軸の計算をするのが実践的です。 $k$  の 2 次方程式の根は、式(4)同じように、根の公式で求めます。

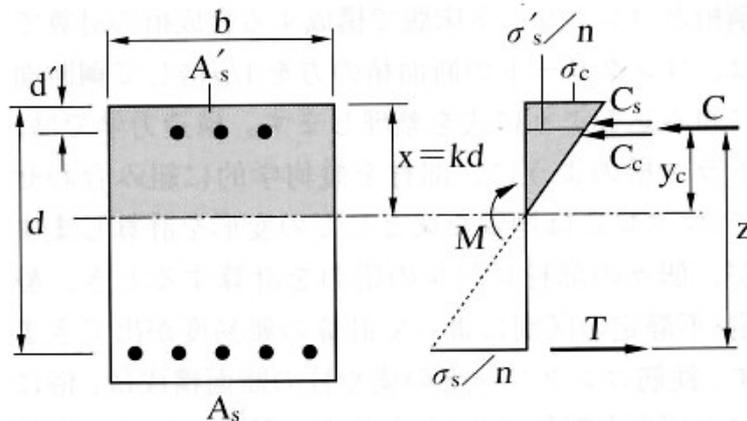


図 5.3 複鉄筋矩形梁のモデル

### 5.2.3 曲げ応力度の計算には断面二次モーメントを計算しておく

コンクリートは、圧縮側だけが存在するとして線形の弾性体を仮定すれば、曲げモーメントを受ける梁の曲げ応力度は、中立軸に関する断面二次モーメント  $I$  を計算しておいて、 $\sigma = M_y / I$  の形式で計算します。中立軸の位置  $x$  は式(11)の二次式を解かなければなりません、その  $x$  が求めれば、断面二次モーメントは次のように計算できます。

$$I = \frac{bx^3}{3} + nA_s'(x - d')^2 + nA_s(d - x)^2 \quad \dots\dots(14)$$

式(14)を  $k$ 、 $p$ 、 $p'$  を使って書き直しても使い易い表現にはなりませんので、このままで数値計算に応用すると良いでしょう。

### 5.2.4 複鉄筋矩形断面を提案するときの考え方

鉄筋コンクリート梁の詳細設計では、単鉄筋矩形梁であっても、最小限の用心鉄筋を圧縮側に入れます。それならば、圧縮側に入れる鉄筋も考えて計算する方が合理的です。応力度の計算方法は上で説明しました。最初から複鉄筋として断面を提案したいことがあります。それは、梁の桁高が他の条件で決まっていて、単鉄筋として計算した抵抗モーメントが設計モーメントを満たさないの、その不足分を複鉄筋で持たせようとするときです。追加する鉄筋量は、計算上、かなり弾力的に対応させることができます。しかし、鉄筋を多く使うと施工上で不都合になります。設計モーメントを満たす複鉄筋矩形梁の断面提案では、最初に単鉄筋矩形梁としての設計断面を、設計モーメントの約 80%を目安として単鉄筋矩形断面として設計します。残りの不足分約 20%のモーメントを鉄筋だけが持つように追加の鉄筋量を計算して重ね合わせます。計算方法を説明するモデルは図 5.4 です。基本構造は単鉄筋矩形梁です。もう一つ、裸で考えた圧縮・引張の対を構成する鉄筋を考え、その重心位置を単鉄筋矩形梁の重心に合わせるように圧縮側・引張側の鉄筋断面積の比を求めます。引張側の追加鉄筋の応力度は、同位置の単鉄筋の応力度に合わせ、鉄筋の断面積は、不足分の曲げモーメントを持たせるように決めます。

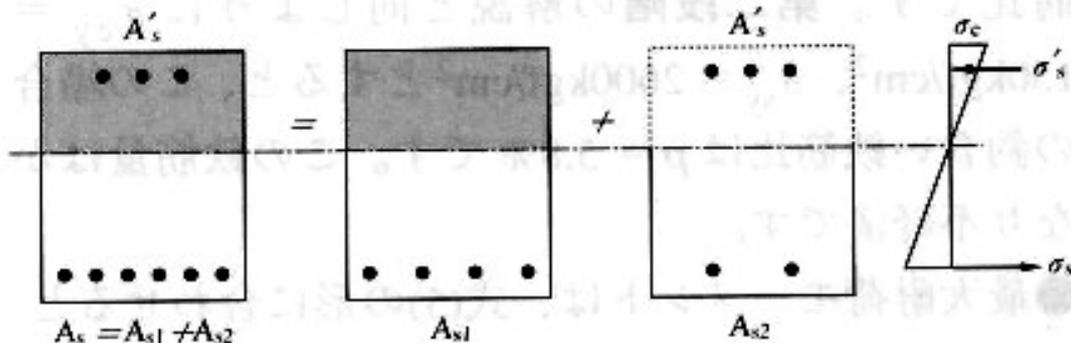


図 5.4 単鉄筋矩形梁+裸の鉄筋の合成

### 5.2.5 鉄筋量を提案する方法

複鉄筋矩形梁の構造で鉄筋コンクリートの梁断面を設計するとき、設計モーメント  $M$  を二つに分け、 $M = M_1 + M_2$  としておきます。 $M_1$  は、例えば、 $M$  の約 80% のように決めます。最初の断面提案は、 $M_1$  を設計モーメントとする単鉄筋矩形梁としての有効高さ  $d$  と引張側の鉄筋量  $A_{s1}$  を求めます (図 5.4)。圧縮側の鉄筋位置  $d'$  は、鉄筋半径と かぶり を考えて決めておきます。引張側の鉄筋と圧縮側の鉄筋との距離は  $(d - d')$  になります。引張側の鉄筋応力度を、単鉄筋のそれに合わせ、引張と圧縮の鉄筋の対で負担する曲げモーメント分  $M_2$  から、追加する引張側の鉄筋量  $A_{s2}$  が下のようになります。

$$A_{s2} = \frac{M_2}{(d - d')\sigma_{SA}} \quad \dots\dots(15)$$

圧縮側の鉄筋量は、中立軸が単鉄筋矩形梁の重心位置  $x$  と一致するように釣合い式で計算します。

$$A'_s = \frac{d - x}{x - d'} A_{s2} \quad \dots\dots(16)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad \dots\dots(17)$$

### 5.3 軸力と曲げモーメントを受ける梁

#### 5.3.1 柱が主か、梁が主か

鉄筋コンクリートで矩形断面の柱を設計するとき、軸力の作用位置が断面の重心に一致して、全断面が一様な圧縮応力状態になるように構造骨組みを構成します。しかし、軸力の作用位置が重心からそれると、偏心分の曲げモーメントが作用します。偏心が大きくなると、曲げによる引張応力度が勝って、圧縮部材であっても部分的に引張応力度が出るようになります。軸力の作用位置を重心位置から十分に遠くに置き、軸力の大きさを相対的に小さくした極限が、純曲げモーメントが作用する状態です。この節の扱いは、軸力の作用位置が梁の外に出る状態を考え、曲げモーメントが作用する梁に、軸力が余分に重心に作用するとしたときの計算法です（図 5.5）。コンクリートに引張応力度を持たせないとする仮定が計算法を面倒にします。柱を考えれば、軸力の作用位置を断面の高さ方向と幅方向を同時に考えますが、この節の説明は、梁の計算の延長として扱います。

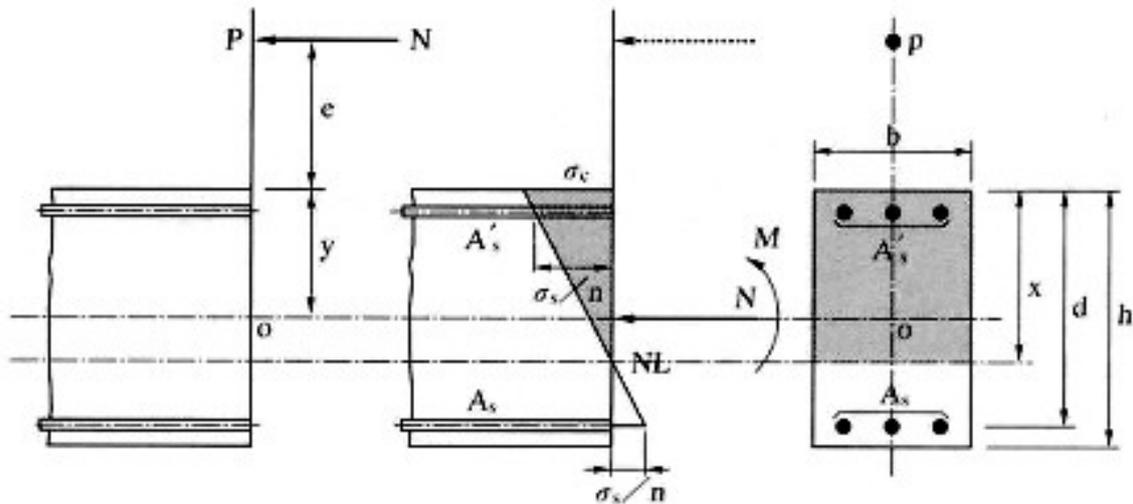


図 5.5 軸力が偏心して作用するときの曲げ

#### 5.3.2 軸力の作用位置を梁の上縁から上に仮定する

鉄筋コンクリート部材は、計算上、引張応力度を無視する仮定を使います。偏心軸力は、梁の上縁から上向きに  $e$  の位置にあって、正の曲げモーメントが梁に作用するとします。座標計算は、梁上縁に原点をおき、下向きに  $x$  の位置までコンクリートがあるととして  $x$  の位置で圧縮応力度が 0 になる条件を立てます。  $x$  は桁高  $h$  を超えません。軸力が桁断面内にあると、全断面が圧縮状態になります。この議論は柱の計算の所で扱います。偏心位置  $e$  をどこからどの向きで測るかは参考書によって違いがありますので、数値計算に応用するときには注意が必要です。数学的には偏心量を桁高  $h$  の中央から考えたいところですが、変数として余分に  $h$  を使うことになりしますので、ここでの説明では使いません。  $x$  を未知数として解くことが、ここでの説明です。まず、鉄筋断面積をコンクリートに換算して繰り込んだ全断面積  $S$  を求めます。

$$S = bx + nA_s + nA'_s \quad \dots\dots(18)$$

梁上縁位置で計算した断面一次モーメント  $G$  と断面積とから、この換算断面の重心位置  $y$  を求めます。  $y$  は、圧縮側コンクリートの中に入ります。すなわち、  $x > y$  になるはずですが。

$$G = \frac{bx^2}{2} + nA_s d + nA'_s d' \quad \dots\dots(19)$$

$$y = G/S \quad \dots\dots(20)$$

コンクリート断面換算した全体の二次モーメントを重心位置での値として求めます。

$$I = \frac{bx^3}{3} + nA_s d^2 + nA'_s d'^2 - Sy^2 \quad \dots\dots(21)$$

軸力Nは、重心位置に作用すると同時に、偏心によって生じる $M=N(e+y)$ のモーメントを考えます。 $x$ の位置で、この合成応力度は0です。

$$\sigma = \frac{N}{S} - \frac{N(e+y)}{I}(x-y) = 0 \quad \dots\dots(22)$$

式(18)~(21)を(22)に代入すると、 $x$ の3次方程式が得られます。

$$x^3 + 3ex^2 + 6\left[\frac{nA_s(d+e)}{b} + \frac{nA'_s(d'+e)}{b}\right]x - 6\left[\frac{nA_s d(d+e)}{b} + \frac{nA'_s d'(d'+e)}{b}\right] = 0 \quad \dots\dots(23)$$

次の課題は、 $x$ の3次式を解くことです。解析的に求めるにはCardano(1501-1576)の式を利用します。この説明をすると本筋から大分それますので、後の第5.5節で、別にまとめたPlain\_Basicの例題プログラムに載せました。 $x$ が計算できれば、 $I$ と $S$ を求めて、コンクリート圧縮縁の応力度が計算できます。式としては下の形が分かり易いと思います。

$$\sigma_c = \left[\frac{1}{S} + \frac{(e+y)y}{I}\right]N \quad \dots\dots(24)$$

## 5.4 偏心軸力を受ける矩形断面の柱

### 5.4.1 計算上の仮定は偏心軸力を受ける梁とすること

柱断面の重心に軸力(圧縮力)が作用すれば、柱は全断面が一定の圧縮応力度になります。しかし鉄筋の配置が非対称であると、断面図形の図心と弾力学的な重心とは一致しませんので曲げが入ります。曲げは矩形断面の柱では縦横2方向を考えるのですが、式の誘導などは一方向の曲げが生じるときに扱います。したがって、前節で説明した「軸力と曲げモーメントを受ける梁」と同じ形の式を扱います。しかし、軸力の偏心作用位置を断面内に仮定しますので、偏心位置 $e$ の定義を梁の高さの中央から上向き測るように変更します。説明に使う矩形断面は、図5.3と同じ複鉄筋矩形梁です。部材力は、軸力 $N$ と偏心によって生じる曲げモーメント $M$ です。ここで扱う問題は、偏心がどの範囲であれば、コンクリート断面に引張応力度が出ないかを知ることです。引張応力度が出るならば、前節に戻って計算します。この場合、偏心量の $e$ の与え方が変わることには注意します。

### 5.4.2 全断面を有効としたときの計算から考える

まず、基礎的な諸量を求めます。先の式(18)~(21)と同じですが、 $x$ に代えて $h$ を使います。

コンクリートに換算した全断面積	$S = bh + nA_s + nA'_s$	……(18')
桁高中央での一次モーメント	$G = nA_s\left(d - \frac{h}{2}\right) + nA'_s\left(d' - \frac{h}{2}\right)$	……(19')
重心位置 (桁高の中央から下向きに)	$y = G/S$	……(20)
重心位置での断面二次モーメント	$I = \frac{bh^3}{12} + nA_s\left(d - \frac{h}{2}\right)^2 + nA'_s\left(d' - \frac{h}{2}\right)^2 - Sy^2$	……(21')

上下対称断面では $G=0$ です。

軸力Nの作用位置は、桁高の中央から上向きにeにですが、部材としての重心がyになりますので、曲げモーメント分は $M=N(e+y)$ です。コンクリートの圧縮縁と引張縁の応力度を $\sigma_{CU}$ 、 $\sigma_{CL}$ は、

$$\sigma_{CU} = \frac{N}{S} + \frac{N(e+y)}{I} \left( \frac{h}{2} + y \right) \quad \dots\dots(25)$$

$$\sigma_{CL} = \frac{N}{S} - \frac{N(e+y)}{I} \left( \frac{h}{2} - y \right) \quad \dots\dots(26)$$

式(26)から、梁上下縁どちらかの応力度が0になるときの偏心距離eが得られます。これは、軸力が作用しても引張応力度が出ない限界の偏心位置を表します。鉄筋を全く使わなければ $e=\pm h/6$ です。この範囲を核と言います。核については、次章で断面の常数を紹介するところで再度取り上げます。もしどちらかが引張応力度になるときは、前節の計算を行わなければなりません。

## 5.5 Basic インタプリタを使った数値計算例

この章で紹介した計算式を使ったプログラムのリストを以下に示します。この計算に使ったデータは、古典的ですが、吉田徳次郎、コンクリートハンドブック、養賢堂、1951から採録しました。例題計算の単位系はkgf・cmです。現在ではSI単位系に移行していますが、古い構造物の設計を調査することを考えて、普通の表現方法にしてあります。下に示したプログラムは、解説の意義を込めて、計算条件を組み込んで実行するようにしてあります。計算条件を差し換えることで種々の応用ができます。

### 鉄筋コンクリート矩形梁の計算プログラム プログラムリスト (Plain\_Basic) と実行結果

```

=====
10 rem 単鉄筋矩形梁の断面算定、RCRect1
20 rem 幅 b、曲げモーメント bM を与えて、
30 rem 有効高さ d と鉄筋量 As を計算する。
40 b=100:rem --- unit cm
50 bm=64000:rem --- unit kgf-cm
60 Sca=40:rem --- unit kgf/cm^2
70 Ssa=1200:rem --- unit kgf/cm^2
80 rem --- 許容応力度法による
90 Cca=15*Sca: rem n=15
100 Ck=Cca/(Cca+Ssa):rem equ (7)
110 C1=sqr(6/((3-Ck)*Ck*Sca))
120 C2=2*Ssa/(Ck*Sca)
130 d=C1*sqr(bm/b)
140 As=b*d/C2
150 print "有効高さ ";d;" cm"
160 print "鉄筋断面積 ";As;" cm^2"
run
有効高さ 10.3923048454133 cm
鉄筋断面積 5.77350269189626 cm^2
=====

```

```

=====
10 rem 単鉄筋矩形梁の応力度計算、RCRect2
20 rem 幅 b、有効高さ d、鉄筋量 As の断面で、
30 rem 曲げモーメント bM による応力度を計算する
40 b=100:rem --- unit cm
50 d=10:rem --- unit cm
60 As=5.02:rem --- unit cm^2、径 8mm の鉄筋 10 本
70 rem 支間 2m、等分布荷重 500kgf/m=5kgf/cm
80 bm=5*200*200/8

```

```

90 print "曲げモーメント ";bm;" kgf-cm"
100 P=As/(b*d): Pn=15*P: rem 鉄筋比
110 Ck=-Pn+sqr(Pn*Pn+2*Pn):rem equ (4')
120 Z=b*d*d/6:rem 断面係数、equ (6)
130 Sc=bm/(Z*Ck*(3-Ck)):rem equ (5)より
140 Ss=Ck*Ck/(2*P):rem equ (1)より
150 print "コンクリート応力度 ";Sc;" kgf/cm^2"
160 print "鉄筋応力度 ";Ss;" kgf/cm^2"
run
曲げモーメント 25000 kgf-cm
コンクリート応力度 17.4901846211356 kgf/cm^2
鉄筋応力度 557.47371094379 kgf/cm^2
=====

```

```

=====
10 rem 単鉄筋矩形梁の断面算定、RCRect3
20 rem 幅 b、有効高さ d が与えられた矩形梁の、
30 rem 最適鉄筋量 As と最大設計モーメントを計算する。
40 b=100:rem --- unit cm
50 d=40:rem --- unit kgf-cm
60 Sca=40:rem --- unit kgf/cm^2
70 Ssa=1200:rem --- unit kgf/cm^2
80 rem --- 許容応力度法による
90 Cca=15*Sca: rem n=15
100 Ck=Cca/(Cca+Ssa):rem equ (3')
101 P=Ck*Sca/(2*Ssa):rem equ (1)より
140 As=b*d*P:rem equ (2)
150 Z=b*d*d/6:rem 断面係数、equ (6)
151 bm=Ck*(3-Ck)*Z*Sca:rem equ (5)
160 print "鉄筋断面積 ";As;" cm^2"
161 print "最大モーメント ";bm;" kgf-cm"
run
鉄筋断面積 22.22222222222222 cm^2
最大モーメント 948148.148148148 kgf-cm
=====

```

```

=====
10 rem 複鉄筋矩形梁の断面設計、RCRect4
20 rem 幅、曲げモーメント、有効高さから複鉄筋量を計算
30 b=38:rem --- unit cm
40 bm=370000:rem --- unit kgf-cm
50 d=36.5:rem --- unit cm
60 dc=3.5:rem --- unit cm, 圧縮鉄筋かぶり
70 Sca=40:rem --- unit kgf/cm^2
80 Ssa=1200:rem --- unit kgf/cm^2
90 rem -----
100 Cca=15*Sca: rem n=15
110 Ck=Cca/(Cca+Ssa):rem equ (7) を使用
120 x=d*Ck:rem 中立軸位置
130 C1=sqr (6/((3-Ck)*Ck*Sca))
140 C2=2*Ssa/(Ck*Sca)
150 bm1=(d/C1)^2*b:rem eq (7) を転用
160 As1=b*d/C2
170 bm2=bm-bm1: rem 複鉄筋で持たせる曲げモーメント分
180 if bm2<0 then GoTo 250
190 As2=bm2/((d-dc)*Ssa):rem eq (15)
200 Asc=As2*(d-x)/(x-dc):rem eq (16)
210 As=As1+As2
220 print "引張鉄筋量 As =":As:" cm^2"
230 print "圧縮鉄筋量 As' =":Asc:" cm^2"
240 end
250 print "単鉄筋で設計できます"
run
引張鉄筋量 As = 9.47315750093528 cm^2
圧縮鉄筋量 As' = 4.96288238510461 cm^2

```

```

=====
10 rem 複鉄筋矩形梁の応力度計算、RCRect5
20 rem 幅 b、有効高さ：引張側 d、圧縮側 dc、複鉄筋を配置
30 rem 曲げモーメント bm による応力度を計算する
40 b=38:rem --- unit cm
50 bm=370000:rem --- unit kgf-cm
60 d=36.5:rem --- unit cm
70 dc=3.5:rem --- unit cm, 圧縮鉄筋かぶり
80 As=9.5:Asc=5:rem 複鉄筋量 cm^2
90 Pn=15*As/(b*d): Pnc=15*Asc/(b*d)
100 aa=Pn+Pnc:bb=2*(Pn+Pnc*dc/d):rem equ (12)-(13)
110 Ck=-aa+sqr (aa*aa+bb):rem 二次方程式の解
120 x=d*Ck:rem 中立軸の位置
130 Zi=b*x*x*x/3:rem 断面二次モーメントの計算
140 Zi=Zi+15*As*(d-x)*(d-x)
150 Zi=Zi+15*Asc*(x-dc)*(x-dc)
160 Sc=bm*x/Zi
170 Ss=15*bm*(d-x)/Zi
180 print "コンクリート応力度 Sc =":Sc:" kgf/cm^2"
190 print "引張鉄筋応力度 Ss =":Ss:" kgf/cm^2"

```

```

run
コンクリート応力度 Sc = 39.9246424936558 kgf/cm^2
引張鉄筋応力度 Ss = 1196.66012850386 kgf/cm^2

```

```

=====
10 rem 曲げと圧縮を受ける矩形梁の応力度計算、RCRect6
20 rem 幅 b、有効高さ：引張側 d、圧縮側 dc、複鉄筋を配置
30 b=50:rem --- unit cm
40 h=72:rem --- unit cm
50 As=22.8:rem --- unit cm^2、引張側鉄筋 6×Φ22
60 Asc=11.4:rem --- unit cm^2、圧縮側鉄筋 3×Φ22
70 d=68:rem --- unit cm、引張側鉄筋有効高さ
80 dc=4:rem --- unit cm、圧縮側鉄筋有効高さ
90 N=10000:rem --- unit kgf、圧縮力
100 Bm=1500000:rem--- unit kgf-cm、曲げモーメント
110 rem ----- 以上は計算条件
120 e=Bm/N:rem 桁高中央から測った圧縮力の偏心位置
130 rem 三次方程式 x^3+aa*(x^2)+bb*x+cc=0 の
140 rem 係数 aa, bb, cc の計算 equ (23)
150 aa=3*e
160 bb=6*15*(As*(d+e)+Asc*(dc+e))/b
170 cc=-6*15*(As*d*(d+e)+Asc*dc*(dc+e))/b
180 GOSUB 310:rem ----> compute Cardano equation
190 S=b*x+15*As+15*Asc:rem equ (18)
200 G=b*x*x/2+15*As*d+15*Asc*dc:rem equ (19)
210 y=G/S:rem equ (20)
220 Zi=b*x*x*x/3+15*(As*d+Asc*dc*dc)
230 Zi=Zi-S*y*y:rem 慣性モーメント equ (21)
240 bM2=N*(e+y):rem 中立軸回りのモーメント
250 Sc=N/S+bM2*y/Zi:rem コンクリート応力度
260 Ss=15*(-N/S+bM2*(d-y)/Zi):rem 鉄筋応力度
270 print "コンクリート応力度 Sc =":Sc:" kgf/cm^2"
280 print "鉄筋応力度 Ss =":Ss:" kgf/cm^2"
290 end
300 rem ----- 下はサブルーチン
310 rem カルダノの公式を使って
320 rem 三次方程式 x^3+aa*x^2+bb*x+cc=0 を解く
330 P=aa*aa/9-bb/3
340 Q=-2*aa*aa*aa/27+aa*bb/3-cc
350 ddd=Q*Q-4*P*P*P: dd=SQR (ABS (ddd))
360 IF ddd>=0 THEN GOTO 400
370 ANG3=ATN2 (dd, Q):ANG=ANG3/3
380 ccc=COS (ANG):sss=SIN (ANG):rrr=SQR (P)
390 x=rrr*(ccc+ccc)-aa/3:return
400 print "入力データに誤りがあります!"
run
コンクリート応力度 Sc = 46 kgf/cm^2
鉄筋応力度 Ss = 1146.8989598516 kgf/cm^2

```

## 6. 柱と梁の断面形と幾何学

### 6.1 図形を定義する方法

#### 6.1.1 幾何学は土地測量学であること

幾何学の英語は geometry です。geo は土地の意味、metry は測る意味ですので、原義は土地測量学です。文字の「幾何」は、英語とほぼ同音のラテン語を中国語で読み当てたものですが、面積は幾らか（何）と通わせたものと推定されています（新明解国語辞典）。土木構造物は地球上の造形ですので、土木工学では測量学が必須の知識です。幾何学は、その基本となる教養です。平面図形の性質を扱う**初等幾何学**は重要です。しかし、あまりにも基礎的であるため、他の学問分野の影に隠されてしまう傾向があります。幾何学は数学の一分野とされていますが、歴史的には代数学と幾何学とは別々の分野の教科でした。簡単な幾何の問題であっても、数値計算に使う代数式を誘導するとなると、てこずることも少なくありません。例えば、三角形の外接円と内接円の中心位置と半径を求めることは、幾何の作図法では簡単に求まります。では、3頂点の座標数値を与えてこの問題を数値的に解こうとなると、普通の公式集には代数式が載っていませんので、かなり数学に自信を持つ人でも、計算式を提案するまでの式の誘導に手間が掛かります。このような事情から、コンピュータを使って幾何の問題を計算で処理をするための新しい学問分野として、**計算幾何学**(computational geometry)が研究されるようになりました。構造物は幾何学的な造形ですので、幾何学に関する計算を多く扱います。そこで、初等幾何学の知識をおさらいして、構造設計に応用する図形の計算幾何学的な扱いをこの章で扱います。

#### 6.1.2 座標系が必要であること

図を使わないで、言葉だけで人に図の形と寸法の情報を正確に伝える方法を考えてみて下さい。寸法とは、基準点からの距離です。長さの単位も必要です。基準点の位置は何となく決めていて、自己中心的な相対座標の概念を使っています。あまり意識はしませんが、普通、寸法は正の数で表します。したがって、負の側にあたる寸法や向きを区別するとき、「前後・左右・縦横・高さ・幅・奥行き」などの言葉を添えます。複雑な図形も、原理的には三角形の組み合わせで位置を指定できますので、まず、三角形の情報を伝える方法を基本に考えます。一辺が 10cm の正三角形、一辺が 15cm の直角二等辺三角形などは分かり易い表現です。初等幾何学では、二つの三角形の合同条件として、「3辺の長さ・2辺と1角・1辺と2角」を挙げます。用紙の上に作図を再現させるには、用紙上での位置と向きの指定が必要です。形状の代数学的な定義方法は、3頂点の座標数値を使うのが最も正確です。幾何学に直交座標系の考え方を導入した歴史は比較的新しく、デカルト(Descartes 1596-1650)に始まるとされていて、これを**座標幾何学**と言うことがあります。数学的な直交座標系を**デカルト座標**と言うのもそうです。代数学を応用して幾何の問題を扱う学問分野を**解析幾何学**と言います。コンピュータは代数学的な道具ですので、人に代えてコンピュータに図形の情報を伝える方法が必要になりました。このためには、事前に多くの約束事が必要です。

#### 6.1.3 道具を使う幾何学的な図形描画を用器画という

一単位の幾何学的図形は、普通、外郭線で囲った多角形を考えます。構造物の部材設計で扱う断面図形がそうです。頂点位置を正確に決めるため、補助的に点・線・円を描きます。初等幾何学は、点の位置決めを使う道具を定規とコンパスだけで決めて論理が構成されています。そうすると、楕円・放物線・双曲線などの単純な代数曲線であっても、近似的に多角形でしか作図できません。実践的には、三角定規・分度器・曲線定規などの補助的な道具を使いますが、この作図技法を用器画法と言います。コンピュータを使う作図法 CAD(computer aided drafting)は、用器画法そのものです。自動製図の開発は、当初、単純に、設計図を作成させることを目的としていました。しかし、座標の計算は設計計算と関係しますので、座標の数値を部材の工作データとしても直接利用し、設計図面は管理目的に作成することが増えてきました。典型的な応用が透視図(パース)です。しかし、部材断面の設計では、断面積・重心位置などの基本的な数値のほか、力学計算と関係する断面二次モーメント・断面係数などを求めなければなりません。コンクリート部材は、形枠を組んで、そこにコンクリートを流し込んで成形しますので、ある程度複雑な断面形状をデザイン的に提案できますが、重心・断面積・断面二次モーメントの計算のところで手間が掛かります。そこで、断面形状の設計にコンピュータを使い、コンピュータグラフィックスで図形をモニタしながら設計作業を進める方法が研究されるようになりました。このとき、図形の情報をコンピュータ教える方法、つまりユーザインタフェースの工夫が必要になりました。

## 6.2 基本的な図形諸量の種類

### 6.2.1 断面図形諸量の種類

柱や梁を構造の構成材料として見るときは、下に示す(1)の外形寸法、長さ、そして重量を求めます。重量は、(3)の断面積をもとに計算します。(2)~(7)および(11)(12)は、曲げと軸力による応力度計算と関係し、この章で説明する主題です。(8)~(10)は構造計算と関係する数値ですので、多くの仮説が使われていて、図形の幾何学とは少し違った見方をします。この計算方法と利用方法の解説は、次章にまとめる予定です。

- (1) **外形寸法** (全幅、全高など) : 暗黙の中に座標系の概念を含みます。
- (2) **重心位置** (中立軸 : neutral axis の位置) : どこから測った位置かが必要です。
- (3) **断面積** : 鉄筋コンクリートの場合には、鋼断面をコンクリート断面に換算して加えます。
- (4) **二次モーメント** (慣性モーメント) : 二軸回りのほか、対称性がない断面は  $I_{xy}$  を計算します。
- (5) **断面二次半径** : 断面二次モーメントと断面積とから求めます。
- (6) **断面係数** : 曲げ応力度の計算に使います。(1),(2),(4)から計算します。
- (7) **主軸の向き** : 対称性の無い断面では(4)から計算します。
- (8) **剪断中心** : 下の(9),(10)と共に、やや難解な定数です。
- (9) **単純振り定数** : 計算式の提案ができる形状もありますが、厳密ではありません。
- (10) **曲げ振り定数** : 部材がH形のような複合断面の場合に扱うことがあります。
- (11) **核の形状** : 重心を外して圧縮力が作用したとき、引張応力度が出ない範囲を言います。
- (12) **一次モーメント** : static moment と言い、剪断応力度を計算するときに使います。

### 6.2.2 設計とは材料と寸法とを決めること

例えば、コンクリート桁を設計したいとき、最初に大雑把に断面形状を考えます。断面積は、自重を見積るときに必要です。応力の見積りには、自重と活荷重の大きさから設計曲げモーメントを計算します。応力の検証には、断面二次モーメントと重心位置を使います。設計実務では、この計算方法の知識を棄てておかなければならないのですが、案外なことに、系統立てた実践教育がされてきませんでした。「絵を描けば設計である」とする素人考えが蔓延していますが、設計は芸術ぶったデザインではなく、幾何学的知識を踏まえた寸法の提案です。やや込み入った部材断面図形では、「断面積・重心位置・断面二次モーメント」の計算に手が掛かります。ある程度の単純化された基本図形についての代数式は、設計ハンドブックに載っていますので、それを応用して複雑な断面について計算します。単位化された標準断面図形を組み合わせて構成する総合断面について、上記の計算をする方法は定型化されていて、設計計算書で見ることができます。しかし、参考書などで解説されることはありませんので、初心者は見本を見ながら設計計算の実務を覚えなければなりません。この定型化された計算には、重量計算なども含め、コンピュータプログラムの Excel が便利に利用できるようになりました。

### 6.2.3 座標系の約束が何種類もあること

初等幾何学で図形の性質を問題とするときは、取り立てて座標系を約束することをしません。設計では寸法数値が必要ですが、この表し方の原則は、物指しを当てて確認できることです。例えば、円断面では外径を寸法数値に使います。円の中心位置は正確には分からないことが多いので、物指しを当てる場所が特定できる場合以外、半径を寸法数値に使うことはありません。寸法は、どこかを基準点として、そこからの距離を正の数値で与えます。負の数で寸法を言う習慣はありません。最も常識的には、図形を囲う矩形断面の縁を基準とします。コンクリート梁の場合、断面の上縁から下向きに寸法を測るので、この向きの約束がデカルト座標の約束とは逆ですので、数学的な計算技術の面で混乱しないように注意しなければなりません。構造物全体図形では高さ方向を正の向きに考える3次元座標を使いますが、タワミなどの力学計算では下向きの変形を正の向きと約束します。FEM を使う構造解析ではデカルト座標を使いますので、下向きのタワミは負の値で得られます。技術に使う数値は、原則として負の数で表現することをしません。例えば、応力度を表示するときには、引張応力度、圧縮応力度と断っておいて正の数値を使います。絶対値は計算できても、向きの約束で混乱することがあります。特に、剪断応力は部材内部の応力状態を表す力の一種ですので、部材を仮に切断する思考実験に加えて、数学的には座標系の約束と関係して正負の向きを定義します。このこともあって、剪断応力およびそれに関連する捩れは、初学者にはハードルの高い概念です。

## 6.3 基本的な図形諸量の計算式

### 6.3.1 面積・重心・断面二次モーメントの計算式

何かの図形の、面積・重心位置・一次モーメント・二次モーメントの計算原理は、下のような積分表現で表します。重心位置は断面一次モーメントを面積で割って求めます。

面積	$A = \int dA$	
断面一次モーメント	$\begin{cases} G_x = \int x dA \\ G_y = \int y dA \end{cases}$	
断面二次モーメント	$\begin{cases} I_{xx} = \int x^2 dA \\ I_{yy} = \int y^2 dA \\ I_{xy} = \int xy dA \end{cases}$	..... ... (1)

式(1)を具体的に応用して、基本的な断面形については、設計データブックなどに公式化した計算式として載っています。矩形と三角形では、面積と重心位置は、初等幾何学的な常識です。やや複雑な図形では、全体を幾つかの矩形と三角形に分割して、その全体を式(1)を応用して求めます。鋼構造では、鋼板を組み合わせで断面形を構成します。矩形断面以外の特殊形状の形鋼部材は、面積・重心位置などがカタログ化されていますので、それを使います。合成桁は材料のヤング率比の重みを付けた断面で計算します。実務では実践的な計算スタイルがあって、橋梁工学の参考書で見ることができます。上の式(1)は力学計算と関連させた文字記号を使っていますが、同じ形式は統計計算でも応用されていて、平均値や分散の名前が付いています。断面二次半径は、統計量では標準偏差に当たります。式(1)では断面二次モーメントに  $I_y$  の計算式も紹介してありますが、これは相関計算に当たります。この数値は、対称性のない断面形の主軸を計算するときに必要です。Excelには統計計算に使う関数がありますので、それらを利用して組み合わせ断面図形の定型化した計算に使うことが多くなりました。

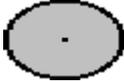
### 6.3.2 コンピュータを使う計算法は手計算法と違うこと

手計算で断面の諸定数を計算するとき、やや複雑な図形は矩形と三角形の組み合わせに分解します。この切り方は、矩形の辺を座標軸に平行におき、三角形も2辺を座標軸と平行にした直角三角形にします。楕円要素を含め、基本図形の計算式は表1にまとめました。コンピュータで計算するときは、手計算法の方法に沿ってプログラミングする必要がありません。複雑な図形を多角形と考え、これを総て三角形要素に分割して合成します。この場合の三角形は3頂点の座標で定義し、辺の向きを座標軸に平行に置く必要もありません。そこで、三頂点の座標を与えて、それから三角形の基本的な幾何学量を計算する式が必要になります。これを表2にまとめました。三辺の長さを与えて面積を求める公式も載せました。重心・外心・内心の座標計算は頂点座標を位置ベクトルで与え、その一次形式で表現してあります。やや特殊な数学量として、ベクトルの二項積(dyad)を使っています。これは、次々項の断面二次モーメントの計算を解説するところで説明します。

### 6.3.3 三角形の面積はベクトル積を応用する

表1には、三角形の面積計算に三辺の長さから計算する公式を載せてあります。初等幾何学的には、「底辺×高さ÷2」です。三辺の長さから計算する代数式を求めると、表1にある面積公式が誘導できます。三頂点の座標から辺の長さを求め、これを使うこともできますが、計算幾何学的には単純にベクトル積を応用します。一つの頂点から出発する二辺を、長さと向きを持った二つのベクトルと考え、「ベクトル積÷2」で計算します。このときの座標系は右手系でなければなりません。多角形の面積を計算するときは、どこかに基準点を決めておいて、基準点と辺とで構成する三角形に分割し、辺を構成する多角形の頂点を順にたどるように計算を組み立てます。二つのベクトルで、積の順番を変えると符号が変わりますので、頂点をたどる順は図形内側を左に見るように左回りにします。この約束を使うと、中空の部分は右回りに頂点をたどれば、自動的に断面の引き算ができます。この原理を応用した図形面積を求める機械がプラニメータ(図6.1)ですが、現在では見ることはありません。念の為、ベクトルを使う三角形面積の表現法を式(2)にまとめておきます。

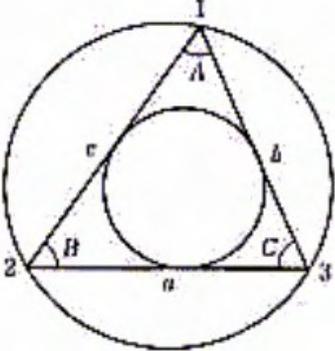
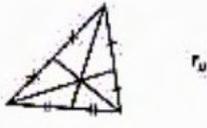
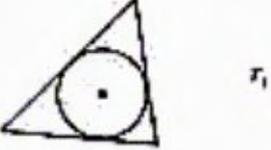
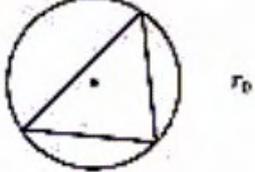
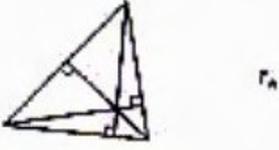
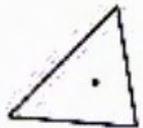
表 1 : 基本的な断面図形要素の計算式

基本図形 幅 $w$ × 高さ $h$	A 断面積	$y_g$ 重心位置	$J_{xy_0}$ 重心回り 相関二次モーメント	$J_{yy_0}$ 重心回り 断面二次モーメント
	$wh$	$\frac{1}{2}h$	0	$\frac{1}{12}wh^3$
	$\frac{\pi}{4}wh$	$\frac{1}{2}h$	0	$\frac{\pi}{64}wh^3$
	$\frac{\pi}{4}wh$	$\frac{4}{3\pi}h$	$-\left(\frac{4}{9\pi} - \frac{\pi}{16}\right)w^2h^2$	$\left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)wh^3$
	$\frac{\pi}{4}wh$	$\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right)h$	$\left(\frac{4}{9\pi} - \frac{\pi}{16}\right)w^2h^2$	$\left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)wh^3$
	$\frac{1}{2}wh$	$\frac{1}{3}h$	$-\frac{1}{72}w^2h^2$	$\frac{1}{36}wh^3$
	$\frac{1}{2}wh$	$\frac{2}{3}h$	$\frac{1}{72}w^2h^2$	$\frac{1}{36}wh^3$
	$\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)wh$	$\frac{10 - 3\pi}{3(4 - \pi)}h$	$-\left(\frac{9\pi - 28}{72(4 - \pi)}\right)w^2h^2$	$\frac{176 - 84\pi + 9\pi^2}{144(4 - \pi)}wh^3$
	$\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)wh$	$\frac{2}{3(4 - \pi)}h$	$\left(\frac{9\pi - 28}{72(4 - \pi)}\right)w^2h^2$	$\frac{176 - 84\pi + 9\pi^2}{144(4 - \pi)}wh^3$

- (1) 図形の寸法は、原点を左下とし、幅  $w$ 、高さ  $h$  の矩形に接するとした形状  
(2) 重心位置は、矩形の下辺に  $x$  座標軸があり、上向きに測った距離  
(3) 二次モーメントは、重心を通る横座標軸に並行な直線回りで計算する式  
(4) 曲線の辺は楕円で与えられているが、円に应用するときは  $w = h$  とする。

表 2 : 三角形の基本的な諸量

表 2 : 三角形の基本的な諸量

<p>面積 : <math>F^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)</math>                      ただし、 <math>s = (a+b+c)/2</math></p> <p>角度の公式 :</p> <p><math>\sin A = 2F/bc, \quad \cos A = (S - a^2)/bc</math>  <math>\sin B = 2F/ca, \quad \cos B = (S - b^2)/ca</math>  <math>\sin C = 2F/ab, \quad \cos A = (S - c^2)/ab</math></p> <p>ただし、 <math>S = (a^2 + b^2 + c^2)/2</math></p> <p>内接円の半径 : <math>R_i = F/s</math>                      外接円の半径 : <math>R_o = abc/4F</math></p>	
<p>重心などは三頂点の位置ベクトル <math>\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3</math> から次式で計算する</p> <p><math>\mathbf{r} = k_1\mathbf{r}_1 + k_2\mathbf{r}_2 + k_3\mathbf{r}_3</math></p> <p>ただし、 <math>k_1 + k_2 + k_3 = 1</math> である</p>	
<p>重心 : <math>\mathbf{r}_G</math>  <math>k_1 = k_2 = k_3 = 1/3</math></p> <p>内心 : <math>\mathbf{r}_o</math>  <math>k_1 = a/2s, k_2 = b/2s, k_3 = c/2s</math></p>	
<p>外心 : <math>\mathbf{r}_O</math>  <math>k_1 = a^2(S - a^2)/8F^2</math>  <math>k_2 = b^2(S - b^2)/8F^2</math>  <math>k_3 = c^2(S - c^2)/8F^2</math></p>	
<p>垂心 : <math>\mathbf{r}_H</math>  <math>k_1 = (S - b^2)(S - c^2)/4F^2</math>  <math>k_2 = (S - c^2)(S - a^2)/4F^2</math>  <math>k_3 = (S - a^2)(S - b^2)/4F^2</math></p>	
<p>世界座標でJの二次モーメント :</p> <p><math>J = (\mathbf{r}_1\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3\mathbf{r}_3)F/12</math>  <math>+ 3F\mathbf{r}_G\mathbf{r}_G/4</math></p> <p>ただし、Jはマトリックス、<math>\mathbf{r}\mathbf{r}</math>は二項積</p>	

### 三角形の面積計算をベクトル積で計算する式

三角形の3頂点をベクトルで扱います。

$$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1), \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2), \mathbf{r}_3 = (x_3, y_3)$$

この順は左回りと約束します。面積はベクトル積であって、

$$S = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1)$$

$$= \frac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1) + \frac{1}{2}(x_2 y_3 - x_3 y_2) + \frac{1}{2}(x_3 y_1 - x_1 y_3) \quad \dots \dots \dots \quad \dots \quad (2)$$

#### 6.3.4 二次モーメントの計算には二項積を使う

図形の二次モーメントは慣性モーメント、または慣性能率とも言います。数学的な概念式は、式(1)のように、面積要素 $\triangle A$ の、重心を通る軸からの距離の二乗を全断面で加算します。x軸回りは $y^2 \triangle A$ 、y軸回りは $x^2 \triangle A$ で計算します。回転軸となる座標軸の記号と、式で使う座標記号とが異なりますので、取り違えないように注意します。形鋼のカタログなどではx軸回りの慣性モーメントを $I_x$ と表記してあります。これは、式(1)で紹介した二次モーメントの原理式では $I_{yy}$ に当たすることに注意します。二軸対称でない図形では、 $x y \triangle A$ の計算が必要であって、これは断面の主軸方向の計算に使います。鋼材のカタログでは $I_{xy}$ の計算値を出しませんので、記号の使い方は数学的ではなくて習慣として回転軸名を使っています。これらの計算は、統計量の計算と親戚筋です。重心の計算は平均値、断面二次半径は標準偏差の計算に当たります。標準偏差を求める前の二乗和が慣性モーメントです。力学計算に応用すると別の名前を使いますが、式の原理は同じです。なお、 $x y \triangle A$ の計算は相関計算と同質ですが、あまり計算しませんので、定義済みの力学用語はありません。三角形の二次モーメントの計算法は、表2で紹介しましたが、ベクトルの二項積(dyad)を応用します。これはマトリックスの表現法の一つであって、次のように計算します。

#### 二つのベクトルの二項積のマトリックス表現式

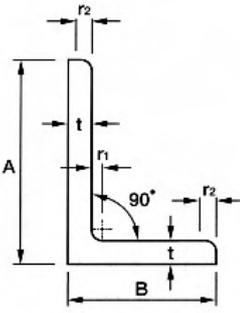
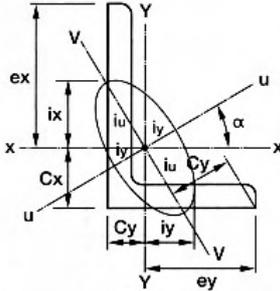
二つのベクトルを  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1), \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$  として

$$\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_1 x_2 & x_1 y_2 \\ y_1 x_2 & y_1 y_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad \dots \quad (3)$$

#### 6.3.5 主軸はマトリックスの固有値計算で求める

複雑な図形は三角形要素の集合で扱うことができます。その二次モーメントの計算は、上の式(3)の算法を応用して表2の式を使います。そうすると、二次モーメントは対称マトリックスで計算されます。非対称の断面図形では、マトリックスの非対角線要素の値が0になりません。このマトリックスの主軸変換は図形の座標軸を回転させることであって、新しい軸に関して最大・最小の断面二次モーメントが計算されます。主軸変換の計算法は、モーメントを使って主応力の向きと大きさを求める場合と同じです。非対称な断面を持つ梁に曲げモーメントを作用させると、梁が曲げモーメントの作用面と直角方向にも曲げ変位がでます。鋼部材は、規格化された形鋼成品が販売されていて、その断面諸量がカタログに載りますので、その見方を理解しておくべきです。鋼の不等辺山形鋼は代表的な非対称断面ですので、参考のためにその一部を表3に示します。断面二次モーメントと断面二次半径とは、直の座標軸の場合と、主軸に合わせた場合の二種類が示されています。x y 二軸で対称な形鋼では一種類です。

表 3 : 不等辺山形鋼の断面諸量の表 (部分の例示)

**不等辺山形鋼** (日本標準規格)

寸法 A×B (mm)	板厚 t (mm)	半径 r1 r2 (mm)		重量 w (kg/m)	断面積 a (mm <sup>2</sup> )	重心距離 Cx Cy (cm)		断面二次モーメント Ix (cm <sup>4</sup> ) Iy (cm <sup>4</sup> ) Iu (cm <sup>4</sup> ) Iv (cm <sup>4</sup> )				断面二次半径 ix (cm) iy (cm) iu (cm) iv (cm)				断面係数 Sx Sy (cm <sup>3</sup> )		tan α (係数)
40 20	3	5.0	3.5	1.34	171	1.42	0.43	2.54	0.42	2.78	0.13	1.22	0.50	1.27	0.27	0.98	0.27	0.355
	5	5.0	3.5	2.15	275	1.49	0.50	4.16	0.68	4.36	0.41	1.23	0.50	1.26	0.39	1.66	0.46	0.290
50 35	4	6.5	4.5	2.54	324	1.58	0.84	7.47	2.96	9.34	1.00	1.52	0.96	1.70	0.55	2.19	1.11	0.561
	6	6.5	4.5	3.72	474	1.65	0.92	11.09	4.39	13.22	2.21	1.53	0.96	1.67	0.68	3.31	1.70	0.515
	5	6.5	4.5	4.12	525	1.72	1.00	14.22	5.12	16.34	2.42	1.54	0.96	1.67	0.68	3.31	1.70	0.515

### 6.3.6 断面係数は曲げ応力度の計算に使う

柱に軸力  $P$  が作用するときの断面の応力は  $\sigma = P/A$  と計算します。梁に曲げモーメント  $M$  が作用するとき、中立軸から最も遠い位置までの距離  $y$  と断面二次モーメント  $I$  を使って、曲げ応力度を  $\sigma = My/I$  で計算します。この計算を、柱の計算式と同形式になるように、 $\sigma = M/W$  と表す方法があります。この  $W$  を **断面係数** と言い、 $W = I/y$  で計算します。断面係数を表す英字記号には統一した約束がありませんので、 $W$  以外に  $Z$  を使う例もあります。表 3 の例では  $S$  になっています。設計実務では、断面係数を良く使います。梁の設計をするとき、最大曲げモーメント  $M$  の概略値をまず求めます。材料に何を使うかで許容応力度  $\sigma$  を仮定しますので、この二つから所要の断面係数が  $W = M/\sigma$  と求められます。これを目安にして断面寸法を決めます。小部材の梁を鋼断面で設計するときは、H 形鋼や I 形鋼のカタログから、この  $W$  を満たす断面を探します。したがって、設計では、カタログを有効に利用するのも賢い方法です。カタログを手元に置かなくても、インターネットで調べれば情報が得られる時代になりました。

### 6.3.7 核を理解する

コンクリート部材は、圧縮力を受ける柱として使うのが能率的です。軸力が柱断面の芯（重心）から外れると曲げモーメントが働くようになり、偏心量が多いと重心の反対側に引張応力が出ます。偏心して軸力が作用しても引張応力が出ない断面図形の範囲を**核**と言います。この範囲は案外狭く、充実矩形断面では高さの 1/3、円断面では直径の 1/4 です(図 2)。薄肉の中空断面が最も能率が良く、全断面が核になります。曲げモーメントだけが作用する梁は、数学的には軸力の偏心位置を無限遠にしたこととなります。コンクリートの引張強度を全く期待しないとする設計法にこだわると、核の形状を神経質の求めなければなりません。そうすると、断面計算が一挙に難しくなります。この解決方法は設計法のところで取り上げます。

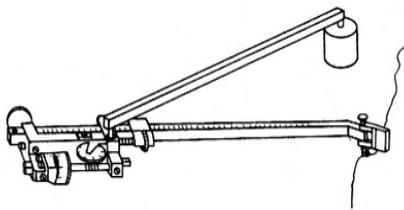


図 1 : プラニメータ

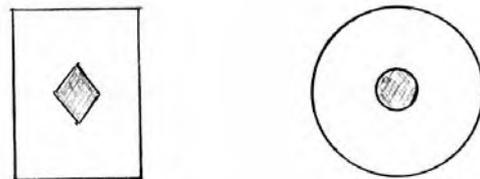


図 2 : 矩形断面の核 (高さの 1/3 の領域) と円断面の核 (直径の 1/4)

## 6.4 Plain\_Basic を使ったプログラミング例

```

=====
10 rem 三辺の長さから求める三角形の諸量、Triang1
20 data 350,400,450
30 defdbl L
40 read La, Lb, Lc
50 rem ----- 面積 F
60 S=(La+Lb+Lc)/2
70 F=sqr(S*(S-La)*(S-Lb)*(S-Lc))
80 print "面積 F= ":F
90 rem ----- 頂角 A, B, C
100 SS=(La*La+Lb*Lb+Lc*Lc)/2
110 sinA=2*F/(Lb*Lc):cosA=(SS-La*La)/(Lb*Lc)
120 sinB=2*F/(Lc*La):cosB=(SS-Lb*Lb)/(Lc*La)
130 sinC=2*F/(La*Lb):cosC=(SS-Lc*Lc)/(La*Lb)
140 angA=atn2(sinA,cosA):print "angA= ":angA
150 angB=atn2(sinB,cosB):print "angB= ":angB
160 angC=atn2(sinC,cosC):print "angC= ":angC
170 print "angA+angB+angC = ":(angA+angB+angC)
180 rem ----- 内接円半径 Ri
190 Ri=F/S:print "内接円半径 Ri= ":Ri
200 rem ----- 外接円半径 Ro
210 Ro=La*Lb*Lc/(4*F):print "外接円半径 Ro= ":Ro
220 rem ----- 作図
230 dperas
240 Xb=-La/2:Yb=-Lc/2:dpmove Xb,Yb
250 Xc=Xb+La:Yc=Yb:dppdraw Xc,Yc
260 Xa=Xb+Lc*cosB:Ya=Yb+Lc*sinB
270 dppdraw Xa,Ya:dppdraw Xb,Yb
280 dptext Xa,Ya,"A"
290 dptext Xb,Yb,"B"
300 dptext Xc,Yc,"C"
run
面積 F= 67082.0393249937
angA= 48.1896851042214
angB= 58.4118644947988
angC= 73.3984504009798
angA+angB+angC = 180
内接円半径 Ri= 111.803398874989
外接円半径 Ro= 234.787137637478

```

```

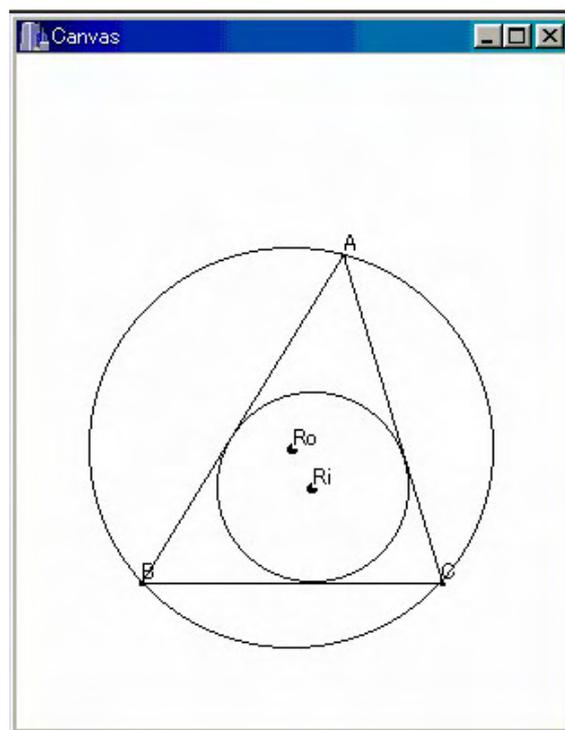
=====
10 rem 三辺の長さから求める三角形の諸量、Triang2
20 rem 内接円と外接円
30 dperas
40 data 60, 160, -175, -225, 175, -225
50 read Xa, Ya, Xb, Yb, Xc, Yc
60 dpmark Xa, Ya, 3: dptext Xa, Ya, "A"
70 dpmark Xb, Yb, 3: dptext Xb, Yb, "B"
80 dpmark Xc, Yc, 3: dptext Xc, Yc, "C"
90 rem ----- 以上は入力データ
100 print "----- 三辺の長さ La, Lb, Lc -----"
110 defdbl L
120 La=sqr((Xb-Xc)^2+(Yb-Yc)^2):print "La=":La
130 Lb=sqr((Xc-Xa)^2+(Yc-Ya)^2):print "Lb=":Lb
140 Lc=sqr((Xa-Xb)^2+(Ya-Yb)^2):print "Lc=":Lc
150 dpmove Xa, Ya

```

```

160 dppdraw Xb, Yb
170 dppdraw Xc, Yc
180 dppdraw Xa, Ya
190 rem -----
200 S=(La+Lb+Lc)/2
210 F=sqr(S*(S-La)*(S-Lb)*(S-Lc))
220 SS=(La*La+Lb*Lb+Lc*Lc)/2
230 defdbl K
240 rem ----- 内接円
250 K1=La/(2*s):K2=Lb/(2*s):K3=Lc/(2*s)
260 Xi=K1*Xa+K2*Xb+K3*Xc
270 Yi=K1*Ya+K2*Yb+K3*Yc
280 Ri=F/S:print "内接円半径 Ri= ":Ri
290 dpmark Xi, Yi, 6:dptext Xi, Yi, "Ri"
300 dpcirc Xi, Yi, Ri
310 rem ----- 外接円
320 K1=La*La*(SS-La*La)/(8*F*F)
330 K2=Lb*Lb*(SS-Lb*Lb)/(8*F*F)
340 K3=Lc*Lc*(SS-Lc*Lc)/(8*F*F)
350 Xo=K1*Xa+K2*Xb+K3*Xc
360 Yo=K1*Ya+K2*Yb+K3*Yc
370 Ro=La*Lb*Lc/(4*F):print "外接円半径 Ro= ":Ro
380 dpmark Xo, Yo, 6:dptext Xo, Yo, "Ro"
390 dpcirc Xo, Yo, Ro
run
----- 三辺の長さ La, Lb, Lc -----
La= 350
Lb= 401.808412057289
Lc= 451.054320453756
内接円半径 Ri= 112.024420042262
外接円半径 Ro= 235.373273055978

```



```

=====
10 rem 三辺の長さから求める三角形の諸量、Triang3
20 rem 重心と垂心
30 dperas
40 data 60, 160, -175, -225, 175, -225
50 read Xa, Ya, Xb, Yb, Xc, Yc
60 dpmark Xa, Ya, 3: dptext Xa, Ya, "A"
70 dpmark Xb, Yb, 3: dptext Xb, Yb, "B"
80 dpmark Xc, Yc, 3: dptext Xc, Yc, "C"
90 rem ----- 以上は入力データ
100 print "----- 三辺の長さ La, Lb, Lc -----"
110 defdbl L
120 La=sqr((Xb-Xc)^2+(Yb-Yc)^2):print "La=":La
130 Lb=sqr((Xc-Xa)^2+(Yc-Ya)^2):print "Lb=":Lb
140 Lc=sqr((Xa-Xb)^2+(Ya-Yb)^2):print "Lc=":Lc
150 dpmove Xa, Ya
160 dpdraw Xb, Yb
170 dpdraw Xc, Yc
180 dpdraw Xa, Ya
190 rem -----
200 S=(La+Lb+Lc)/2
210 F=sqr(S*(S-La)*(S-Lb)*(S-Lc))
220 SS=(La*La+Lb*Lb+Lc*Lc)/2
230 defdbl K
240 rem ----- 重心
250 Xg=(Xa+Xb+Xc)/3
260 Yg=(Ya+Yb+Yc)/3
270 print "重心=":Xg, Yg
280 dpmark Xg, Yg, 6:dptext Xg, Yg, "G"
290 rem ----- 垂心
300 K1=(SS-Lb*Lb)*(SS-Lc*Lc)/(4*F*F)
310 K2=(SS-Lc*Lc)*(SS-La*La)/(4*F*F)
320 K3=(SS-La*La)*(SS-Lb*Lb)/(4*F*F)
330 Xh=K1*Xa+K2*Xb+K3*Xc
340 Yh=K1*Ya+K2*Yb+K3*Yc
350 print "垂心=":Xh, Yh
360 dpmark Xh, Yh, 6:dptext Xh, Yh, "H"
run
----- 三辺の長さ La, Lb, Lc -----
La= 350
Lb= 401.808412057289
Lc= 451.054320453756
重心= 20 -96.6666666666667
垂心= 60 -154.805194805195

```

```

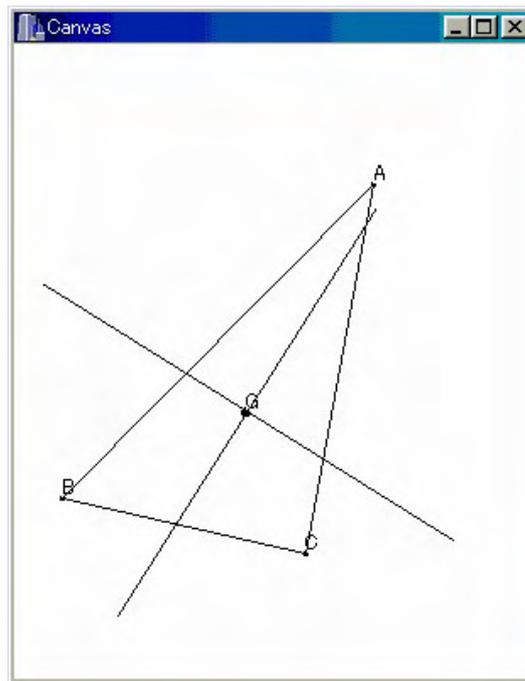
=====
10 rem 三頂点座標から求める三角形の諸量、Triang4
20 rem 慣性モーメントと主軸の計算
30 dperas
40 data 125, 220, -260, -170, 40, -240
50 read Xa, Ya, Xb, Yb, Xc, Yc
60 rem ----- 以上は入力データ
70 dpmark Xa, Ya, 3: dptext Xa, Ya, "A"
80 dpmark Xb, Yb, 3: dptext Xb, Yb, "B"
90 dpmark Xc, Yc, 3: dptext Xc, Yc, "C"
100 rem ----- 面積
110 F=((Xc-Xb)*(Ya-Yb)-(Yc-Yb)*(Xa-Xb))/2
120 print "面積=":F
130 dpmove Xa, Ya
140 dpdraw Xb, Yb
150 dpdraw Xc, Yc

```

```

160 dpdraw Xa, Ya
170 rem ----- 重心
180 Xg=(Xa+Xb+Xc)/3
190 Yg=(Ya+Yb+Yc)/3
200 print "重心=":Xg, Yg
210 dpmark Xg, Yg, 6:dptext Xg, Yg, "G"
220 rem ----- 慣性モーメント
230 defdbl J:dim J[2,2]
240 J[1,1]=(Xa*Xa+Xb*Xb+Xc*Xc)*F/12 + 3*F*Xg*Xg/4
250 J[1,2]=(Xa*Ya+Xb*Yb+Xc*Yc)*F/12 + 3*F*Xg*Yg/4
260 J[2,2]=(Ya*Ya+Yb*Yb+Yc*Yc)*F/12 + 3*F*Yg*Yg/4
270 print "Jxx, Jxy, Jyy=":J[1,1], J[1,2], J[2,2]
280 rem ----- 主軸の計算
290 J0=(J[1,1]+J[2,2])/2
300 Jx=(J[1,1]-J[2,2])/2
310 Jy=J[1,2]
320 Sign=1:if Jx<0 then Sign=-1
330 Jr=sqr(Jx*Jx + Jy*Jy)
340 Ang=atn2(Sign*Jy, Sign*Jx)/2
350 print "主軸の回転角度=":Ang
360 J11=J0+Sign*Jr
370 J22=J0-Sign*Jr
380 print "主軸回りの慣性モーメント=":J11, J22
390 rem ----- 主軸の作図
400 ccc=cos(Ang):sss=sin(Ang)
410 X1=Xg+300*ccc:Y1=Yg+300*sss:dpmove X1, Y1
420 X1=Xg-300*ccc:Y1=Yg-300*sss:dpdraw X1, Y1
430 X1=Xg+300*sss:Y1=Yg-300*ccc:dpmove X1, Y1
440 X1=Xg-300*sss:Y1=Yg+300*ccc:dpdraw X1, Y1
run
面積= 71975
重心= -31.6666666666667 -63.3333333333333
Jxx, Jxy, Jyy= 562904479.166667
480733020.833333 1025643750
主軸の回転角度= -32.1495908225377
主軸回りの慣性モーメント= 260761091.769097
1327787137.39757

```



```

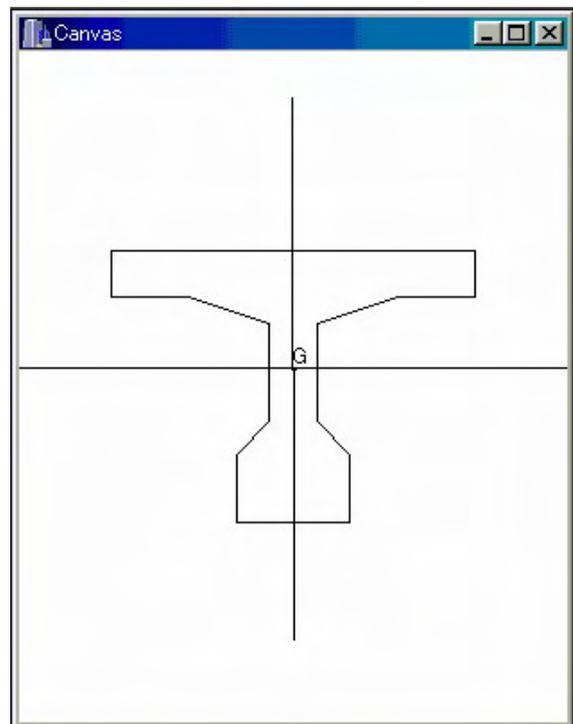
=====
10 rem 多角形の幾何学的諸量 "PcSection1"
20 rem --- 頂点座標を左回りに準備する
30 dim P[2,20]: REM reserve an array for points
40 data -0.665, 0.00, -0.665, -0.17, -0.385, -0.17
50 data -0.085, -0.27, -0.085, -0.63, -0.205, -0.75
60 data -0.205, -1.00, 0.205, -1.00, 0.205, -0.75
70 data 0.085, -0.63, 0.085, -0.27, 0.385, -0.17
80 data 0.665, -0.17, 0.665, 0.00, 9000 /
90 read P
100 rem: --- 頂点数を勘定する
110 Np=1
120 IF P[1,NP+1]=9000 THEN GOTO 140
130 NP=NP+1: goto 120
140 P[1,NP+1]=P[1,1]: P[2,NP+1]=P[2,1]
150 rem --- データ確認の作図をする
160 dperas: dpwind 0,-0.5,2
170 dpmove P[1,1],P[2,1]
180 for K=2 to NP+1
190 dpdraw P[1,K],P[2,K]
200 next
210 rem --- 三角形要素の集合を計算する
220 defdbl I,J
230 for K=1 to NP
240 dA=(P[1,K]*P[2,K+1]-P[2,K]*P[1,K+1])/2
250 Area=Area+dA
260 dGx=(P[1,K]+P[1,K+1])/3:Gx=Gx+dA*dGx
270 dGy=(P[2,K]+P[2,K+1])/3:Gy=Gy+dA*dGy
280 dlxx=(P[1,K]*P[1,K]+P[1,K+1]*P[1,K+1])*dA/12
290 dlxx=dlxx+3*dA*dGx*dGx/4: lxx=lxx+dlxx
300 dlyy=(P[2,K]*P[2,K]+P[2,K+1]*P[2,K+1])*dA/12
310 dlyy=dlyy+3*dA*dGy*dGy/4: lyy=lyy+dlyy
320 dlxy=(P[1,K]*P[2,K]+P[1,K+1]*P[2,K+1])*dA/12
330 dlxy=dlxy+3*dA*dGx*dGy/4: lxy=lxy+dlxy
340 next K
350 rem ----- 重心位置
360 Xg=Gx/Area:Yg=Gy/Area:rem center of gravity
370 print "Xg, Yg = ":Xg,Yg
380 dpmark Xg,Yg,3:dptext Xg,Yg,"G"
390 rem ----- 断面積、慣性モーメント
400 print "Area = ":Area
410 lxx=lxx-Area*Xg*Xg
420 lyy=lyy-Area*Yg*Yg
430 lxy=lxy-Area*Xg*Yg
440 print "lxx, lxy, lyy=":lxx,lxy,lyy
450 rem ----- 主軸の計算
460 J0=(lxx+lyy)/2
470 Jx=(lxx-lyy)/2
480 Jy=lxy
490 Sign=1:if Jx<0 then Sign=-1
500 Jr=sqr(Jx*Jx + Jy*Jy)

```

```

510 Ang=atn2(Sign*Jy, Sign*Jx)/2
520 print "主軸の回転角度=":Ang
530 J11=J0+Sign*Jr
540 J22=J0-Sign*Jr
550 print "主軸回りの慣性モーメント=":J11,J22
560 rem ----- 主軸の作図
570 ccc=cos(-Ang):sss=sin(-Ang)
580 X1=Xg+ccc:Y1=Yg+sss:dpmove X1,Y1
590 X1=Xg-ccc:Y1=Yg-sss:dpdraw X1,Y1
600 X1=Xg+sss:Y1=Yg-ccc:dpmove X1,Y1
610 X1=Xg-sss:Y1=Yg+ccc:dpdraw X1,Y1
run
rest variables ignored
Xg, Yg = 0 -0.361717557251908
Area = 0.4716
lxx, lxy, lyy= 0.03641561 2.16840434497101E-19
0.0516399687786259
主軸の回転角度= -8.16063382709388E-16
主軸回りの慣性モーメント= 0.03641561
0.0516399687786259

```



## 7. 合成断面の計算

### 7.1 単位部材

#### 7.1.1 一体構造としての部材単位の定義

トラス構造に代表されるような立体的な骨組み構造物を構成する最小単位は、均質な材料で構成した細長い部材です。構造力学的に扱うとき、部材の幅と厚みとを捨象し、部材断面の重心を通る軸線の形状で考えます。部材に作用する力と変形も、この軸線で考える6成分です。力の6成分は、二方向の曲げモーメント、二方向の剪断力、軸力、捩れモーメントです。これらは、部材軸線とそれに直交する部材座標系の約束と関連させた名称です。部材断面の面積・断面二次モーメント・主軸の向き、などの諸量がこの部材座標系と関連させた幾何学的なプロパティ（属性）です。幅と厚みの寸法に較べて「十分な長さ」があれば、端部で複雑な応力と歪みがあっても、中間断面は一様な歪み分布になることが想像できます。このときの仮説に、平面保持の仮定とサンブナンの原理を使います。応力と歪みが比例する線形弾性の仮定が使えれば、断面の応力度分布も単純に計算できます。部材断面の応力度分布は6成分の力に対応して6種類です。その種類以外の分布を考えなければならない場合は、単位部材ではなく、組み合わせ部材の考え方が必要になります。

#### 7.1.2 二つ以上の単位部材の組み合わせ

一般的な単位部材は、便宜的に梁と柱に区別します。構造物は単位部材を組み合わせで構成します。複数の単位部材を並べて、見掛け上、単位部材並の扱いができるものが合成部材です。合成部材の梁は、桁の用語を当てる習慣があります。例えば、単純梁は力学用語、単純桁は工学用語的に使い分けます。部材単独は、実用的には或る程度の捩れ剛性がありますが、この見積りは難しい問題です。橋梁構造物をマクロに見れば一本の梁で近似できます。橋の捩れ剛性は、少なくとも2本の、捩れ剛性を無視した単位部材の桁を横に並べ、それを横桁で繋ぐことで実用的な捩れ剛性を持つ梁状の組み合わせ部材の扱いをします。この構成は並列梁です。この単位部材を単独に取り出すと、殆ど捩れ剛性が期待できませんので、四箇所ある主桁の支点が、一箇所でも外れると忽ち不安定になります。したがって、この橋の捩れは、丸棒の捩れのような単純捩れとは性質が違い、曲げ捩れと言います。橋の見掛けの捩れ角度は、左右の主桁の曲げによるタワミ差と主桁間隔で決まります。したがって、支間に対して適度な主桁間隔を持たせないと、捩れに対して不安定になります。もう一つ、梁の組み合わせでは縦に並べる場合もあって、これを重ね梁と言います。これが一つの単位部材扱いができない理由は、この全体断面に平面保持の仮定が成り立たないからです(図7.1上)。複数の曲げ部材を合成して単位部材扱いができるようにするためには、上下の重ね梁が長手方向にずれないようにする楔(くさび)やズレ止めを使います(図7.1下)。コンクリートと鋼とで構成する合成桁がそうです。鉄筋コンクリートの桁は実質的には鉄筋とコンクリートの合成桁です。計算上、曲げの引張り側のコンクリートを無視しますが、鉄筋とコンクリートとが相対的にズレる重ね梁ではありません。鉄筋がコンクリート内で滑らないように、しっかりと付着させます。鉄筋廻りにコンクリートが無いのであれば、合成部材になりません。

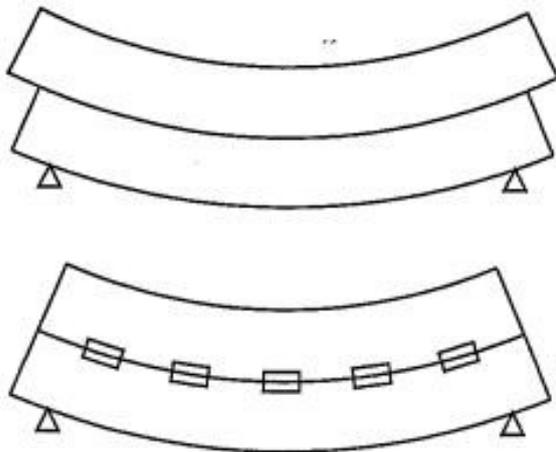


図 7.1: 重ね梁(上)と合成梁(下)

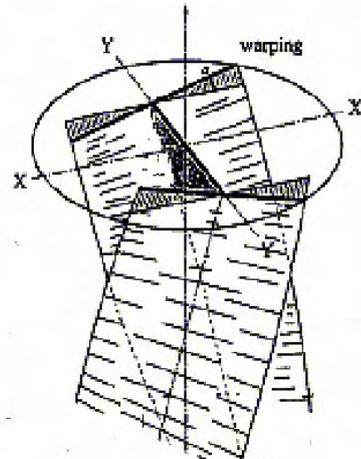


図 7.2: 捩れで生じる反り

### 7.1.3 振れを受ける部材は複雑な組み合わせ部材である

円断面以外の断面形状の部材は、振れを受けると、一般に断面の平面保持が成り立ちません。振れを受ける場合の断面の応力度分布は、部材端の支持条件などがからんで、簡単には求まりません。図 7.2 に例示したH形断面は、二つのフランジと一つのウェブから構成された組み合わせ部材と見ることができます。単純な振れでは、フランジ部分がガリボンを円柱に巻き付けたような変形になりますので、全体断面としてみれば、平面保持が成り立ちません。これをソリが出ると言います。この部材を両端でしっかりと固定してソリを拘束すると、全体として振れ剛性が上がると同時に、左右フランジに一对の剪断力が発生するようになります。これが曲げ振れです。拘束なしの振れ（単純振れ）と共に考えると応用力学的に複雑な問題になりますので、橋梁の設計計算ではこの計算を簡単な仮定で済ませます。並列主桁の橋梁では、単純振れ剛性の寄与を無視します。結果的に、この分が橋梁全体構造についての実質的な耐荷力を上げ、安全側設計を見積もることになります。箱断面にすると、単純振れ剛性が一挙に向上しますので、曲げ振れ分による応力の方を無視します。これらの特殊な問題は、主に、断面内の剪断応力とそれに伴う断面直角方向の変形、つまり平面保持の仮定からのズレを扱いますので、普通に剪断と曲げを受ける梁でも起こります。この検討は局部応力度の扱いをして、設計時に神経質に計算しませんが、応力集中の見方で疲労強度と関連して研究されています。

### 7.1.4 板部材は格子骨組みにモデル化する

構造物は基本的に立体構造ですので、3次元的な見方が必要です。部材レベルでは、平面的な広がりを持つ板状の部材を考えます。この力学的な扱いは二種類です。一つは、板の面内の応力と歪みを扱う場合であって、二次元弾性体の力学に分類します。これは次項で説明します。もう一つが、板面に垂直に作用する荷重に因る曲げ変形を扱う場合であって、工学的には、版（スラブ）の字を当てています。板や版を解析的に扱うときは、二次元の座標系を使った微分方程式から出発するのですが、ごく単純な境界条件の場合しか理論解が得られません。連続体であっても、応力や変形を求めるときは、飛び飛びの注目点で数値計算をしますので、実践的には、最初から格子状の骨組みモデルも仮定します。解析的には、微分方程式に代えて差分方程式（または階差方程式とも言います）を立てるのがそうです。このモデルは、図形的には平面状の骨組みになり、個別の骨格部材が単位部材です。この考え方を汎用化したのが有限要素法（FEM: finite element method）です。連続体の FEM モデルで考える格子状の部材（要素）は理論的な仮想部材です。要素に分割する方法には自由度がありますので、分割された仮想部材の変形と応力を、実座標系での表現に変換しなければなりません。トラスの解析、さらには、単独の梁の曲げ変形の解析にも FEM を応用しますが、この場合の骨組みは、仮想部材ではなく、この節で言う単位部材であって、明確な実体を扱います。橋梁は、路面を構成する関係で板の形状を持ちますが、梁の性格の強い構造物ですので、通常は最初から骨組みモデルで扱います。幅の広い道路橋では、並列した桁をマクロに捉えて連続体の版として解析する方法も提案されます。しかし、変形や応力は、個別の桁単位で表現するように戻します。

### 7.1.5 局部応力度の詳細計算を省略する

梁は、曲げ剛性を持たせるために、或る程度の高さ（桁高）が必要です。最も単純な矩形断面の梁は、幅方向の応力と変形を考えない二次元面内の弾性体と考えます。支間が桁高に較べて充分長ければ、中間断面では平面保持の仮定が成り立ち、さらに線形弾性体と仮定できれば、断面の曲げ応力度は直線分布です。しかし、支点付近の応力度分布は複雑です。支間に較べて相対的に桁高が高い梁をコンクリート工学ではディープビームとして別扱いをしますが、応力度の分布が複雑になるからです。有限要素法を、この問題の数値解析に応用します。しかし、梁断面の応力度解析にいつも応用しているのは、少し重過ぎます。一見して精密な解析に見えますが、サンブナンの原理から言えば無駄な計算をしていることになります。その原理とは、局部的に釣合っている力に因る応力度は局部的に止まって、遠くにまで影響が及ばない、と言うものです。平面保持の仮定からの応力度のズレ分が局部応力度です。全体構造物の応力と変形が、局部応力度によって敏感に変動することはありません。どれだけ離れば局部応力度が実質的に無視できるか、の研究は必要です。部材設計の段階では、局部応力度の計算を省き、部分的に応力が大きくなることは安全率の範囲で吸収できるとします。つまり全体構造解析では、部材の幅と厚みとを捨象した線状の部材扱いをすることは正しい選択です。実践的・経験的な設計時の対策は、支点付近など、拘束の影響が予測される箇所、断面形状の変化が急にならないようにします。コンクリート構造物では、ハンチを設けるのが一つの例です。鋼断面部材では、鋭角部分の板部材の隅を丸める、切り取る、などが行われます。

## 7.2 単位部材の組み合わせ

### 7.2.1 組み合わせ方法は二種類

単位部材を組み合わせるやや複雑な断面を構成する方法は、同質の材料を使う場合と、異種の材料を組み合わせる場合との二種類に分けて考えます。前の第6章は、同種の材料を使って、単純な断面図形の組み合わせで得られる全体図形について、幾何学的な諸量を計算する方法を解説しました。基礎的な図形として三角形を考えれば、複雑は断面形状であっても、三角形を集めた多角形として計算できます。手計算の場合には、使い勝手がよいように矩形・楕円・三角形などの単位図形要素、さらにはカタログ化された資料から断面を構成します。その構成は、実際部材の製作や施工と関係を持ちます。鋼桁の場合、溶接で連続した断面に構成する場合であっても、材料の製作単位か、積算単位の鋼板か、形鋼単位の断面を組み合わせる計算をします。コンクリートの桁は自由な断面形状を提案できますが、型枠の製作と組立ての条件が必要ですので、曲線を多く使う芸術的な断面形状を避けます。異種材料の部材を組み合わせる断面構成では、鋼材とコンクリートの組み合わせが代表的です、実用的な計算方法については、鉄筋コンクリート矩形断面（前の第5章）と合成桁（次節）とが多く研究されてきました。

### 7.2.2 合成とハイブリッド

部材本体を、より小単位の部材から組み合わせることに、合成(composite)の用語を使います。材料の方に視点をおく用語ではハイブリッド(hybrid)と言うことがあります。コンクリート本体は、ややミクロに見れば、砂利・砂・セメントペーストから構成しますので、一種のハイブリッドです。鉄筋の入ったコンクリートも、マクロに見て均質な弾性材料と仮定します。複雑に組上げたコンクリート内部の鉄筋構成を厳密らしく解析して各部の応力を詳細に検討することに、実用的な価値はありません。鋼構造の場合、見かけは同じでも、強度の異なる鋼板を組み合わせるときにハイブリッドの用語を使うことがあります。橋梁構造で使う合成桁は、鋼桁とコンクリート床版の合成です。この場合のコンクリートは、鉄筋コンクリートで構成していても、マクロに扱って均質な材料として計算します。鉄筋とコンクリートとをさらに構成部材と見て独立させて計算する方法を考えることはしません。合成桁断面の力学については次節で解説します。

### 7.2.3 一種類の材料に換算して計算する

材料種類の異なる単位部材から構成された合成断面の実用的な計算方法は、どれか一種類の材料に換算する方法を使います。この方法は鉄筋コンクリートの計算で行われていて、鉄筋は、その断面積を $n$ 倍した値をコンクリート断面に換算します。 $n$ は鋼とコンクリートとのヤング率比 $E_s/E_c$ です。鋼材のヤング率は、ほぼ一定値で提案できるのに対して、コンクリートは、材令やクリープなどの影響を考えに入れるために種々のヤング率を使い分けます。コンクリートの方に注目すると、場面ごとに生のヤング率を使うことが多くなります。合成桁の計算では鋼桁の方に主眼をおき、コンクリート断面の寄与を $1/n$ として鋼断面に繰り込みます。プレストレスコンクリートの部材は、通常の鉄筋の他にPC鉄筋が組み込まれますが、そのヤング率は製品によって変わります。したがって、ある標準の鋼材のヤング率を定数扱いにして、材料の違いはヤング率比で扱うと、何種類もの異なった材料を使う合成部材であっても、計算は明快になります。

### 7.2.4 合成断面の断面定数の計算法は定型がある

部材は、種々の断面形状に構成しますので、全断面を一つの部材としての断面図形諸量を計算するときには、単純な図形の集合で計算します。前の第5章で解説した図形の幾何学は、比較的単純な図形単位の計算原理を紹介しました。現実の部材は、製作単位・架設単位などを考えた単位図形の集合で計算しますので、同じ材料を使う場合であっても合成断面の計算が応用されます。鋼断面では、矩形断面の鋼板や形鋼を組み合わせますので、個別の図形要素を所定の場所に配置して全体断面にまとめる計算をします。鉄筋コンクリート断面、さらには合成桁では、鋼とコンクリートのように、異なった材料を使った部材を組み合わせて一体化した部材に構成します。この計算手順は定型的ですので、コンピュータを利用するときにはExcelが便利に利用できるようになりました。以下に例示した断面計算は、前の第6章のプログラミング例題で使った断面形状と同じです。合成の考え方は、座標軸に平行な辺を持つ矩形と直角三角形を単位部材とする方法です。Excelでは代数計算式がセルの裏に隠されています。個別の部材の計算式は前の第6章の表1です。なお、異なった材料の合成部材では、ヤング率比を重みとして断面積に乗じます。柱の断面では、XY二方向の計算が必要であって、回転半径も計算します。

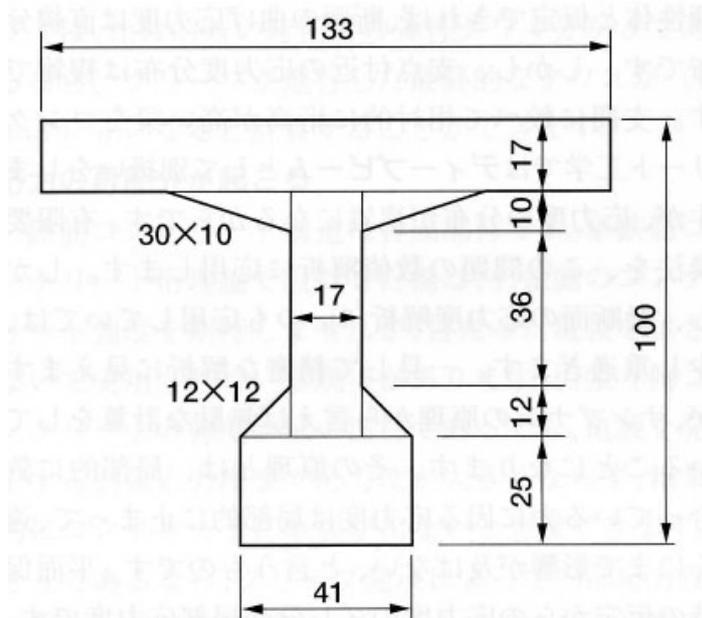


図7.3：矩形と三角形とに分割して考える断面の例

断面種類	数量	幅	高さ	面積	ヤング率	縦距	1次モーメント	2次モーメント		
	k	b	h	A	n	Y	nAY	nAY <sup>2</sup>	knI <sub>o</sub>	
	( )	(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	( )	(m)	(m <sup>3</sup> )	(m <sup>4</sup> )	(m <sup>4</sup> )	
矩形	1	1.33	0.17	0.2261	1	0.085	0.0192185	0.0016335	5.44524E-04	
矩形	1	0.17	0.58	0.0986	1	0.46	0.045356	0.0208637	0.002764087	
矩形	1	0.41	0.25	0.1025	1	0.875	0.0896875	0.0784765	5.33854E-04	
上三角形	2	0.3	0.1	0.03	1	0.2033333	0.006099999	0.0012403	1.66667E-05	
下三角形	2	0.12	0.12	0.0144	1	0.71	0.010224	0.0072590	0.00001152	
Σ				0.4716			0.170585999	0.1094732	0.003870652	
							Y <sub>G</sub> = 0.3617175	J <sub>o</sub> = 0.1133439		
							Y <sub>U</sub> = 0.3617175	J <sub>G</sub> = 0.0516399		
							Y <sub>L</sub> = 0.6382824			
							W <sub>U</sub> = 0.142763237			
							W <sub>L</sub> = 0.080904574			

表 7.1：Excel を使って表の形で断面諸定数の計算をした例

### 7.2.5 柱部材も束ねて使う方法がある

圧縮力を受ける柱断面は、軸力が偏心して作用すると曲げを受けますのでその影響が少なくなるような工夫を考えます。つまり、第6章で説明した核の領域が広がるようにします。柱の断面を中空の箱断面にすることが多いのは、この理由からです。鋼のトラス構造の弦材で見ると、軸力を主に受ける構造形式は、複数の独立した柱部材を離して配置し、全体荷重の偏心の影響が少なくなるような組み合わせ柱も工夫します。見かけ上、構成に使う柱部材相互は離れていますが、全体断面が平面保持の仮定を満たすように、横繋ぎの部材を使います。単一材料で構成する充実断面の柱も、ミクロに見れば、縦方向に微小な柱の集合と仮定できます。横方向の繋ぎがなくても、柱の上下端で剛に拘束してあれば、束ねたミクロの柱断面全体の平面保持が満たされますので、一体化した柱として扱うことができます。この場合、上下端の剛結合の構造が、鉛直荷重を個々の柱に分配する作用を持ちます。一般的な組み合わせ柱構造では、柱相互をX形のような斜めの中間部材で横繋ぎをして、構成要素の柱同士が高さ方向に相対的にズレる変形を抑えます。上下端で剛な拘束があれば、中間の繋ぎ部材に応力は出ませんが、個々の柱の挫屈変形を抑える目的で横繋ぎの配置を考えます。このような構成上の注意は、部材設計と全体構造設計とが合わさった問題です。

### 7.3 重ね梁と合成梁の計算式

#### 7.3.1 束ねて使う梁部材は繋ぎが必要

同じ断面形の単位部材を使って、二本の重ね梁と合成梁を比較した最も簡単なモデルが図 7.1 です。単位部材に矩形断面を使い、全体として高さと同じになるように断面を構成すると、合成梁の曲げ剛性は重ね梁の 4 倍に向上します。全体として同じ曲げモーメントを受けると、曲げの最大縁応力度は、合成梁では重ね梁の応力度の 1/2 しか出ません。合成梁の個別の単位部材は、曲げと同時に圧縮と引張の軸力の対が生じ、これが耐荷モーメントを分担するようになります。図 7.1 の合成梁では、上の単位部材は圧縮の軸力を受け、下の単位部材は引張の軸力を受けます。そうすると、この軸力分を上下に伝えるメカニズムが必要です。これがズレ止めの役目です。単純な重ね梁でも、両端だけをしっかりと拘束するだけで合成効果が得られます。ペーパーバック版の書物を丸めるように曲げると紙相互のズレが生じますが、この状態は重ね梁です。綴じの反対側をしっかりと抑えようと、曲げ変形が起こり難くなることを簡単に確かめることができます。実際の合成梁構造では、桁端部で十分に拘束をしてあれば、中間には特別な繋ぎ部材を使うまでもなく、実質的には梁の境界面の摩擦力か剪断応力度で、軸応力度の変化分が供給されます。

#### 7.3.2 合成桁は鋼桁の経済設計の方に焦点がある

鋼桁とコンクリート床版で構成する合成桁の初期の解析的な研究は、設計時に合理的な断面を提案する方法に焦点がありました。従来から、最も実用される中小支間の鋼桁橋は、まず鋼の主桁と縦横の床組だけを架設しておいて、それを支えとして、鉄筋コンクリート床版を現場打ちで載せます。鋼主桁に対して、床組と床版とは死荷重扱いです。また、完成後に載荷させる活荷重は、床組と床版を介して間接荷重として主桁に分配する計算をします。床版の計算上の仮定は、主桁と直角方向にスタレの様に桁を並べた一方向版とします。コンクリート床版は、鋼主桁上で単純に支え、主桁に振れを伝えないと仮定します。床版は支間方向の梁の性質もあるのですが、鋼主桁と組みにした重ね梁の考えも採用しません。これらの仮定は設計計算を単純明快にします。しかし、現実の橋梁の挙動とは、かなりの違いがあります。橋全体の曲げは、コンクリート床版と鋼主桁が一体化した合成断面で抵抗します。この実験的な確認は、タワミの計測でも得られますが、より正確には鋼主桁の曲げ歪みを測定することで得られます。鋼主桁単独で全荷重を受けるとした中立軸の位置が上に上がり、タワミと曲げ応力度が低めに得られます。つまり現実には合成桁構造になっています。それならば、最初から合成桁として設計すれば、鋼主桁の断面を経済的に提案できます。これが合成桁設計法の出発です。

#### 7.3.3 二本の梁の合成モデル

複雑な合成梁の力学的性質を検討するには、最初、上下二本の梁で構成する合成梁の力学的な性質を基礎とします。三本以上の合成梁は、それまでの合成梁に一本ずつ加えて行くと考えられるからです。式の計算を単純にするため、異種の材料の合成を考えるときは、どれか一種類の材料のヤング率を基準として、ヤング率比を乗じて基準材料の断面に換算しておきます。そうしておいて、二本の梁は、それぞれ断面積  $A_1$ 、 $A_2$ 、断面二次モーメント  $J_1$ 、 $J_2$  を持ち、高さ方向の重心間隔が  $h$  であると置きます。重ね梁では、全体の断面二次モーメントは  $(J_1 + J_2)$  ですが、合成断面では上下対の断面で構成する二次モーメント分  $J_h$  が増加します。重ね梁としての指標記号に  $c$ 、合成梁の指標記号に  $v$  を使って整理した式の形を下に示します。

重ね梁	断面積	$A_c = A_1 + A_2$	1)
	二次モーメント	$J_c = J_1 + J_2$	
合成梁	断面積	$A_c = A_1 + A_2$	
	二次モーメント	$J_c = J_1 + J_2 + J_h$	
ただし		$J_h = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} h^2$	

単鉄筋コンクリート矩形梁の計算は、式(1)において鉄筋部を断面積  $nA_s$ 、断面二次モーメントを 0 とした場合です。二軸対称な鉄筋または鉄骨コンクリート断面は柱として使いますが、これは  $h=0$  になっていて、重ね梁と同じです。

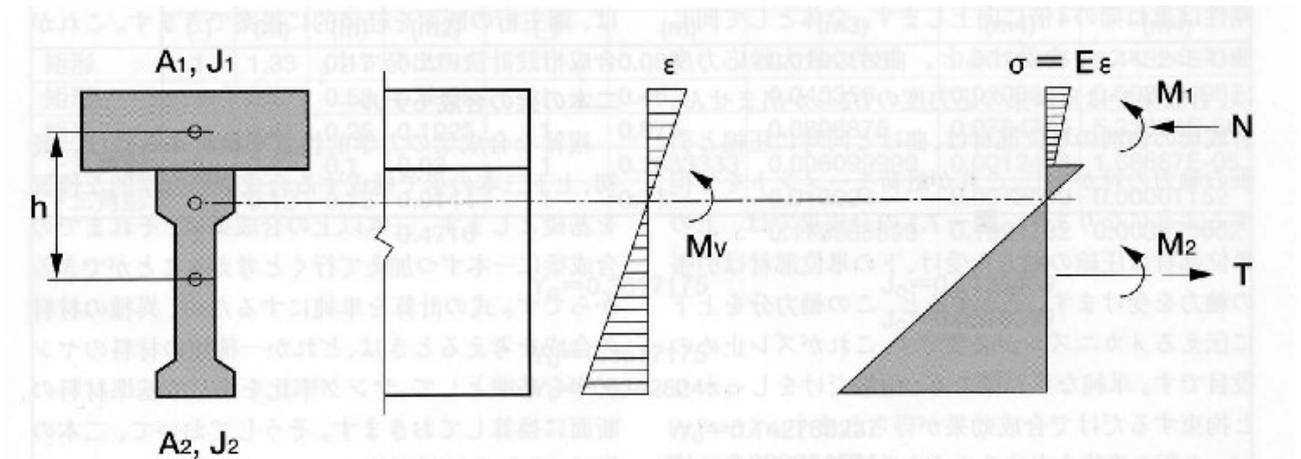


図 7.4：合成梁の曲げ応力度の分布（異種材料の場合）

### 7.3.4 構成部材別の応力分を求める式

合成桁の応力の性質を議論するため、構成部材別に曲げモーメントと軸力の大きさを求める式を下に示します。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{曲げモーメント負担分} \\ \text{軸力の大きさ} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{J_1}{J_1 + J_2 + J_h} M_v \\ N_1 = \frac{J_h}{J_1 + J_2 + J_h} \left( \frac{M_v}{h} \right) \end{array} \right. \quad (2)$$

式(2)では、指標1はコンクリート断面を、指標2は鋼断面を意味すると解釈して下さい。合成桁の特徴は、 $J_h$ の寄与分だけ曲げモーメントの負担分が減りますが、軸力の作用が追加されます。正の曲げモーメントを受けるように使うのが普通ですので、コンクリート断面の軸力は圧縮力（負の符号）になります。コンクリートの応力度は、圧縮応力度を正符号とする習慣がありますが、全体の応力度を考えるとときには応力度の符号の約束に混乱が起きますので、注意が必要です。

### 7.3.5 断面積を増すと応力は下がるか

合成断面とは、或る元になる断面があって、それに別の断面を追加したと考えることができます。直感的に考えると、同じ曲げモーメントに対して応力度を計算すれば、元の断面の最大応力度は、合成断面になると減るはずですが、部分的に見れば、中立軸の位置が変わり、応力度の分布も変わりますので、場所によっては増える箇所もあります。この全体の傾向は、式(1)、(2)を見ただけでは分からないので、具体的な断面で数値計算をして比較しなければなりません。最初から合成断面として合理的な断面を提案する場合、個別の許容応力度が決められていれば、それに合わせるような断面提案ができます。単鉄筋矩形断面の鉄筋コンクリート梁は、合成断面です。引張側のコンクリート断面の寄与を無視する条件があるので少し複雑になっています。コンクリート桁の断面設計では、概略の断面を提案しておいて、多少の応力度の過不足は鉄筋量で調整することができます。第5章で紹介した複鉄筋矩形梁の断面提案法は、それを体系化したものです。しかしながら、合成桁の場合は、鋼桁単独で受け持つ場合と、合成桁になった場合との二種類の応力度分布を個別に加え合わせる計算をします。鋼桁に注目すると、鋼桁にコンクリート床版部を追加して合成断面にします。しかし、この合成された全体断面で、最初に鋼桁断面だけで受け持っていた曲げモーメント分の応力度分布を再配分するものではありません。このことが、合成桁の断面計算を面倒にしている一つの理由です。

## 7.4 合成梁の内部不静定問題

### 7.4.1 合成部材は不静定であること

構造物の構成の特徴を表す用語に、静定・不静定の区別があります。静定な構造物では、完成系の構造物の死荷重応力は、建設過程に関係しません。不静定な部材構成があると、その箇所での死荷重応力が一意に決まりません。或る部材を外すと静定になるとき、その部材を後から追加するような施工を考えますが、そのときに幾ばくかの外力を臨時に加えます。この施工を意図的に行うことを**応力調整**と言います。これには種々の方法が応用されています。プレストレスコンクリートの施工も、概念的には応力調整法です。単位部材単独を考えると、部材に作用する外力が0であれば、その力に対応する応力度分布も0であると仮定します。しかし合成部材は、原則として不静定であって、部材に外力の作用が無くても、内部的に釣合った力が作用して、それに伴う内部応力度が存在することがあります。代表的な例を二つ上げます。図7.5(上)は二本の単位部材が弓なりに曲がっているのを、思考実験的には、万力で挟むように外力を加えて隙間がないように固定してから抑えを外します。こうして得られた合成部材は、構成する単位部材に個別に曲げ応力度が発生していますが、内部的に釣合っていますので**内部応力度**として残ります。用語として**残留応力度**もあります。こちらは鋼構造物の方で主に使い、発生の原因は溶接に伴う温度差応力度です(下で説明)。内部応力度は、内部的に釣合った力で発生しますが、この力は部分的ではないので、局部応力度とは違って、部材軸方向に分布状態で存在します。図7.5(下)は、上下の部材長さに差がある場合であって、どちらか一方の部材に軸力を作用させて変形させ、全体を一体化してから軸力を抜きます。この軸力の作用位置は合成断面の重心から外れていますので、合成断面には曲げモーメントが働くことになり、合成断面は曲がります。構成する単位部材では、個別に曲げと軸力とが作用した内部応力状態が発生します。

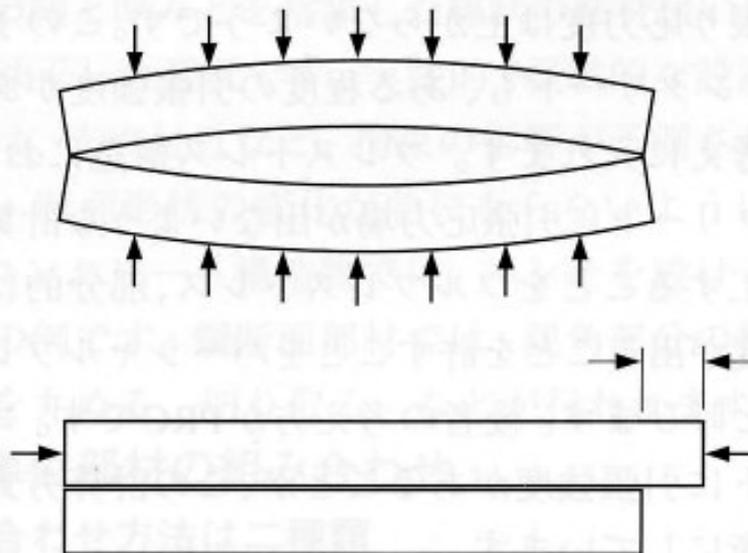


図 7.5 : 合成部材の不静定問題、曲げの場合(上)と軸力の場合(下)

### 7.4.2 乾燥収縮、温度差による応力度の計算

コンクリートは乾燥収縮が起こりますので、もしコンクリートと鉄筋との付着を考えなければ、部材断面では鉄筋がコンクリート断面から突き出てきます。乾燥収縮による合成断面の応力度を計算するときの力学モデルは、図7.5(下)です。乾燥収縮による鉄筋とコンクリートとの歪み差分を、外力として鉄筋に作用させて歪み差を無くし、その外力を抜くときは合成断面になったとして応力度を計算します。温度差による応力度の計算原理も同じです。相対的に温度が高い側の単位部材を考えると、その部材単独は長さが伸びますので、それを抑える仮の外力を作用させて長さの差を戻し、今度は、合成された全体断面に符号反対の外力を作用させます。温度差の計算では、部材厚み方向などで温度分布が複雑になっているのですが、全体的な傾向を計算するときには単位部材別に一定温度を考えます。具体的な温度差応力による現象として、背の低い鉄筋コンクリートのビルでの天井部分の亀裂があります。天井部分は夏冬の温度差を直接受け、他の部分は比較的一定温度であるため、温度差応力が大きく出ます。天井部の亀裂は、温度差応力度に耐えられなくなった結果であって、これが厄介な雨漏りを起こす問題の原因です。

### 7.4.3 死活荷重合成と活荷重合成

橋は何も無い空間を渡す構造物ですので、普通、架設作業の最初は、中間支保工を使った仮の渡しを作ります。コンクリート橋では、全体構造が完成して充分の強度が保証できるまで、支保工をそのまま使い続けます。鋼桁を主体とした合成桁の橋梁は、大きく分けると、鋼桁だけが架設された状態と、合成桁になった状態とに分けます。段取りとしては、鋼桁部分を完成させた後でコンクリートを施工します。鋼桁の架設時に使った中間支保工をそのまま残すか、撤去するかを選択があります。コンクリートの強度に期待するのは、通常、コンクリート打ち込みから約一ヶ月を見込みます。完成状態になってから支保工を撤去すると、合成断面で死荷重も活荷重も受け持つことができます。このような施工を、設計上の区別では**死活荷重合成**と言います。鋼桁架設の段階で支保工を使わないことも多く、また、支保工を使うと橋面下の空間を塞ぎますので、鋼桁部を完成しておいて、コンクリート型枠の支えに使うのが普通です。そうすると、鋼桁は後から打設したコンクリートを含めた殆どの死荷重を受け持ちます。したがって、活荷重分の総てと、舗装や高欄などの部分的な死荷重を合成断面で受け持ちます。これを**活荷重合成**と言います。理屈の上ではそうですが、コンクリートの打ち込みは短時間で全橋梁を施工することができませんので、時間的に先に施工した箇所からコンクリートが硬化し、強度が発現するようになります。そうすると、施工済みの箇所は合成桁と成って、後から打ったコンクリートの死荷重分の曲げモーメントを受け持つようになります。したがって、施工管理を合理的に計画しないと、橋の曲げ剛性が部分的に変りますので、路面形状が変ってしまいます。普通の合成桁は単純橋に利用されますが、連続橋でも合成桁で施工されることがあります。支点上は負の曲げモーメントを受け、コンクリート部は引張応力場になります。この応力度の管理方法について、設計上もまた架設管理上も多くの検討が行われます。

### 7.4.4 コンクリートのクリープが起こす問題

コンクリートは、一般の人から見れば、人工石材のイメージを持つため、弾力的な変形だけでなく、乾燥収縮、さらにはクリープのような塑性的な変形をすること想像できないと思います。コンクリートの橋が、クリープによって弾性変形を上回る大きなタワミを起こすことが知られるようになったのは、神奈川県相模湖に1958年日本最初に建設されたデビダーク式のPC橋、嵐山橋からです。合成桁の設計でもクリープを考慮に入れる計算をしますが、クリープによって橋の縦断勾配が大きく変わると言った、眼に見える形で現象が認識されることは多くありません。クリープによって応力分布が変わることは、理論計算はできても、応力を直接測定して確認することができません。PC橋のプレストレスがコンクリートのクリープで抜けて行くのは、変形が観察に掛かることで、間接的に知る以外に方法がありません。しかし、種々の実験的な知見を総合して、クリープを考えた計算方法に大体の筋書きが確立されるようになってきました。クリープ発現モデルは、定性的に言えば、クリープ歪みの進行速度で考えます。この速度は、作用する応力度の大きさに比例し、コンクリートの材令の若い時期から応力が作用していれば大きく、充分時間が経てば止まるとします。簡単な数学モデルを考えることもできますが、設計などの実用計算に応用するときには、クリープ係数 $\phi$ に集約します。これは、弾性歪みに上乘せするようにクリープ歪みが $\phi$ 倍分増えんとする考えです。弾性係数が $1/(1+\phi)$ になると考えることもできます。例えば、コンクリート桁の死荷重タワミは、比較的若い時期での弾性タワミ分が $\delta$ であるなら、クリープが進行した最終的なタワミが $(1+\phi)\delta$ になると計算することができます。

### 7.4.5 応力の再配分が起こる

鉄筋コンクリート構造は合成部材です。単鉄筋コンクリート桁理論で設計した橋は、引張側のコンクリート強度を期待しませんが、目だつた亀裂を示さないで実用されている現実があります。引張り側コンクリートの強度が低い部材であっても、亀裂を発生する引張応力度まで応力度が大きくならず、結果的にコンクリートに亀裂が出ないと想像できます。そうであるなら、クリープ発現によって内部応力度の変化と再配分が起こっていると考えなければ説明ができません。クリープは引張歪みにも起こると考えられます。連続合成桁の支点上のコンクリートは負の曲げモーメント側ですので、コンクリートが引張応力度を受けるのを避けるために神経質になるのですが、クリープによる死荷重応力度の再配分が考えられ、計算上予測されるほどにコンクリートの引っ張り応力度は上がらないようです。この予測では、コンクリートも、ある程度の引張強度があることを考えに入れます。プレストレス構造において、コンクリートに引張応力場が出ないような計算をして施工することをフルプレストレス、部分的に引張応力度が出ることを許すことをパーシャルプレストレスと呼びます。後者の考え方がPRCです。コンクリートに引張強度があることが、この計算方式を実用技術にしています。

## 8. 合成桁の断面提案法

### 8.1 許容応力度法で始める

#### 8.1.1 設計法とは提案法であること

設計は、材料の形と寸法の概略の提案を元にして、具体的な形と寸法を決定することです。実務では、最初に概略の寸法を仮定しておいて構造解析に入ります。解析結果を見て、寸法などの手直しをします。なるべく採用寸法に近い構造形式の提案から始めます。この段階の試行錯誤の中間過程は、成果の公式レポートに載りませんが、この考え方を理解することが経験を深める上で重要です。結論から言うと、この過程で使われる計算方法を設計法と言うのですが、実践的な意味を言えば、提案法です。理論は、許容応力度法と線形弾性の仮定を採用します。寸法を決定した後で、耐荷力の計算をして安全性の確認をします。このときは、別の理論を使うことがあります。塑性強度、終局強度、極限強度などの用語がそれを表しています。通常はこの計算結果を見て、元にした提案寸法の変更にまで後戻りをするをしませんので、言わば、学者の自己満足か気休めの的な扱いで済みますこととなります。この段階の計算にも設計法用語を当てることがあるので誤解を招きます。

#### 8.1.2 最初は断面係数と許容応力度を使う

桁部材の断面提案の公式的な方法は、入力条件として曲げモーメント  $M$  と許容応力度  $\sigma$  を与えます。必要断面係数は  $W=M/\sigma$  で得られます。カタログ化された桁製品、例えばH形鋼などが利用できれば、その断面係数を満たす材料を選択すれば済みます。そうでない場合は、必要断面係数を満たすように桁断面の形状と寸法を提案します。矩形断面の場合には、断面係数は  $W=bh^2/6$  です。そこで、 $b$  または  $h$  のどちらかを先に決めれば、他方が一意的に決まります。鉄筋コンクリート矩形梁では、先に  $b$  を決めておいて有効高さや鉄筋量を求めるように整理した提案式を使います。鋼プレートガーダーでは、腹板高さ  $h$  の方を先に決めておくのが普通です。この予備的な計算をして、より細部の寸法の詰めに入ります。許容応力度と言う言葉を嫌って別の用語を使うこともありますが、何れにしても、材料の使用応力度を決めておかないと寸法提案ができません。柱の場合には、必要な断面積が簡単に計算できます。しかし、圧縮柱は挫屈変形に対する安全のため、細長比の制限をします。このときも、断面二次モーメントの計算が必要です。

#### 8.1.3 鉄筋コンクリート桁の場合

前の第5章では、設計モーメントを与えて鉄筋コンクリート矩形梁の断面寸法を算定（提案）する計算式を示しました。これは典型的な断面提案法です。計算の出発になる入力条件に、許容応力度が真っ先に出てきます。ただし、コンクリートの弾性的な性質の仮定は、引っ張り応力度を無視した非線形の弾性理論を採用しますが、変形の考え方は平面保持の仮定を採用しています。そのために計算式が多少複雑になりますが、断面寸法の提案式として見ると、解が一意に得られるように整理されています。しかし、良く見ると、矩形断面の寸法提案は、高さの提案でまとめてあって、幅の方は入力条件の扱いにしています。したがって、もし幅の方を変更したければ、提案式の最初に戻ることにしますので、ここに一つの試行錯誤が隠れています。

#### 8.1.4 鋼桁の場合

鋼のプレートガーダーの標準断面は、I形です。構成部材としては、上フランジ・腹板（ウェブ\*）・下フランジに分けます。断面提案法は、主に上下フランジの断面積を求めることに目的を置きます。計算条件として引張側と圧縮側の許容応力度を使いますが、腹板の桁高と板厚は入力条件扱いをします。腹板の高さと板厚寸法は、他の設計条件で決めることが多いからです。鋼コンクリート単純合成桁では、桁高  $h$  を支間の  $1/18\sim 1/22$  の範囲で選ぶ経験則を使っています。曲げモーメントによる応力度の分布は線形弾性を仮定しますので、合成を考えないプレートガーダーの場合は、引張・圧縮縁でそれぞれ許容応力度になる条件を仮定すると、中立軸の位置が一意に決まります。引張側許容応力度は圧縮側のそれより少し大きいので、圧縮側のフランジ断面積がやや大きい上下非対称の断面形が採用されます。断面提案式は、次節で説明します。

（解説\*：ウェブの用語はインターネットに関連してよく使われようになりましたが、元々の意味はnetwork、網目構造のことです。昔の鋼桁の腹部は斜めの網目構造で構成しましたので、この腹部をウェブと呼ぶ習慣が腹部の部材名称として使われるようになったものです。）

## 8.2 プレートガーダーのフランジ断面提案法

### 8.2.1 断面提案に使うモデル

鉄道橋のプレートガーダーは、鋼桁がむきだしの状態で使うことも多いのですが、道路橋ではコンクリート床版を圧縮フランジの上に載せます。簡単な仮定として、古い橋梁ではコンクリート床版が上フランジの上で単純に支持されているとしましたので、断面設計は非合成としました。合成桁の説明に入る前に、非合成の鋼プレートガーダーの断面決定計算法をおさらいしておきます。図 8.1 が、その計算モデルです。圧縮側、引張側のフランジ部分は、単に面積を持つ点でモデル化します。腹板は製作単位から、桁高  $h$  の鋼板であって、フランジはその上下に接続します。したがって、上下フランジを含めた全桁高は、 $h$  よりも少し大きくなります。寸法を測る座標軸の向きは数学座標系とは異なりますし、応力度なども実践的には負の数の表現を使いませんので、数を代入して数値計算に使うときに符号の約束を確かめる注意が必要です。

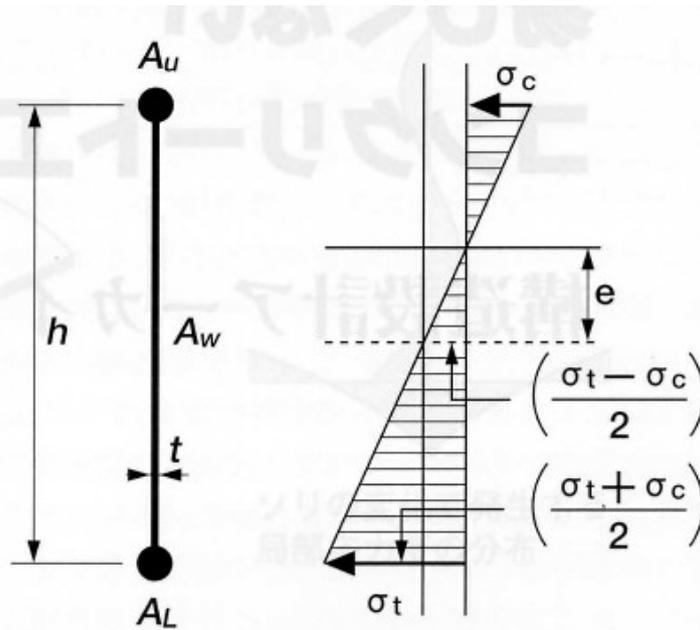


図 8.1: プレートガーダーの断面提案に使うモデル

### 8.2.2 式誘導の考え方

フランジ断面積を求める論理は次のようです。①曲げモーメントを受ける桁のフランジの応力度が、上下で圧縮引張の許容応力度になること、②そうすると中立軸の位置が許容応力度の比で一意に決まること、③この比を満たすようにフランジ断面積を変えて中立軸を合わせることで、式の誘導過程の説明は省き、計算条件と結果の式を下に示します。

入力条件 (通常は、総て正の数値で表す約束です。単位系は実務の習慣で変わります)

$M$	曲げモーメント (kgf-cm) (桁の上側が圧縮になる向きの曲げモーメントを考える)
$\sigma_t$	引張許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$\sigma_c$	圧縮許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> ) (圧縮と断って正の数値を使います)
$h$	腹板の桁高 (cm)
$A_w$	腹板の断面積 = $h t$ (cm <sup>2</sup> )

求める数値

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{圧縮側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \\ \text{引張側フランジ断面積(cm}^2\text{)} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} A_c = \frac{M}{h\sigma_c} - \frac{A_w(2\sigma_c - \sigma_t)}{6\sigma_c} \quad \dots(1) \\ A_t = \frac{M}{h\sigma_t} - \frac{A_w(2\sigma_t - \sigma_c)}{3\sigma_t} \quad \dots(2) \end{array}$$

### 8.2.3 途中計算で使う式はあまり注目されないこと

式(1), (2)は、断面を提案する段階で使う実用式です。正確な数値を計算することが目的ではありません。大体の断面積の見当を付け、これをもとにして具体的に板幅と板厚を決定します。学術的な香りがしませんので、学術的な研究レポートなどで紹介されることはなく、実務経験の有る人が、実務者向けに書いた専門書で見ることがあります。コンピュータで設計計算のプログラムを作成するとき、このような曖昧さを持った式を内部で応用しますが、このプログラミングの扱いがネックになることがあります。このような式の扱いは、電卓などを使って、手元でちょっと確認の計算に使うような類に属します。このような場合に使う計算プログラムのツールが、インタプリタ方式のプログラム Pbasic の位置付けです。表1の例は、式(1), (2)をプログラミングし、実行させた例です。

表1：式(1), (2)を使った Pbasic のプログラムと実行例

list
10 rem 単純プレートガーダー断面提案
20 rem "SteelGirder1"
30 rem 計算条件
40 Bm=45700000 :rem 曲げモーメント(kgf-cm)
50 Sc=1250 : rem 圧縮許容応力度(kgf/cm <sup>2</sup> )
60 St=1400 : rem 引張許容応力度(kgf/cm <sup>2</sup> )
70 h=176 : rem 腹板高さ(cm)
80 t=1.2 : rem 腹板厚(cm)
90 rem 上下フランジ断面積を決定する
100 Aw=h*t
110 Ac=Bm/(h*Sc)-Aw*(Sc+Sc-St)/(6*Sc)
120 At=Bm/(h*St)-Aw*(St+St-Sc)/(6*St)
130 print "圧縮フランジ断面積=" ;Ac
140 print "引張フランジ断面積=" ;At
run
圧縮フランジ断面積= 176.751272727273
引張フランジ断面積= 146.499350649351
福田・友永・菊池・笹戸「橋梁工学」オーム社、 昭和51年、p138-140の例題を使用

### 8.2.4 断面の提案を受けて具体的寸法を決定する

プレートガーダーを工場で実用断面として製作する場合は、カタログに載っている材料の商用規格と、製作・加工・架設などの便を考えた切りの良い寸法と、もう一つ、構造上の要請とを勘案します。プレートガーダーの桁単独を取り出すと、リボンのような頼りない状態です。他の部材と組み合わせて骨組みにすることで、しっかりとした全体構成になります。断面の決定は、これらを考えます。ここでは詳細に立ち入りませんが、検討項目のあらましを箇条書きで列挙しておきます。

- 腹板は、桁軸方向に或る間隔で垂直補剛材を入れます。これは腹板の剪断挫屈変形を抑えることと、桁を立てて使うとき、部分的に柱の機能を持たせるためです。圧縮側には、曲げ挫屈を抑えるために水平補剛材を入れることがあります。これは鋼桁の主断面の計算には組み込みません。
- 腹板は、剪断力の伝達の目的があります。応力度は小さいので、経済設計の立場からは薄い板厚でも持ちます。そのため、最小板厚の制限があるのが普通です。
- あまり頭でっかちのフランジを使うと、腹板との接点で剪断応力が大きくなりますので、その箇所溶接断面が不足しないような注意が要ります。
- 上フランジは、その上にコンクリート床版を載せるための幅を持たせます。そのため、曲げモーメントに合わせるようにフランジ断面積を長手方向に変える場合であっても、幅を一定にします。
- 上フランジは、トラスの上弦材のように、圧縮を受ける柱としての性格を持ちます。そのため、幅員方向の横変形が大きく出ないように、適当な間隔で水平構を入れます。上フランジは、完成後はコンクリート床部と一体化して横方向の変形は出ませんが、コンクリートの打ち込み時には未だ拘束が効きませんので、横倒れ挫屈変形を起こすことがあります、また事故も起きています。
- 下フランジ単独で見るとトラスの引張り下弦材のような性格があります。引張側であるので横抑えを軽く扱うことがあって、結果として下フランジを含む腹板が横揺れを起こすことがあります。これが時として低周波振動公害の元になることがあります。このようなことを考えて、下フランジの横変形を抑える下側水平構を設計しなければなりません。

### 8.3 合成桁の鋼桁部のフランジ断面提案法

#### 8.3.1 コンクリートの扱いはマクロに考える

合成構造物は、合成桁に限らず、種々の場面で現われますが、代表的にはコンクリート床版を持つ鋼プレートガーダーの発展した形式です。したがって、その設計は鋼構造物の方の専門家が当たることが多くなります。その専門家は、コンクリートの扱いにやや経験不足のことがあり、またコンクリートの専門家も鋼構造の扱いに慣れていない、などの問題をはらみます。よく陥る間違いは、材料の性質を理論的に理想化し過ぎることです。コンクリートは、ややミクロに見れば砂利・砂の混合物ですので、均質な弾性体とは程遠い材料です。鉄筋は、コンクリートの亀裂が進行しないようにする配筋上の注意は必要ですが、一種の粗骨材と見て、その全体をマクロに見て均質なコンクリートとして扱うのが妥当です。力学モデルを考えるときに、鉄筋をあたかも構造系を構成する部材並に、コンクリート本体と分離する扱いをするべきではありません。

#### 8.3.2 合成前と後の二種の曲げモーメントを扱う

前節の鋼プレートガーダーは、上下フランジの圧縮・引張許容応力度の差が大きくなりませんので、小支間の橋梁では、製鉄会社が供給する桁高の高い対称なH形鋼をそのまま使うこともあります。板厚の板幅寸法比などは、挫屈変形に対して合理的に決めた形状でカタログ化されています。しかし、合成桁として設計する鋼桁は、極端に上下非対称なフランジ断面に設計します。鋼桁の設計に使う曲げモーメントは、合成前と合成後との二場面を考えます。通常、鋼桁自身と、コンクリート床版を含む大部分の死荷重モーメント  $M_d$  は、鋼桁だけで受け持つとして計算し、コンクリート床版が硬化した後、活荷重の総てと、後から施工する部分的な死荷重分を合成後モーメント  $M_v$  として合成断面で持たせます。細かいことを言えば、コンクリートを打ち込む際の形枠工は合成前の死荷重に含ませますが、形枠を外すときは合成断面に対して負の死荷重を作用させる、と計算します。合成断面は、コンクリート断面を  $1/n$  に換算して鋼断面に繰り込みます。この場合、どの幅員範囲のコンクリート床版を鋼断面と一体化するか、また、 $n$  の値を幾らにするか、で多くの問題があるのですが、これは後の節で解説します。

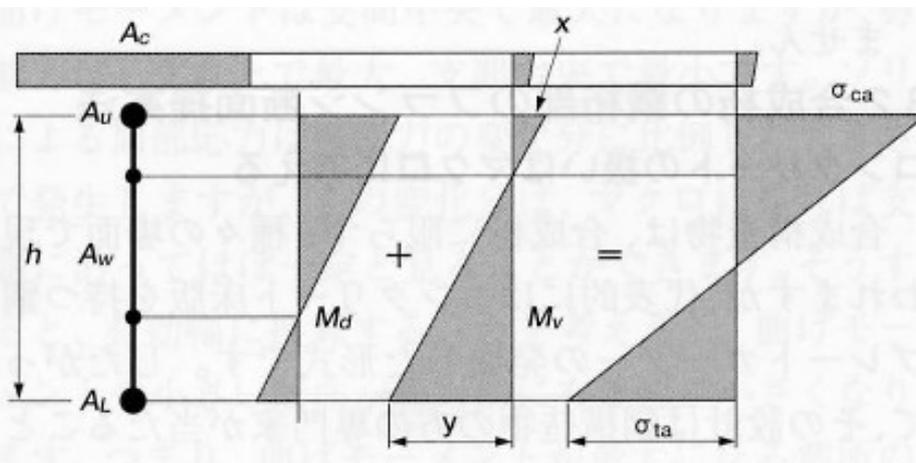


図 8.2： 合成桁鋼断面提案に使うモデル

#### 8.3.3 断面提案は実用的な近似式を使うこと

合成桁は、鋼桁の断面決定が一つの大きな問題です。実践的には試行錯誤の繰り返ししかありません。解析的には、図 8.2 のように簡略化したモデルを考え、合成後の鋼桁上下フランジ応力度を未知数  $x$ 、 $y$  と置きます。これが分かれば、先の式(1)(2)の問題と同じです。 $x$ 、 $y$  を求める式を正直に誘導すると、 $x$ 、 $y$  の 4 次式を解かなければなりませんので、一意の解析解の提案ができません。このような難問を解決するには、コンピュータに試行錯誤のループ、例えばニュートン法、でプログラミングするのが賢い方法です。しかし、プログラミング経験が未熟であった頃は、とにかく、一意に解が得られる実践式を工夫し、その式を使って手計算をするか、その式でプログラミングすることを考えました。合成桁の断面提案問題を研究して実践的な断面決定法にまで昇華させたのは、高島春生、佐藤悟「活荷重合成桁の鋼桁断面決定法」工学研究 12 巻 19 号、S 38 年 5 月、pp. 270-276 であって、極めて評価の高い方法です。ここでは、その提案式を紹介します。数値計算は、Pbasic でプログラミングしましたので、リストと計算結果を例示します。

入力条件（通常は、総て正の数値で表す約束です。単位系は実務の習慣で変わります）

$M_d$	合成前に鋼桁に作用する曲げモーメント (kgf-cm)
$M_v$	合成後に構成断面に作用する曲げモーメント (kgf-cm)
$\sigma_{ta}$	下フランジ引張許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$\sigma_{ca}$	上フランジ圧縮許容応力度 (kgf/cm <sup>2</sup> )（圧縮と断って正の数値を使います）
$h$	腹板の桁高 (cm)
$d$	上フランジとコンクリート床版の重心位置間の距離 (cm)
$A_w$	腹板の断面積 = $h t$ (cm <sup>2</sup> )
$A_c$	あらかじめ、コンクリート床版の断面積を $n$ で割った値で使用 (cm <sup>2</sup> )

計算途中パラメータの計算（島田静雄、高木録郎「新版合成桁の理論と設計」山海堂 S 63、p92）

$$K = \frac{\frac{M_v \sigma_{ta}}{h}}{\left[ \frac{M_d + M_v}{h} + \frac{A_w}{6} \sigma_{ca} + A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2 \sigma_{ta} \right]} \quad \dots(3)$$

$$L = \frac{A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2}{\left[ \frac{M_d + M_v}{h} + \frac{A_w}{6} \sigma_{ca} + A_c \left( \frac{d}{h} \right)^2 \sigma_{ta} \right]} \quad \dots(4)$$

$$y = K(1 + KL) \quad \dots(5)$$

$$x = \frac{\frac{M_v}{h} - \left[ A_c \left( 1 + \frac{d}{h} \right) \frac{d}{h} - \frac{A_w}{6} \right] y}{\frac{1}{\sigma_{ca}} \left( \frac{M_d}{h} + \frac{\sigma_{ta} - y}{6} A_w \right) + A_c \left( 1 + \frac{d}{h} \right)^2} \quad \dots(6)$$

求める数値（パラメータの表し方が少し違いますが、式(1), (2)と同じです）

}	圧縮側フランジ断面積 (cm <sup>2</sup> )	$A_u = \frac{M_d}{h(\sigma_{ca} - x)} - \frac{A_w}{6} \left( 2 - \frac{\sigma_{ta} - y}{\sigma_{ca} - x} \right) \quad \dots(7)$
	引張側フランジ断面積 (cm <sup>2</sup> )	$A_L = \frac{M_d}{h(\sigma_{ta} - y)} - \frac{A_w}{6} \left( 2 - \frac{\sigma_{ca} - x}{\sigma_{ta} - y} \right) \quad \dots(8)$

ここで得られた所要フランジ断面積を元に、具体的にフランジの板幅と板厚を決定します。その断面積は、提案数値と若干異なるのが普通です。決定断面を使って応力度の計算をして、それが許容応力度以内であることを確認するのが断面計算法です。計算結果と許容応力度の差が大きければ、決定断面の寸法を少し変えて試行し、最初の提案計算法のところまでは戻らないのが普通です。ただし、曲げモーメントや許容応力度を変えると、どの程度断面積が変化するか傾向を調べる目的には使うことができます。

表 2 : 式(3)～(8)を使った Pbasic のプログラムと実行例

```

list
10 rem 合成桁断面提案"Composite.txt"
20 rem 計算条件
30 defdbl M
40 Md=26820000 :rem 死荷重モーメント(kgf-cm)
50 Mv=24900000 :rem 合成後モーメント(kgf-cm)
60 Sca=1900 : rem 圧縮許容応力度(kgf/cm^2)
70 Sta=2100 : rem 引張許容応力度(kgf/cm^2)
80 h=160 : rem 腹板高さ(cm)
90 d=13.5 : rem 床版重心高さ(cm)
100 Aw=h*0.9
110 Ac=300*22/7 : rem n=7
120 rem パラメータ計算
130 P1=(Md+Mv)/h+Aw*Scs/6+Ac*Sta*d*d/(h*h)
140 PK=Mv*Sta/(h*P1)
150 PL=Ac*d*d/(h*h*P1)
160 y=PK*(1+PK*PL)
170 P2=((Md/h+Aw*(Sta-y)/6)/Sca)+Ac*(1+d/h)*(1+d/h)
180 x=(Mv/h-(Ac*(1+d/h)*d/h-Aw/6)*y)/P2
190 rem 上下フランジ断面を決定する
200 Sc=Sca-x : St=Sta-y
210 Ac=Md/(h*Sc)-Aw*(Sc+Sc-St)/(6*Sc)
220 At=Md/(h*St)-Aw*(St+St-Sc)/(6*St)
230 print "圧縮フランジ断面積 = ";Ac
240 print "引張フランジ断面積 = ";At
250 end
run
圧縮フランジ断面積 = 58.9903638340975
引張フランジ断面積 = 141.848642391701

```

#### Pbasic プログラム文の解説

このリストは、BASICインタプリタ形式で動作するPbasicのプログラム文です。行番号ラベルが付いた部分がそうです。これはテキストファイルとして作成してあって、loadコマンドでディスクから読み出します。listコマンドでコンソール画面にリストを書き出し、次いでrunコマンドで実行させます。計算結果は、続けてリストされています。これらのプログラムは、例題として作成しましたので、計算条件などは、ステートメントに組み込んであります。別の条件で計算したければ、条件部分をテキストエディタで書き換えます。元のディスクのテキストファイルを使ってもよく、またPbasicのテキスト編集機能を使っても変更できて、すぐに実行できます。

## 8.4 有効幅の問題

### 8.4.1 縦長と横長の部材の合成曲げ部材

橋梁の床版部分は横幅の広い部材ですが、それを支える桁は相対的に幅が狭く、縦長ですので、この全体は部分的に見ると英字のT形になります。鉄筋コンクリートのT形断面の桁がそうです。鋼とコンクリートの合成桁は、縦長の部分が鋼桁になったものです。横長の部材は、厚みに較べて幅が広いと、感覚的に頼りなく見えますので、ある幅を限って、その幅を有効幅として断面計算に繰り込みます。図8.2で説明すると、鉄筋コンクリートの床版部分を合成断面に組み込むときの横幅をどれだけ考えるかの問題です。実践的な提案法は、結論から言うと、片側張りだし幅を、厚みの約12倍以下にします。道路橋では、幅員の両端桁は床版が張り出し構造になります。鉄筋コンクリートT桁では、ハンチから外側の張りだし部分を厚みの12倍以下を有効断面とします。プレートガーダーの鋼フランジの場合には、腹板の左右を合わせたフランジ全幅は、板厚の25倍以下に抑えるように寸法を決定します。この制限は、曲げの圧縮側フランジに適用し、挫屈に対する安全も含みにしたものです。引張側フランジでは挫屈を考慮する必要がないのですが、あまり張り出しを大きくしません。プレートガーダーの腹板の補剛材も一種の片側張り出し部材ですので、板幅を板厚の約12倍に抑えた材料を溶接します。支点上の垂直補剛材は柱の性格を持たせる計算をしますが、連続性のある腹板も断面に組み込むときには、腹板幅の25倍の部分を計算断面に組み込みます。これらは、設計細則などに決めてあることがあります。このように、約12倍と言う数値は、種々詳細設計の場面で見られます。

### 8.4.2 有効幅を決める理論的な根拠

有効幅の問題は、基本的には第7章で説明した合成断面に生じる局部応力の取り扱いの一種です。合成部材全体として断面の平面保持の仮定からのソリを考え、それによる局部応力が出ることを解決するための方法です。曲げを受ける部材では、ソリは、剪断応力度によって起こり、これを求めると、断面は、平面保持の仮定からズレます。H形の断面について、このズレ変形をやや強調して表すと、図8.3のようになります。桁の長手方向で一定の剪断応力度分布であると、桁断面にソリがあっても、紙製のソーサー(皿)を重ねた状態であって、局部応力は出ません。しかし剪断力が変化する箇所(腹板とフランジの接合部)の左右では、ズレの大きさが揃いませんので、その差を打ち消すような局部応力が発生します(図8.3)。T形断面では、縦横部材の接点の箇所で、曲げの平均応力度よりも局部応力度分だけ大きくなります。そこで、応力度の増加分は、フランジ部分の実質的な断面が小さくなったとして、計算のつじつまを合わせよう、と考えたものです。

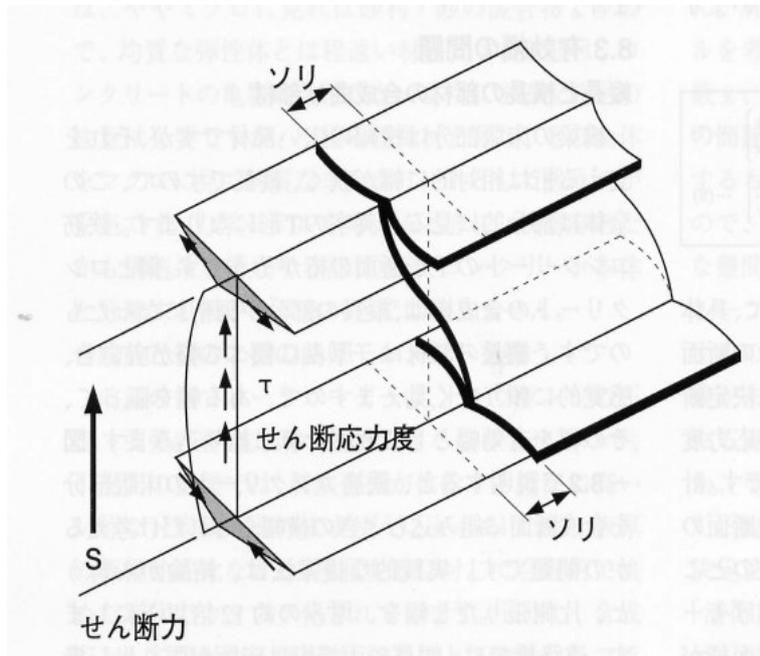


図 8.3 断面のソリはせん断応力度で生じる

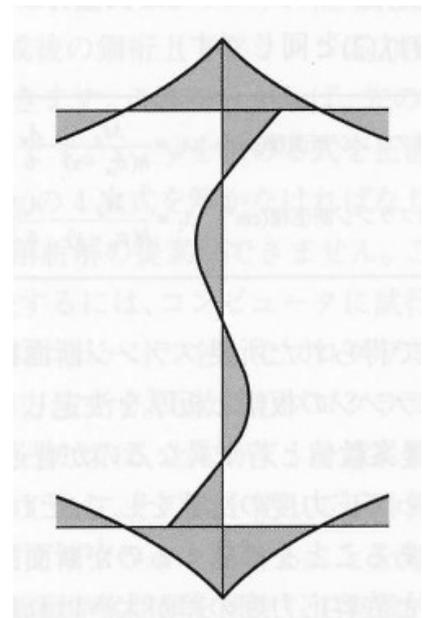


図 8.4 ソリの変化で生じる局部応力度

### 8.4.3 剪断力が小さければ有効幅を考えなくてもよい

有効幅を考えるときには、剪断力の変化による局部応力度の分布と、その場所の曲げ応力度の大きさに関係します。一般的な曲げ部材の応力分布は、曲げモーメントは支間中央で最大になりますが、剪断力は、支点上で最大、支間中央で最小です。ソリによる局部応力は剪断力の変化分に比例した大きさが発生しますが、この変化分は、マクロに見れば支間に沿ってほぼ一定と見ることができます。そうすると、有効幅に換算することを考えると、曲げモーメントの小さい断面が相対的に有効幅が小さくなります。つまり、曲げモーメントが最大になる個所の断面では、特に有効幅を神経質に狭めるまでもありません。ただし、連続桁構造の支点上では、剪断力の変化も大きく、曲げモーメント（負）も大きくなりますので、断面に余裕を持たせることを考えます。

### 8.4.4 鋼桁断面の板厚と板幅との比は挫屈防止で決める

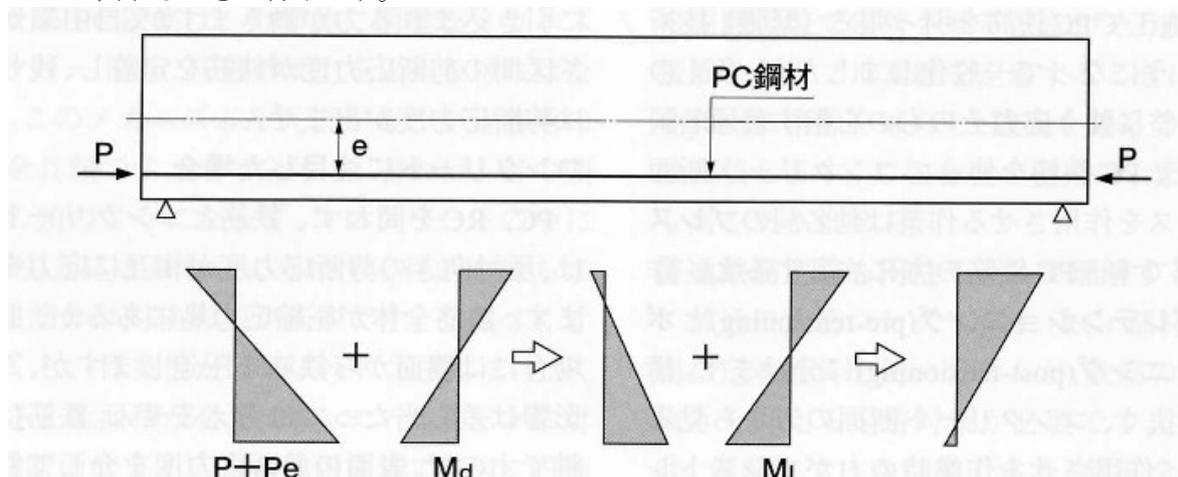
有効幅を考えるときの桁断面は、T 形のフランジを仮定しました。これは、フランジが魚のひれ(鰭)のように、本体から横に飛び出している形を想定しています。板が左右で別の部材で支えられていれば、条件がずっとよくなります。全体を箱構造に製作する鋼トラスの弦材断面は、板厚にくらべて相対的に大きな板幅または桁高の断面形に構成します。このときの板幅板厚比は、少なくとも 40 程度にすることができます。プレートガーダーの腹板は、上下のフランジで拘束されますので、補剛材を使わない場合には、その比は 120 です。これらの比率を提案する理論的根拠は、両端で支えられた無限に長い板要素が、圧縮または曲げを受けても、局所的な挫屈をしない条件ですので、有効幅を考えたときのソリとは違うモデルです。もし、魚のひれのように片側が自由な板であると、この比率が約 12 になりますので、有効幅の考え方と整合します。

## 9. プレストレストコンクリートの力学

### 9.1 PCの基礎的な概念

#### 9.1.1 長いカタカタ用語が多いので閉口する

プレストレストコンクリートは、英語の prestressed concrete をカタカナ語にして使う正式な専門用語です。文字数を多く使いますので、**PC**と略して使うことが多いのですが、プレストレスやプレストレッシングなどは、これに代わる適当な日本語も英字の約束がありませんので、そのまま使います。PC技術は、戦後の復興事業の開始と共に急速に発展しました。その殆どが海外技術の導入で始まりましたので、カタカナ用語と英字の頭字語が氾濫するようになってしまいました。元の英語読みをカタカナ語で表した場合には、元の英語が類推できます。しかし、日常用語で使うときには短縮して、例えば、プレテン・ポステン・ピーコン・ナマコンなどと飛び交います。元の英語の頭文字だけを使う短縮語、例えばPCや**RC**(reinforced concrete: 鉄筋コンクリート)も混用されます。ドイツ語やフランス語の用語も無くはないのですが、英語訳の方が優勢になりました。このような、多様な用語と表記が氾濫しますので、どこかで用語の統一を図っておく必要があります。この方法は二つあって、本文とは別に、用語索引(index)と用語説明(glossary)を付けます。論文などの短い文書では、用語が最初に現われたところで説明を補う方法を使います。この文書もその方法を採用していますが、全体を通した索引と目次はWEBで公開するときに付けます。



9.1 PC桁の応力度の計画原理

#### 9.1.2 PCの発想そのものは単純であること

コンクリート技術の応用として、矩形梁の計算方法を5章にまとめておきました。この計算仮定は、コンクリートの引張強度を期待しませんが、そうすると、梁の引張側にあるコンクリートは無駄な材料を使っていることになります。また、現実には引張側のコンクリートに亀裂が入ったとしても「理論の上からは、仮定に折り込み済みであって安全性に問題がない」と弁明することもできます。しかし、現実の構造で亀裂が観察されるようであれば、理由が何であろうとも、それは欠陥施工と見なされます。実際に施工された健全なRC桁には大きな亀裂が殆ど出ない事実があって、コンクリートの引張強度が十分に効いていることを示しています。そこで、単鉄筋矩形梁の構造のまま、引張側鉄筋に外から引張力を加え、その反力をコンクリートに圧縮力として作用させるように両端部で固定することを考えます(図9.1)。そうすると、コンクリート断面に負の曲げモーメントと軸力を作用させることになって、設計時の正の曲げモーメントを打ち消し、コンクリート断面の引張応力が出る範囲を狭めることができます。これがPC (prestressed reinforced concrete)の考え方です。コンクリートの引張強度を期待しない仮定をそのまま使うと、軸力と曲げモーメントを受ける梁の計算になります。単純な矩形断面ならば、5.3節で紹介して計算式を使うことができますが、断面形状が複雑になると実用計算には向きません。PCの発想、つまりアイディアは単純です。しかし、外から引張力を加え、その反力をコンクリートに圧縮力として作用させるには、特殊な高強度のPC鋼材、通称で**PC鉄筋**を使い、コンクリートも強度の高い材料を使う必要があります。さらに、この発想を実現させるため多くの技術が使われますが、その大部分は海外の開発者による特許工法です。

### 9.1.3 プレストレッシングは応力調整であること

広い概念で言えば、構造系の応力度分布を施工時に改善する作業には種々の方法があり、これを**応力調整**とくくります。その時に作用させる力には、多くの場合、ジャッキを使います。**プレストレス**の用語はPC桁の施工でPC鉄筋を引っ張る（緊張）技術に使われるようになって一般化しましたが、多くの場面で応力調整に使う応力そのものを指す普通名詞になりました。PC鉄筋を使ってコンクリート断面にプレストレスを作用させる作業は動名詞の**プレストレッシング**です。PC鉄筋の方に注目すると、作業分類は、**プレテンショニング**(pre-tensioning)と**ポストテンショニング**(post-tensioning)に分けます。構造系、または狭く、コンクリート断面の方から見ると、PC鉄筋に作用させる作業時の力がプレストレスであって、外力扱いで計算します。したがって、既に施工済みのPC鉄筋は部材断面に組み込み、後から作用させる応力調整の外力による応力分を負担します。プレストレッシングを何段階にも分けて施工するときは、施工時点ごとに応力度分布が刻々と変わって行きますので、部分的に過剰な応力度が出ないように、また全体完成時の応力度分布が設計通りになるように施工を制御しなければなりません。コンクリート材料は、材令の進行によってヤング率が上がり、また持続する応力によってクリープも進行しますので、合理的な施工管理の計画は施工実績の経験が大きく物を言います。

## 9.2 PC鉄筋の緊張と定着方法の力学

### 9.2.1 ピアノ線の緊張と定着方法

細いPC鉄筋単独はPC鋼線と言ひ、俗称でピアノ線と呼ぶ強度の高い、長い線材として製鋼工場で作られます。一本当たりの断面積を大きくしませんので、これを**素線**として何本か（2, 7, 12, 19本などの種類があります）をより合わせたものを通称で**ストランド**と呼びます。複数のストランド単位をさらにより合わせた太い線材が**ロープ**です。ここまでが材料としての用語です。**ケーブル**は、ロープを部材として使うときの用語です。ほかにも種々の用語がありますが、概念的には、この程度の区別で理解するのがよいでしょう。何本もの素線で構成されたストランドまたはロープは、それを引っ張る（緊張する）端部で「素線単位に分けて啣（くわ）える道具、引っ張る装置、定着させる道具」を使います。素線単独または2本よりを使うプレテンションPC鉄筋は、工場のヤード内で素線を緊張し、それを囲むようにコンクリートを打ちます。最初からコンクリートと付着させますので、コンクリート硬化後、PC鉄筋を端部で切断するだけで、特別な定着道具類を使いません。そうすると、端部で素線がコンクリートに引き込まれる力が働きますが、自由端から或る長さ区間の剪断応力度が鉄筋を定着し、残りの大部分は剪断応力度が出ません。

### 9.2.2 コンクリートに注目した場合

PC, RCを問わず、鉄筋とコンクリートとの接触は、反対向きの剪断応力度が相互に応力を伝えあいます。鉄筋全体が圧縮応力場にあるか、曲率を持つ場合には側面から鉄筋を圧迫しますが、この応力の影響は差し当たっては考えません。鉄筋は細長い材料ですので、表面の剪断応力度を介して鉄筋の軸方向の応力度が変化します。コンクリートの方は鋼材よりも剪断強度がずっと低いので、コンクリートの方に視点を置いた**付着応力度**の用語を使います。原理的には剪断応力度と同じですが、用語から連想されるように、付着強度はコンクリートの引張強度とほぼ等価です。水平に置いた曲げ部材の曲げモーメントは、鉛直方向の荷重を受けて長手方向に変化します。それに合うように、鉄筋の軸応力度も長手方向に変化します。この変化分を補うのが鉄筋表面の剪断応力度です。したがって、直径の大きな鉄筋であると、長手方向の応力度変化を補うコンクリート側の剪断応力度が不足し、鉄筋とコンクリートとがズレて一体断面の仮定に合わなくなります。つまり、計算上の所要鉄筋量は、部材寸法に応じた適度な小寸法の鉄筋に分けて配筋しなければなりません。大きなプレストレスを加えるために多くの素線本数をまとめたロープ状のPC鋼材は、付着による応力の取り合いが殆どできませんので、独立した構造部材の扱いをしなければなりません。そうであると、必ずしもコンクリート断面内にPC鋼材を埋め込む必要がありません。これが外ケーブル施工になります。

### 9.2.3 鉄筋に注目した場合

普通の鉄筋コンクリート部材は、設計荷重の範囲では材料を弾性限度内で使います。鉄筋応力度は、コンクリート応力度の $n$ 倍です。 $n$ は鋼材とコンクリートとのヤング率比です。コンクリート断面の引張り強度を仮に圧縮強度の $1/10$ とし、 $n=10$ とすると、コンクリートに引張り亀裂が出ない範囲ならば、引張り側鉄筋の応力度の大きさは、せいぜいコンクリートの圧縮強度止まりです。この大きさならば、鉄筋を定着させるために特別な道具を使うまでもなくて、圧縮側コンクリートまで鉄筋を引き込んで、付着応力度に期待して定着させます。プレストレスを加えるPC鉄筋は、力学的に明確なメカニズムでコンクリート側に圧縮の反力を伝えなければなりません。このメカニズムを代表するのが定着用のコーンや金具類です。この全体は、言わば、釘の頭やボルトの頭のようになって、コンクリートの中にPC鉄筋が引き込まれないようにする目的を持ちます。この頭部分は円柱形状が基本です。なるべく寸法を小さくし、作業性がよいように工夫しますが、適度な長さで断面積が必要です。コンクリートに対して、円柱断面は支圧応力の作用領域であり、円柱側面の断面積が剪断応力度、つまり付着応力度の作用領域です。PC鉄筋は、この円柱内部に定着させます。PC鉄筋を拘束するには二つの選択肢があります。摩擦を効かせて止めるのと、端部にネジを切ってボルトで止めるのとです。溶接する・巻きつける、などは実用になりません。一般に、ネジの部分は強度上の弱点になります。長い長さで供給される素線は、現場で或る長さに切断して、そこにネジを切る加工に向きません。直径の大きなPC鋼棒は、工場で作作するとき鍛造でネジ加工した定尺製品として出荷されます。

### 9.2.4 摩擦が効くようにクサビ作用を利用する

引張試験機を使って鋼棒のような引張り材の強度試験をするときは、鋼棒を端部で啜る道具を使います。この固定はクサビ状の金具を使って鋼棒を挟み、横締め力を発生させ、摩擦力で引き抜きを拘束します。単純な構造ですが実に効果的です。クサビを囲む外側は横締め力の反力を受けますので、膨らみに抵抗する丈夫さが必要です。引張りに抵抗するのは、力学的には剪断力です。材料の接触面が不揃いになっていますので、ミクロに見た剪断応力度の分布は不揃いです。接触部分も均一ではありませんので、横からの圧縮応力度の大きさも不揃いです。大雑把に見積もって、接触部分の面積は、剪断応力度が過大にならないようにします。引き抜きに抵抗する力は、横締め力×摩擦係数です。横締め力は、材料を横から圧縮しますので、あまり接触面積が小さいと過大は圧縮応力度になって、クサビの箇所材料が破断します。つまり、クサビ作用で引張り材を拘束するには、或る程度の長さを必要とし、換算の剪断応力度と圧縮応力度が過大に出ないようにします。この拘束では、クサビ側の材料強度が引張り材の材料強度よりも大きいことを想定していますが、逆の場合もあります。PC鉄筋をコンクリートの周囲環境で定着させるときがそうです。吊橋や斜張橋のケーブル素線を定着するときは、コーン状の金具内に素線をばらし、隙間を錫系の合金材料で熔融充填します。この合金の強度は、素線の強度よりも高くありません。

### 9.2.5 普通鉄筋定着も円柱モデルで理解する

普通の鉄筋コンクリート(RC)部材の鉄筋は、特別な定着道具を使いませんが、鉄筋の両端での引き抜きを抑える定着対策が必要です。実践的な対策は、端部をフックに加工する、鉄筋全体に連続性を持たせるように組み上げる、などをして、鉄筋単独を端で自由な状態にしません。計算上の定着モデルは、端部に鉄筋を覆う円柱を仮想し、その円柱に鉄筋を納め、円柱側面の剪断応力度(付着応力度)の合計で鉄筋引張り力を拘束させると考えます。普通の円い断面の鉄筋を使うときは、その直径のままの円柱寸法であって、この仮想円柱の長さを鉄筋の余長とします。実用的には鉄筋径の30倍などの様に寸法を決めます。異形棒鋼を使うと、鉄筋回りの材料が余分に付いた、やや直径が大きくなった仮想の円柱側面が剪断破壊面になりますので、引き抜きの強度が上がります。これが異形棒鋼を使うと付着が向上する原理です。計算上の扱いは、付着応力度を割り増した値を使います。

### 9.2.6 コーン状の定着用部品を使う

ポストテンション工法でPC部材を製作するとき、後からPC鉄筋を挿入するためのシース（パイプ状の材料）を埋め込んだRC部材として施工します。コンクリート硬化後、十分に強度が上がった時点で、シースにPC鉄筋を通し、後でプレストレスを作用させますのでポストテンションと言います。因みに、ポスト（post-）は「後の」、プレ（pre-）は「前の」を意味する英語の接頭辞です。コーンなどの定着用具は、シースと接続させ、防水状態で施工します。PC鉄筋を緊張し、それを素線単位にばらして定着するため、特別な金具を使うアイデアが種々工夫されてきました。鋼の当て板を通し、くさび金具で固定する方法もあります。素線数が多くなるストランド全体は、素線単位を円錐状（コーン）に広げて、素線単位にわけて定着する方法が基本です。その全体は、内側を円錐状に穴をあけた円柱状の部品を使います。最も普及している製品は、フレシネ工法で使う外側の雌コーンとクサビ目的を持つ雄コーンの対です。外形が円柱状のコーン全体の寸法は、ストランド単位の緊張力を考えた断面積と長さを持たせます。断面積は、コンクリート本体側の支圧応力度、側面の面積は剪断応力度が過大にならないように設計されています。コーン内部で素線全体を放射状に広げますので、素線間にくさび作用の横締めつけ力が働いて素線を摩擦力で定着します。コーン本体は、この横締めつけ力の膨張しようとする力を受けます。コーンが横に膨らんで割れる破壊に耐える強度が必要ですので、鋼製金具を使います。モルタル製のフレシネコーンは、強度の高いスパイラル鉄筋を使った、小寸法の穴明き螺旋鉄筋柱に製作します。

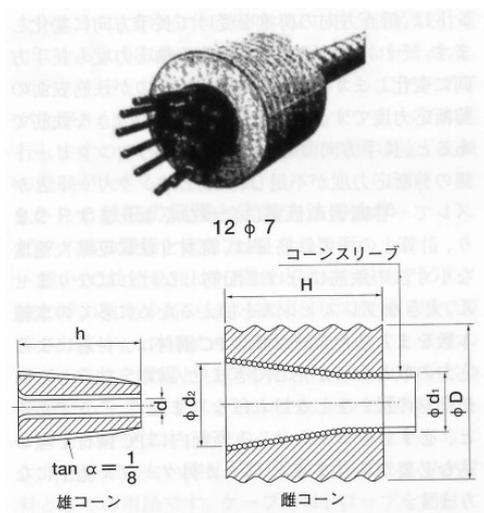


図 9.2 鉄筋コンクリート製フレシネコーン  
(マルチワイヤーシステム用)

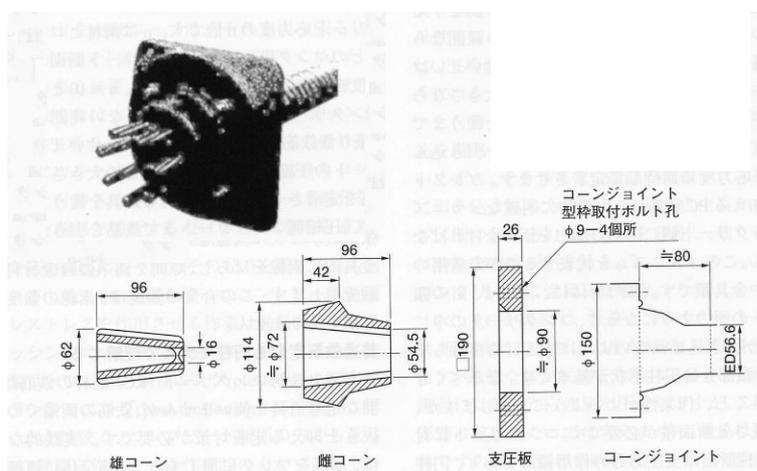


図 9.3 鋼製フレシネコーン  
(マルチストランドシステム用)

### 9.2.7 扇状アンカーブロックを使う工法

大寸法のPC桁にプレストレスする場合、多くのストランドか、それを束ねたロープ単位を使う大規模工法も工夫されています。ストランド本数が増え、個別に緊張する作業を行うと緊張力を揃える管理が難しくなりますので、まとめて緊張させる工法（バウル・レオンハルト工法）があります。円柱状のコーンに代えて、桁端部にジャッキの入る空間を介して大きなコンクリートブロックを設け、そこにコーンと同じ原理でストランドの素線を定着します。ロープの素線は、よりをほどいて放射状に広げますので、扇状アンカーブロックと呼んでいます。その全体は、がんじがらめの鉄筋で補強します。プレストレスを加える前にこのアンカーブロックに高強度のコンクリートを打ち込んでアンカーブロックを完成させておきます。プレストレスは、桁本体とアンカーブロックの間に、千トン単位的能力を持つジャッキを入れて間隔を広げることで加えます。ケーブル本体は、コンクリート桁本体に埋め込むのではなく、施工管理上、桁本体に抱かせる外ケーブル方式が取られます。

### 9.2.8 鋼棒を使うPC鉄筋の問題

長さの長い連続したPC鉄筋は、径の小さな素線単独またはストランドを使うのですが、断面積の大きい高強度のPC鋼棒に代える工法があります。鋼棒は、ストランドに較べて強度が低く、曲げ加工が簡単ではなく、またコイル状に巻いて輸送することができませんので、長さの制限（最大約12m）を受けます。長いPC鋼棒にするため、両端でネジを切り、カプラー金具で繋いで長さを伸ばします。ネジの部分が強度上の弱点になりますので、鍛造などの工場加工が工夫されています。PC鋼棒の定着は、特殊な座金（アンカープレート）を使ってナットで止めますので、ストランドよりも扱い易い面があります。座金は、コンクリート本体に支圧力を伝えますので、コンクリート断面の許容支圧応力度を超えないような断面積を持たせます。PC鋼棒に加える緊張力は、鋼棒端のネジを啜えてジャッキで引っ張りますが、その反力を座金を受けるようにします。ナットの方を回転させて締めつけるトルクレンチの方法は使いません。この工法の代表がディビダグ工法です。

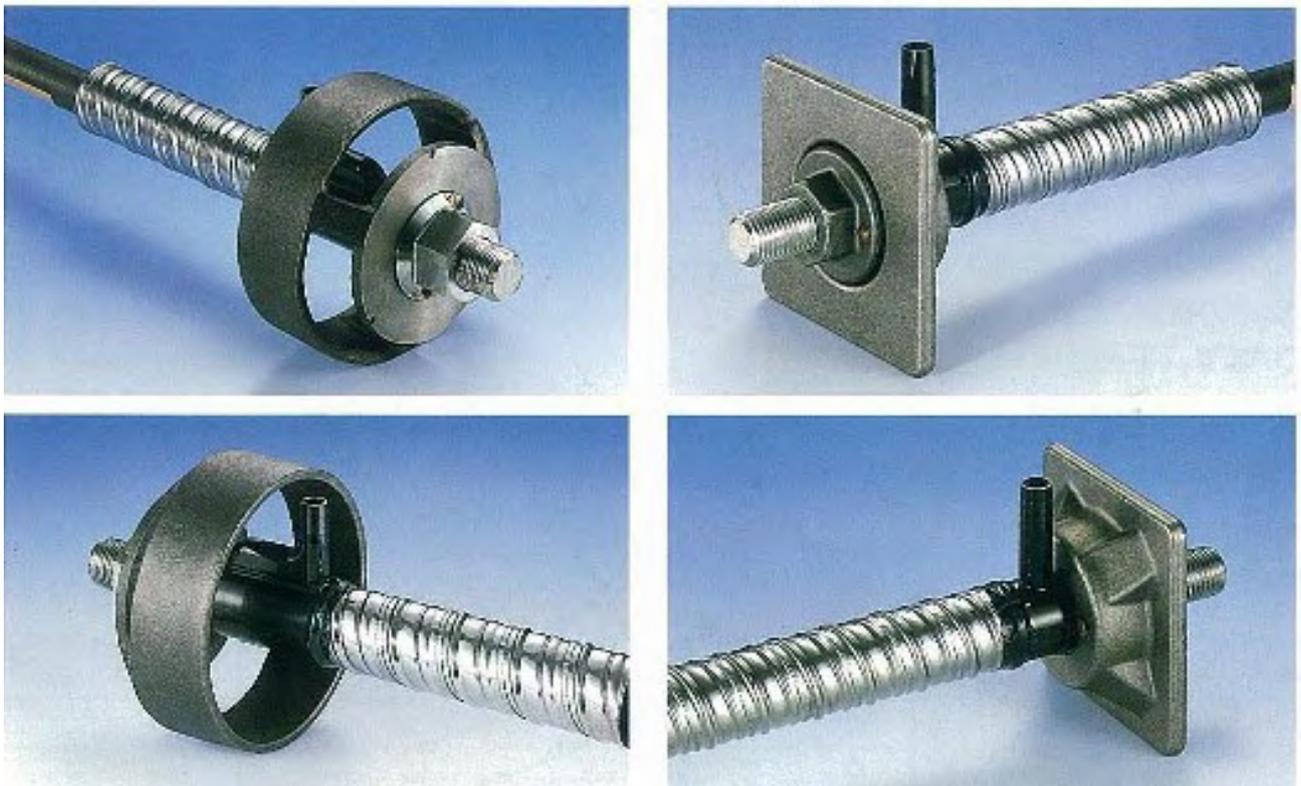


図 9.4 ディビダグ工法のボルト定着金具

## 9.3 摩擦と迂りの力学

### 9.3.1 摩擦力と剪断力はどちらも迂り面を仮定する

ある面を介してズレを起こそうとする能動的な力が、構造力学用語の剪断力です。単位面積当たりで分布を計算するときは剪断応力度で考えます。摩擦力は物理学的な用語であって、最初から迂り面が分かっている場合の力です。剪断力とは違って、受動的な性質の力です。高校までの物理では剪断力を扱いません。摩擦と言うとき、接触面積の大小を無視していますので、剪断応力度の考え方が現れません。剪断応力度を原因とする迂り破壊を扱うときは、迂り面がどこになるかが分かっている場合もあります。摩擦力は、接触面に垂直に作用する圧縮力があることを前提とし、最大値があります。その大きさは圧縮力×摩擦係数です。圧縮力も摩擦係数も小さければ摩擦力も小さくなりますので迂りが発現し易くなります。一般論として、水が介在する環境は、摩擦係数が下がり、迂りが起こり易くなります。最大摩擦力は、動摩擦、静摩擦の区別があります。後者の方が大きいので、迂り始めると止まりません。摩擦力は、外からの力に対して作用する反対向きの力ですので、最初から存在している力ではありません。剪断破壊の方は、迂り面に垂直方向の圧縮力が大きくても起こります。地中深くで起こる地震は、その周囲環境が高い圧縮応力場になっていますので、地殻構造の剪断破壊が原因です。

### 9.3.2 剪断破壊のメカニズム

構造材料を構成する連続体の剪断破壊（迂り破壊）は二段階の過程で起こります。まず、材料内部で、剪断応力度が剪断強度を超えた時点で部分的に破壊が起こります。コンクリートの圧縮試験では、この状態でミシミシときしむような音を聞くことができます。伸びの大きな金属材料の塑性変形は、この状態がミクロのレベルで起きる現象です。部分的な破壊が一つの面として繋がって成長したときに、始めて迂り面が現れます。その場所は、未だ散発的ですが、剪断応力度が最大になる面に沿いますので、理論から推定することも行われます。ただし正確には分からないことも少なくありません。土質力学の円弧滑りは、種々の迂り面を仮定して、最小の迂り力になる破壊モードを探す問題です。部分的な剪断破壊が面（平面も曲面もあります）として繋がると、問題は摩擦に変わります。ただし、この仮定の迂り面は、凹凸があるので摩擦面の性格を持ちます。初等力学で考える平らな面ではありません。摩擦で抵抗する最大水平力が剪断力よりも大きければ、亀裂などが観察されても大きく迂る変形は未だ起きません。これが静的摩擦の状態です。迂りが実現するのは動的な現象です。現象としては瞬間的に起こります。したがって、このようなメカニズムの破壊が最も怖いのです。そこで、迂り始めに効き、変形が大きくなるようにする、構造力学的な工夫が研究されてきました。実は、鉄筋コンクリートに使う鉄筋は、その役目を持っています。繊維補強コンクリートも考え方は同じです。どちらも、コンクリートにミクロの亀裂が入った時点から効き始めますので、健全なコンクリート中にあるときの応力度は小さいのです。コンクリート工学では、このミクロの亀裂を、「仕方が無い現象」と容認する傾向があって、これを許容ひび割れの用語でと捉えています。鋼桁とコンクリート床版で構成する合成桁のズレ止めは、原理的に二種類あります。支圧に代えて抵抗させるジベル（静的作用）と、斜め向きの鉄筋です。後者は、コンクリートと鋼桁とがズレ（動的作用）を起こさない限り、応力が出ることはありません。

### 9.3.3 脆性材料は迂り面で引張り強度を失う

石材・コンクリート・鋳鋼などは、引張破壊時の伸びが小さいので、脆性（ぜいせい）材料に分類します。剪断応力度の作用環境で破壊すると、その破壊面に垂直方向の引張強度が失われます。その方向が圧縮場でなければ、その面で口をあける引張破壊が見られます。このこともあって、脆性材料の剪断強度と引張強度との差は大きくなりません。塑性材料の場合、剪断破壊が起きても、分子レベルで材料の並び変えが起こり、引張強度がすぐには0になりません。最初から引張強度が無い材料があります。砂利や砂がそうです。砂利や砂を盛り上げると側面が一定角度の傾斜で落ち着きますが、これは迂り破壊の破壊が現われた面を見ていることになります。この角度を安息角と言い、見かけ上、静的摩擦の摩擦角ですので、これを材料の内部摩擦角と言います。砂利や砂は、その角度を保てば、ピラミッドのように高さを積み上げることができます。砂利や砂は引張強度がありませんが、剪断強度は発現します。ただし、一定値ではなく、大体の値は、その場所の二方向の圧縮応力度の平均値に摩擦係数を乗じた値です。土材料は幾らかの引張強度を持ちます。これが粘着力です。計算上は、粘着力の分だけ圧縮力が増えるとして計算します。

## 9.4 PC鉄筋を引っ張る装置

### 9.4.1 ジャッキを使って圧縮力を引張力に変える

圧縮力を作用させるメカニズムは、適当な枠を使って、枠の内側にジャッキを置いて、枠とジャッキの間隔を狭めることで間接的に圧縮力を発生させます。材料が軟らかであれば、ストロークが大きくなっても圧縮力は上がりません。線材を引っ張るときは、圧縮変形を引張変形に変えるメカニズムが余分に必要です。材料試験機は、そのようなメカニズムを持った装置です。ただし、引張では引張材料の種類に応じた啞え金具類が必要です。PC鉄筋を緊張する道具は、PC鉄筋を啞え、コンクリート本体を反力の受け台とする専用の引張装置を使います。装置の主体はジャッキです。ジャッキと言えば、自動車の整備工場を使うような油圧ジャッキを考えますが、初期のフレッシュ工法では水圧ジャッキを使用しました。不思議に思うでしょうが、水圧系ジャッキの応用はオイルジャッキよりも歴史が古いのです。蒸気機関車のピストンも水圧系のジャッキのメカニズムであることを考えれば納得できるでしょう。オイルを使う装置では、現場の管理不備でオイル漏れを起こすと、その後始末が面倒になる危険があります。

### 9.4.2 PC鉄筋はなるべく長く使う

PC鉄筋は、なるべく長い長さを単位とするように計画します。鋼構造物で、鋼板の継手に非常に短い長さの高張力ボルトを使うのですが、この締めつけはトルクレンチのトルクで管理します。全体で僅かの歪み変化が起こっても、応力つまり締めつけ力が大きく変動しますので、ボルトが過大な応力になったり、また締めつけ力の緩みが起こったりします。また、疲労や衝撃力に対する強度も下がりますので、長いボルトを使うのがボルトを使う機械装置の常識です。鋼棒をボルトで拘束するPC工法であっても、鋼棒はネジ部分を啞えて引張り、ナットを締めてストロークを取る方法を使いません。PC鉄筋は、十分な長さを取って、端部での変位、つまりストロークが大きく出るように施工を計画すると、緊張力のバラツキを抑える施工管理ができます。ジャッキの能力は、最大引張力と最大ストロークとで制限を受けます。PC鉄筋を緊張していくと、緊張力が所定の大きさになる前にジャッキのストロークが取れなくなることが起こります。PC鉄筋緊張用のジャッキは、PC鉄筋を仮止めしておいて、ストロークの盛り変えができるようなメカニズムが工夫されています。

### 9.4.3 施工時のPC鉄筋の破断は事故を起こす危険がある

一般論として、建設材料に使う鋼材は、引っ張りで破断するまでに約20%の伸びが保証されていますので、この伸びの余裕が安全弁として働きます。しかし、PC鉄筋は高降伏点の材料であるため、伸びが4%と大きくありません。つまり、降伏点の近くまで引っ張り力を加えると、僅かの応力度の増加で破断する危険があります。PC鉄筋を長く使うと、全体としての伸びが大きくなりますので、微小な長さの変化に対して応力の増減が鈍感になります。しかし、引っ張り応力度が大きいので、部材の中間に欠陥があって、そこで破断すると、全体の応力度が一気に解放されますので、衝撃的な破壊に繋がる危険があります。滅多に起きないのですが、PC鉄筋の緊張時に、鉄筋が破断するか、啞えが外れるなどが原因となって、ジャッキ本体が反動で飛び出す事故があります。したがって、万一の安全のため、PC鉄筋の延長方向は危険空間であるとして、その空間を外して作業する注意を払います。緊張が済んだPC鉄筋は、シース内にグラウトを注入してコンクリートと一体化させます。その前に内部で破断が起きると、定着用コーンと共にPC鉄筋が飛び出して事故を起こす危険もあります。グラウト施工は、PC鉄筋の腐食を抑える目的もありますが、施工後の飛び出し事故の防止にも役立ちます。

### 9.4.4 プレテンション部材は向きを間違えると事故になる

工場で製作されるポストテンションのPC桁は、正常な単純支持状態で死荷重モーメント+活荷重モーメントを打ち消すようにプレストレスが導入されます。この桁を輸送するとき、うっかり横倒しにするか、上下逆転して支持するか、桁中央をクレーンで吊るなどをすると、死荷重モーメントを打ち消すはずのプレストレスによるモーメントが死荷重モーメントを増やす向きに働きます。桁長さ中央の圧縮断面側で引張り応力度になることがあり、亀裂が発生するか、最悪の場合に桁が折損します。

## 9.5 コンクリート強度の再認識

### 9.5.1 コンクリートは引張歪みでも破壊すること

PC構造物はコンクリートに大きな圧縮応力度を作用させますので、コンクリート強度の現われ方を理解しておく必要があります。常識的に言えば、コンクリートの梁や柱部材の破壊は、引張応力度が或る限界を超えて亀裂が発生し、それが広がるのが原因となって全体が大きな変形に進みます。これを**引張破壊**とすることにします。しかし、引張応力度が直接作用しない環境であっても、引張歪みが或る限界を超えると見掛け上の引張破壊が起こります。高さの低い試験体の圧縮試験をすると、圧縮応力度が低いにも拘わらず、試験体が縦に割れることがあります。コンクリートの引張強度を実験的に求めるときは、円柱試験体を横置きにして圧縮試験をしますが、この場合の破壊も縦割れです（第3.3節の図1参照）。この破壊は「圧縮歪みのポアソン係数倍に相当する横方向の引張歪みが、限界を超えたことで破壊が生じる」と考える方が理屈に合います。この歪みにヤング率を掛けた値が、計算上、引張応力度になりますので、これを引張強度と同じであると仮定します。コンクリートのポアソン比は約0.2ですので、換算のコンクリートの引張強度は圧縮強度の0.2倍になることが予測されます。しかし、実験的な事実は、圧縮強度の0.1倍です。実は、縦割れで破壊するときの圧縮方向の応力度は、弾性限界または降伏点に当たると考えることができます。この応力度が圧縮破壊時の応力度の約1/2であることを考えると、説明が付きます。

### 9.5.2 PC部材はかなりの普通鉄筋の使用が必要

PCの桁や柱は、普通鉄筋を籠状に組んで断面の外形を構成し、その内側にPC鉄筋を通すようにします。そうしておかないと、上で説明したように、プレストレスを加えると、コンクリート断面が横に膨らんで破壊します。籠に構成する鉄筋の主役は、桶のタガに相当するフープ状の帯鉄筋です。RC桁では開いて使うスターラップもありますが、螺旋（ラセン）鉄筋柱で使うように、閉じた輪を構成するように帯鉄筋を配筋します。帯鉄筋の間隔が広すぎると、それを支える軸方向の鉄筋がササラのように開いて破壊しますので、通常のRCの桁や柱で想像する鉄筋量よりも、かなり多くの普通鉄筋による配筋が必要です。プレテンション部材では、PC鉄筋が軸方向の鉄筋を兼ねるような設計ができます。ポストテンション部材は、通常の桁や柱と同じ方法でRC部材を先に施工しなければなりません。この際、PC鋼線を後から挿入する空間を確保させるパイプ状の**シース**を通しておきます。柱状の部材のフープ筋で横歪みを拘束すると、最大で軸方向圧縮応力度の1/2の大きさの横方向圧縮応力度が発生し、コンクリート内部は3軸圧縮応力場になります。そうなると、かなり大きなプレストレスを加えても、横方向に膨らむ縦割れ破壊は起きません。

### 9.5.3 沁りによる破壊もあること

コンクリートの強さを表すパラメータは、円柱供試体の圧縮試験で得られるシリンダ強度を使います。力学的には、円柱側面に応力が作用しませんので、この破壊は1軸圧縮応力場での破壊強さに相当し、破壊の主役は、実は剪断応力度です。円柱供試体の破壊は、上下の断面を底とした二つ円錐が残るように円柱側面が剥がれ、破壊の面は45度の角度を示します。破壊の様相は、沁り破壊、または剪断破壊です。地震で起こる断層のように、沁り面がぐしゃぐしゃになりますが、引っ張り亀裂のように隙間が開く破壊ではありません。円柱供試体を圧縮して行くと、全体の体積は減少して行きます。しかし、沁りが起き始める寸前で体積減少が止まり、破壊で応力が解放されると変形は膨張に転じます。この状態を実験的に求めるときは、円柱供試体を水槽に入れて実験し、水の体積変化を観察します。沁り面は、その面に垂直方向の引張強度が0ですが、摩擦の作用も効いて必ずしもその面で口を開けるような破壊にはなりません。金属材料の塑性変形も、ミクロレベルの沁り破壊です。地下深くの震源で起こる地震は、そこで沁り破壊が起きていて、たまたま地表まで破壊が達すると断層として観察されます。沁り面に発生する摩擦力は、その面に平行な成分の剪断応力度です。連続体の剪断応力度は、二方向の主応力度の差に比例し、主応力度の大きさに関係しません。地下深い場所で起こる地震は、主応力度の大きさに差があることで、体積変化無しの沁り破壊が起きて震源になります。コンクリートの試験体の圧縮試験で観察する破壊は、この見方で言えば沁り破壊です。この試験体が最大強度を示して耐荷力の限度に達しても、外見では大きな変形は起きません。土構造物は連続体であって、引張強度に期待することはありませぬので、その破壊は殆ど沁り破壊を考えます。コンクリートの梁や柱は、細長い構造物であると同時に、ミクロに見れば連続体ですので、引張破壊と沁り破壊の二つの様相が観察されます。コンクリート構造物は、この二つの破壊を起こさないように設計することが原則です。

## 9.6 応力度と変形の計算原理

### 9.6.1 プレストレスは外力として計算する

コンクリート構造物は、時間的に、また場所的にも、何段階にも分けて施工します。先に施工された部材と、後から施工された部材を一体構造に構成したとき、第7章で解説した合成部材または組み合せ部材の性質を持ちます。プレストレスは、既に完成している部材または構造系に対して、外力が作用するとして応力度と変形を計算します。部材断面に対しては、PC鉄筋の高さ位置によって、圧縮力と同時に曲げモーメントが働きます。その外力の大きさは、PC鉄筋を引っ張る施工時のジャッキの圧力と、そのときに測定されるPC鉄筋とコンクリートとの相対的な変位（ストローク）とから確認します。ジャッキの圧力で力の大きさを求めれば充分であると考え易いのですが、ポストテンショニングの場合には長いPC鋼線の途中で摩擦力の損失が起きますので、長手方向全体が均等なプレストレス力にはなりません。損失の目安は、ジャッキのストロークを測定して求めます。プレストレスを加えたPC鉄筋はコンクリート部材に反力を伝えることで始めてPC桁になります。外部でPC鉄筋を定着すると、吊橋と同じ原理で、ケーブル形状の曲率に比例した垂直荷重が桁に作用するだけです。ポストテンションのPC鋼線は放物線状に配置することが多いので、偏心力による応力に加えて、構造系としてのこの垂直荷重による曲げと剪断とを受けます。

### 9.6.2 定着装置と定着工法で種々の特許がある

PC鉄筋の引っ張り力をコンクリートに伝えることが**定着**です。普通鋼を使って引張鉄筋を配筋するときも定着です。普通鉄筋の応力度は大きくなりませんので、コンクリートの圧縮側に余分に鉄筋を伸ばし、付着応力度でコンクリート中に応力を分散させます。PC鉄筋は、普通鋼に較べてはるかに高い応力度で使いますので、普通鋼の定着方式を採用することに無理があります。そのため、特殊な定着部品を使い、緊張の工法を工夫します。これが開発者名を冠した種々のPC工法です。代表的な特許工法の名称は、先に説明したフレシネ(Freyssinet)、ディビダーク(dywidag)の他に、VLS、SEEE、BBRV、バウル・レオンハルト(Baur-Leonhard)の他に、マニエル(Magnel)、BBRV、レオバ(Leoba)、などがあります。これらの工法は、ポストテンション方式のPC部材や構造系に応用されます。比較的小型のPC部材の工場製作では、プレテンション方式が採用されます。これは、細いPC鉄筋を平行に引っ張っておくヤードを作り、このPC鉄筋を囲う鉄筋を組み、形枠を組み立て、そこにコンクリートを打ち込みます。コンクリートに充分の強度が出た時点で、PC鉄筋を部材端で切断します。PC鉄筋の応力は、部材端で0になりますが、鉄筋とコンクリートとの付着応力度が効いて、部材端から或る程度内側に入った長さ（伝達長）からはPC鉄筋の応力度が残ります。プレテンション方式では、伝達長の付着応力度の総和が導入したPC鉄筋の応力度と釣り合います。端部でPC鉄筋を切断すると、その反力が圧縮外力となって全体の桁を圧縮します。コンクリートの歪みが出る分だけ、PC鉄筋に導入したプレストレスが下がります。したがって、伝達長が長くならないように、直径の小さなPC鉄筋を使います。

### 9.6.3 PC構造は複雑な合成断面であること

ポストテンション方式でPC鉄筋を緊張し、端部でコンクリート断面に定着させた時点では、PC鉄筋とコンクリート断面とは、言わば重ね梁の状態であって、長手方向の拘束がありません。PC桁全体に荷重を受けてPC鉄筋の引っ張り力が変化しても、桁の長手方向で一定です。そのため、緊張が済んだ時点で、シース内にグラウト(grout)を注入してPC鉄筋とコンクリートとを一体化させます。これ以降では、PC鉄筋の応力は、鉄筋コンクリートの場合と同じように、断面ごとに曲げモーメントに比例した応力が働きます。この計算を進めるとき、コンクリート断面は、引張応力場も圧縮応力場と同じように振舞うとする線形弾性体の仮定を使わないと手に余ります。この仮定は、応力と変形の重ね合わせ計算を保証するものです。PC鉄筋もそうですが、特に、コンクリート材料は材令の進行によってヤング率も変り、クリープ歪みも加わって行きます。或る時点で付加的に作用する力による応力度と歪みの変化分は、その変化分の歪みと応力度を、換算のヤング率を使って計算して追加する（重ね合わせる）計算をします。最初の9.1節で説明したPRCの仮定を採ると、この重ね合わせ計算ができません。

## 9.7 コンクリートの応力度分布からのPC分類

### 9.7.1 コンクリート側から見るプレストレッシング

曲げを受ける部材でコンクリート応力度を計算する方法は、その時点での鋼材をコンクリート断面に換算し、線形の弾性理論で計算します。断面に作用させる力は、構造系として計算された死荷重・活荷重モーメントとその時点で作用させるプレストレスであって、総て断面に対して外力扱いです。ただし、現在プレストレッシング作業中のPC鉄筋の断面積は含めません。既に施工済みのPC鉄筋による応力度は施工時に発生する応力度を内部応力度の扱いをして加算します。設計応力度を計画するとき、コンクリートの引張応力度の扱いに関して、プレストレッシングの計画に二つの区別を付けます。フルプレストレッシング(full prestressing)とパーシャルプレストレッシング(partial prestressing)です(図9.1参照)。前者は、あらゆる荷重状態でコンクリートに引張応力度が出ないように設計施工することです。後者は、条件次第ではコンクリートに引張応力度が出ることを許す考え方です。PRCの考え方は、コンクリートの引張応力度を無視して計算をします。そうすると、RCと同じように、引張応力場のコンクリートはひび割れが起きる可能性を否定しません。ただし、現実には眼に見えるようなひび割れが発生すると、それは理論で許容されているとする弁明は、社会的には通用しません。そこで、許容引張応力度に代えて、許容引張歪みを決めるのが正しい選択です。しかし、最近の傾向として、許容ひびわれ幅と言う概念を使いますので、問題をやや複雑にしています。ひび割れ幅は、ひび割れの間隔が大きければ、ひび割れ幅も広くなる相対的な性質があるからです。

### 9.7.2 圧縮の許容応力度は支圧許容応力度の性格を持つ

コンクリートの強さを表す指標にはシリンダ強度を使いますが、この強度は一軸圧縮応力場での強度です。円柱供試体で圧縮試験をするとき、全断面よりも狭く設定した載荷板を介して圧縮実験をし、その載荷板の面積を使って破壊時の応力度を計算すると、その支圧面積で計算した強度は、シリンダ強度よりも高い値が得られます。支圧面積を小さくしていくと部分的な陥没が観察されます。面積比にもよりますが、支圧強度は約2倍高くなります。強度が上がる理由は、支圧作用面の周りが横抑えになって、不十分なながらも三軸圧縮状態になるからです。橋梁のコンクリート製橋脚・橋台は上部構造の重量を狭い支承範囲で受けますが、この支承面の圧縮が支圧です。構造的には、支承面を底とした柱状の部材周を補強するような配筋が効果的です。コンクリートの桁断面も、全体を籠状に鉄筋補強をすると、圧縮応力場は支圧応力場になりますので耐荷力が上がります。つまり、配筋次第で、普通に考えた許容圧縮応力を約2倍に上げて設計断面を提案することができます。

### 9.7.3 怖いのは捩れ破壊

構造物の設計では、壊れないようにすることの研究が応用されます。しかし、その反面的な見方として、どのようにすれば効率良く破壊できるかの知識も必要です。軍事目的を持つ構造物では、自己防衛には、攻撃されても壊れないような設計を工夫しますが、相手を攻撃するときは、どこを狙えば効率的に破壊できるかの研究を行います。幸か不幸か、日本では軍事目的を前面に出すことはありません。それに代わる1つの研究が地震の攻撃に耐える耐震構造物の設計です。引張・圧縮の破壊に対する対策は変形を抑える対策をすれば良いので、判り易いところがあります。剪断破壊は迂りを伴うので、剪断応力度の向きに対して45度方向の変形を抑える対策が効果的です。斜め引張り鉄筋や、筋交いのな圧縮部材を使うのが1つの対策です。最も悩ましい破壊が捩れによる破壊です。一本柱の構造は、単独では案外捩れの強度が小さくなっています。以前は教育現場で黒板にチョークを使って書きましたが、材料力学の講義ではこのチョークを捩って破壊の実演ができました。少し曲げを加えながら捩ると簡単にらせん状の破断面を持って破壊します。純捩れよりも、少し曲げが入る方が、弱い力で破壊します。1つの仮説ですが、阪神淡路大震災のとき、阪神高速道路のピルツ橋脚の倒壊は、曲げと捩れの破壊の関連連鎖で総ての橋脚が破壊したと考えられます。もし横方向の曲げだけで破壊するならば、総てが連鎖的に破壊することは考えられないからです。最近、風力発電の塔が倒壊する事故を聞きますが、この場合にも曲げと捩れの相関が原因ではないかと推定しています。捩れは剪断応力度が主役ですが、外部に見えるような大きな変形を起こさない状態でも対荷力が失われていて、それから眼に見える変形に進みます。引張・圧縮の破壊では、変形が大きくなってから対荷力を失うので、メカニズムが違います。この方面は未だ多くの研究課題が残っています。

## 10. 桁橋とスラブ橋

### 10.1 最も数の多い橋梁形式

#### 10.1.1 最も数の多い橋梁形式は桁橋であること

大きな河川に架けられる支間の大きな橋梁や、景観のシンボルマーク的な橋梁は、それなりの計画・設計・架設・保守管理に配慮がされます。しかし、全国的に見て、道路橋梁総数の内、支間にして15～30m程度で、桁橋形式の中小支間橋梁が圧倒的に多く、くまなく目配りができないのが実情です。材料別に見れば、国道では鋼橋の比率が全体の約50%と高いのですが、地方道ではコンクリート系、特にPC橋梁の比率が大きくなってきました。(橋梁技術の変遷、多田宏行編著、鹿島出版会、2000年)。これらの形式の橋梁は、架設需要が多いこともあって、設計の標準化が研究されてきました。その構造は、複数の主桁を並べ、その上に鉄筋コンクリートの床版を載せる形式です。主桁材料の種類で、鋼桁・RC桁・PC桁に分けます。RC床版は、主桁断面に組み込んで設計することが普通になりましたが、そう計算しない場合と区別するときは、RC鋼合成桁、PC合成桁(PCコンボ橋)などと言います。RC桁の場合にはT桁になるか、または、中空スラブ橋のように、床版が主桁と一体化した構造になりますので、見かけの厚い床版になります。今までに架設されてきたこれらの中小支間の橋梁は、あまり目だった事故を起こしていませんので、現状では実用的に充分の耐荷力があることを、間接的・客観的に証明しています。しかし、維持・管理・補修の社会的要求が大きくなりましたので、もっと積極的に健全性を確認することが要望されています。

#### 10.1.2 床部分の疲労や劣化が問題になること

橋梁構造物の設計の歴史は、長い支間を渡すための努力と平行して、重量の大きな自動車輪荷重との対応の歴史です。自動車の重量と通行車両数が年々大きくなって、設計時の荷重予測を上回る事例が多くなりました。市内電車が走っていた都市の橋梁では、電車荷重が当時としては際立って大きかったこともあって、電車路線を廃止した橋梁の主構造は、現在の重交通の環境でも充分の耐荷力を示しています。そうでない一般的な橋では、床版コンクリートに多くの障害が見られるようになりました。そもそも、昭和31年(1956)改訂の道路橋示方書から、荷重体系に一等橋・二等橋の区分が導入され、一等橋の自動車荷重20tfに対して二等橋はその70%の14tfと決めていました。活荷重の規定は、現実にその重量の車両が通行するとの予測値ではありません。二等橋では交通量が多くないことを見越したものであって、14tfを超える重量車を通さないと言う意義ではありません。近年の急速なモータリゼーションと共に重量トラックの通行量が増え、二等橋で設計した橋は眼に見えて疲労劣化が進みました。重量車の通行で突然落橋する大きな事故ではなく、部分的な亀裂が目立つようになるのが疲労の進行を示します。疲労は主構造に見られますが、特に、床部分の損傷が先に目立ちました。場当たり的には「重量車の通行を制限する、速度制限をする」などの対策が行なわれます。このような実情を反映して、平成5年(1993)の改訂では一等橋二等橋の区別が無くなり、T荷重も25tfに引き上げられました。

#### 10.1.3 鋼桁ではRC床版の設計に問題が多いこと

一般的に言うと、橋梁設計の技術者は、コンクリートを理想化し過ぎる傾向があります。代表的な思い込みは、コンクリートの引張強度を無視するモデルを、コンクリートに引張強度がないと、取り違えることです。また、RCの桁やスラブでは、応力度の計算法にはこだわりますが、タワミや変形の計算をあまりしません。鋼桁から見ると、RC床版と舗装は大きな死荷重分を占めますので、なるべく床版厚を抑えたいくなります。計算上、許容応力度を高く設定できれば厚さを減らすことができます。自動車の輪荷重の分布を考えて活荷重モーメントやタワミを計算するべきですが、条件が複雑になります。設計示方書では、この面倒さを軽減する親切心を持って、T荷重による設計曲げモーメントの算定式を示していますが、タワミについての制限規定はありません。それに代わるものとして、スラブの最小厚を規定しています。床版スラブと床組は輪荷重によって部分的にかなりのタワミが出ますし、繰り返しのタワミ(または歪み)が出ることが疲労の最大要因です。スラブ厚を10%大きくすると、曲げ剛性が33%も上がります。スラブ厚さは20cm前後が多いので、スラブ厚の増減がスラブの疲労劣化に大きく影響することが観察されています。鋼桁では、幅員方向に大きな剛性の横桁または耐傾構を設けないと、主桁群のタワミ分布が幅員方向で直線にならず、スラブがその方向で部分的な曲げを受けます。主桁支間の中央に分配横桁を配置するのが一つの対策です。適度な間隔で横桁または耐傾鋼を配置するのが理想ですが、経済性を追求すると、この構造部分が真っ先に省かれるようです。

#### 10.1.4 古い橋梁でも案外耐荷力があることの理由

現在の時点で昔（昭和 30 年代 1955 以前）の橋梁設計を見ると、かなりの過剰設計になっています。例えば、非合成の鋼桁橋がそうです。鉄筋コンクリート床版は主桁設計に対して死荷重扱いでした。実際には合成作用が発現していますので、全体の剛度が上がり、応力度に余裕が出る分、実質的な耐荷力が上がっています。また、丁寧に施工されたコンクリートは、年数の経過で強度が上がって行きまし、死荷重応力の再配分が起こりますので、自動車荷重が時代と共に大きくなっている交通事情にも、耐荷力が相対的に対応してきたと想像できます。この平和共存的な時代にも限界があって、材料の劣化や疲労が最近では比較的多くなってきました。昭和 30 年代以降、橋梁設計をもっと合理的にし、経済的にしたいとする研究が活発になりました。これは、理論から推定できる過剰設計分を減らすことですので、皮肉な見方をすれば、耐荷力の余裕が少ない橋梁を大量に建設しました。橋梁は大きな予算を使い、実物大の試作品を作って事前に耐荷力の確認をすることが簡単にはできませんので、実際交通に供用して経過を見ます。供用後一年以内に不具合が顕在化するの、言わば初期故障ですので、比較的早めに設計または施工の改善データが得られます。橋梁も、電気機械製品と同じように疲労の影響を受けますが、その発現は通過交通量に関係しますので、年数がかかります。最近の交通量は幾何級数的に増加してきましたので、昭和 30 年代以降に建設された橋梁の多くで、疲労亀裂が頻繁に観察されるようになってきました。電気機械装置では、疲労の影響で或る日突然不具合が発現する危険を避けるため、或る程度の使用期間が経過すれば、まだ機能的に使える状態であっても、そっくり新品に取り替えることも行なわれます。材料が疲労しているのは外見からは分からないことも多く、それが顕在化するの亀裂などが観察できるときであって、材料力学的には破壊と同じです。橋梁では全体の取り替えが簡単ではありませんので、部分的な補修で全体の延命を図る対策に悩む時代を迎えています。

#### 10.1.5 構造システムとしての見方が必要

英語のシステム(system)は、漢語では組織や系などと当てます。意味する概念が広いので、利用場面に応じて種々に解釈した別の用語も使いますが、カタカナ語のままの方が分かり易いようです。工学的に使うときは、多数の構成部品の集合体が連携して全体として一つの機能を持つものを指します。橋梁は、主桁・横桁・床版などの名称を持つ幾つかの部材の集合体ですので、構造システムと見ることができま。鉄筋コンクリート断面は、鉄筋とコンクリートをまとめて一つの柱や桁に構成し、個別の分担、つまり応力度を計算しますので、考え方としてはシステムを当てることができます。合成桁は、床版と主桁との協力関係を考えますが、その機能を発揮させるために、ズレ止めをシステム要素として設けます。何本かの主桁を幅員方向に並列する構造のとき、横桁の荷重分配作用を考えるのが格子桁です。古典的な考え方では、橋梁主構造の解析は平面構造力学を応用しましたが、格子桁は平面構造力学を考える面が主桁本数分になります。このことを表すために、立体解析の用語が好んで使われます。システムの考え方は、電気・機械装置の設計では必須ですが、この中に、どこか一箇所の要素の機能不全で全体機能が麻痺する危険を避ける考え方を含ませま。橋梁設計では、システム的な考え方は意識されませんが、例えば、意図的に不静定構造物に構成することは並列システムにすることです。どこかの部材が破壊しても、すぐには全体の崩壊にならないような安全性を持たせることができます。合理的な設計の研究は、無駄な要素を減らすことですが、意図的に過剰設計にしておくことも必要になります。

#### 10.1.6 巨大システムとしての連続体を有限システムでモデル化する

鋼構造に較べると、コンクリートは線材や薄板の形状で使うことはなく、幅と厚みを持つ立体的な形状に構成します。一般的な弾性体の力学は、これを 3 次元の連続体として微分方程式を応用して解析します。全体をシステム的に見れば、微分レベルの非常に多くの構成要素からなる巨大な不静定構造です。しかし、解析的に明快な解が提案できるのは非常に限られた条件のときだけです。幾つかの仮定を考えて、解析に向くような有限個数の部材要素が集合した骨組みモデルを考えま。有限要素法(FEM: finite Element Method)は、この方法を発展させたものです。コンピュータが利用できなかった時代、モデル化の思想は、不静定次数が大きくならないように個別の構造システムが研究されました。FEM 利用の場合も、モデル化に構造システム的な考え方が必要です。しかし、連続体の解析モデル化は公式的な方法が無いと言ってよく、解析に便利のように恣意的に行ないま。そのため、正確な解析をしたいとなると全体構造を細かく要素分割したくなります。手計算時代の簡単なモデルは、構造システム全体の挙動をマクロに理解することができますので、このモデル解析を常識として踏まえておく意義があります。桁橋設計では、格子桁理論と版理論の二つが研究されてきましたので、これらの理論の解説をこの章で扱いま。

## 10.2 二主桁モデル

### 10.2.1 分配を考えない2主桁モデル

人が渡るだけの丸木橋は一本梁でも役に立ちます。この梁は、支点で横に転がらない（振れない）ように支えます。ある通路幅を持った橋の最小構成は主桁二本を並列し、理論上の仮定は、スタレのような密な横桁、つまり一方スラブを並べて路面を構成します。床版は輪荷重を受け、それを間接荷重として主桁に伝える目的を持ちますので、この横桁の剛性は幅員方向に充分大きく、主桁の外側に載る輪荷重であってもテコの作用で主桁に伝えます。この構造を最も単純化したモデルは、主桁支間の中央に一本の剛な横桁を配置した骨組み構造であって、平面的に見ると英大文字Hです（図 10.1）。主桁単独が振れないように支持されている状態を考えると、主桁は、二つの独立したシステムです。横桁を主桁上で単純支持の条件で接続させると、この横桁は、やはり一つの独立システムと見ることができて、主桁に対して(1,0)分配をします。

### 10.2.2 橋全体として振れ剛性が必要であること

あまり意識をしません、主桁単独には、縦横の曲げ剛性と共に、それなりの振れ剛性があるのが普通です。しかし、桁高の高いI断面の鋼桁を使う場合、単独では、言わばリボンのような頼りなさです。主桁自体の振れ剛性は期待できません。そこで、横桁または対傾構で適当な間隔で横繋ぎし、上下面に水平構を組むことで、全体構造として振れに抵抗できるようになります。見掛けの振れは、主に左右の主桁のタワミ差で起こります。これが**曲げ振れ**です。主桁間隔が狭いと、この振れ角度が大きくなりますので、幅員が狭ければ大きな支間を渡すことはできません。主桁の単純振れ剛性を活用するには、横桁を主桁と剛結します（図 10.2）。この横桁は、主桁との接続箇所で曲げモーメントが作用し、その反力がトルクとなって主桁に作用します。このトルクの反力は個別に主桁端部で取らなければなりません。横桁には剪断力も作用しますので、これが一方の主桁から他方の主桁に荷重を伝えます。そうすると、一方の主桁上に荷重が載っても反対側の主桁に荷重が分配されます。主桁に十分に大きな単純振れ剛性があると、横桁の分配は(1/2,1/2)に近づき、偏心荷重に対しても左右の主桁が等分に荷重を受け持つ性質に近づきます。

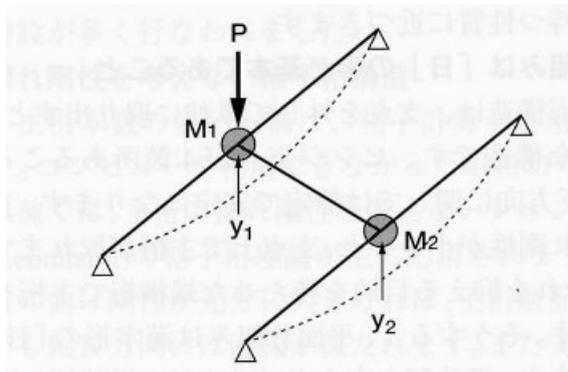


図 10.1 二主桁橋の (1,0) モデル

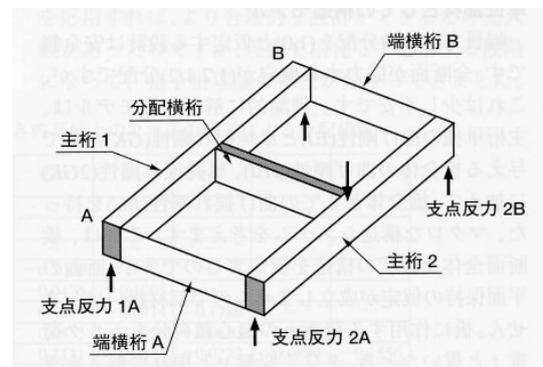


図 10.2 振れ剛性を考えた二主桁橋モデル

### 10.2.3 平面骨組みは「日」の字が基本であること

二主桁構造は、支点を外して単独に取り出すと、不安定な構造です。ヒンジ支点が4箇所あることで、上下方向に関しては静定で安定になります。主桁の振れ剛性が小さいと、支点上で主桁が振れますので、それを抑える目的を持たせた端横桁で主桁を繋ぎます。そうすると、平面骨組みは漢字形の「日」になります。横分配を向上させるため、単純振れ剛性の大きな主桁を採用しても、個別の主桁が支点で振れないように振れを拘束しないと、横分配は(1,0)です。全体構造でヒンジ支点を4箇所使うときは、主桁端部を横桁で繋いで振れの支点反力を端横桁で釣合わせます。加えて、主桁が橋軸方向に相対的にずれる変形を抑える水平構が必要です。これは床版コンクリートが無い時です。そうしても、支点を外して単独に取り出した「日」の字形の構造単独は、未だ不安定です。それは、横桁に振れ剛性が無いことによって起こります。上下ヒンジ支点を4箇所使うと、外的には上下方向で一次の不静定ですので、支点を含めて考えることで、全体が一つの安定した構造システムになります。鋼桁橋の設計では、これらの条件を考える必要がありますが、コンクリート系の桁橋の設計では、あまり気にしなくて済ませることができます。

### 10.2.4 単位部材としての構造モデル

幅員方向の横分配を(1,0)と仮定する設計は安全側です。全断面が協力する仮定が(1/2,1/2)分配ですが、これは少し不安です。理論的に解析するモデルは、主桁単独の曲げ剛性( $EI$ )と単純捩れ剛性( $GK$ )の和で与える橋全体の曲げ剛性( $2EI$ )、単純捩れ剛性( $2GK$ )に加えて、橋全体としての曲げ捩れ剛性( $EC$ )を持った、マクロな構造システムを考えます。これは、橋断面全体を棒状の構造を仮定するのですが、断面の平面保持の仮定が成立しませんので部材扱いはしません。橋に作用する荷重  $p$  の偏心載荷分をトルク荷重  $t$  と置いたとき、タワミ変形  $y$  と捩れ変形  $\phi$  を求める式は(1)のようになります。

$$\left. \begin{aligned} p &= (EI + EI) \frac{d^4 y}{dx^4} && \dots \text{曲げ変形分} \\ t &= EC \frac{d^4 \phi}{dx^4} - (GK + GK) \frac{d^2 \phi}{dx^2} && \dots \text{捩れ変形分} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

この式の解は、荷重条件と境界条件によって変わりますので、簡単な場合について吟味しましょう。

### 10.2.5 支間中央に集中荷重 $P$ が偏心量 $e$ で作用するとき

支間  $L$  の 2 主桁単純橋の中央に、集中荷重  $P$  が片側の主桁に作用する条件を考えます (図 10.1)。タワミは片側だけに生じます。これによる支間中央の見掛けの捩れ角  $\phi$  は、偏心載荷重のトルク  $T = (Pb/2)$  によるものですので、これから式(1)の曲げ捩れ剛性  $EC$  が求まります。断面係数の性質から言うと、曲げ捩れ剛性の定数  $C$  は、左右主桁の断面 2 次モーメント  $J$  の幅方向慣性モーメントです。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \left( \frac{L^3}{48EI} \right) \left( \frac{2}{b^2} \right) T = \frac{TL^3}{48EC} \\ \text{ただし、} \quad EC &= \frac{b^2 EJ}{2} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

### 10.2.6 単純捩れ剛性があると捩れ角度が減少すること

主桁単独に単純捩れ剛性  $GK$  があると、橋全体に作用するトルクは、曲げ捩れ剛性との協力作用で持つようになります。橋全体の捩れ角度を  $\phi$  とすると、この角度と釣合うトルクが、単純捩れと曲げ捩れとについて、それぞれ下のように得られます。

$$\left\{ \begin{aligned} T &= T_1 + T_2 = Pe \\ T_1 &= \frac{4(GK + GK)}{L} \phi \\ T_2 &= \frac{48EC}{L^3} \phi \end{aligned} \right. \dots (3)$$

式(3)の意味するところを定性的に言えば、単純捩れ剛性  $GK$  があると、荷重の偏心載荷によるトルク分を部分的に単純捩れで分担しますので、主桁の荷重分配が改善されます。ここまでは理論から演繹された関係式です。実際問題に適用するには、具体的な設計断面について  $GK$  と  $EC$  の数値を求めなければなりません。また、その数値が測定と比較して実用的に良く現象を説明することを検証しなければなりません。しかし、実測などの実験的研究は殆どないのが実情です。この実物測定の一つの方法が曲げ振動と捩れ振動を計測することです。この紹介は、「島田静雄、易しくない構造物の振動調査と診断法、橋梁と都市 Project, Vol.42, No.10, 2006 年 10 月」に載せました。支間と幅員共に小さな地方道路橋について、機会を設けては振動測定を行なっていますが、まだ実測データの蓄積が少ないので、統計的な傾向を云々できません。速報的に定性的な性質を言うと、二主桁橋換算の分配係数は、鋼桁橋で (0.75, 0.25)、コンクリート系桁橋は (0.65, 0.35) 程度です。また、相対的に幅員が広いと分配の効率が下がります。

### 10.3 並列多主桁モデル

#### 10.3.1 捩れを考えない並列主桁モデル

一本の横桁を使う2主桁モデルを一般化して、同じ断面の主桁を何本も並べた並列主桁モデルを考えます(図10.3)。コンクリート床版は、主桁間で支持する構造になりますが、その支間を大きくしないように主桁間隔を広くしません。並列主桁間の横分配を考えない仮定を(1,0)分配と言います。これは床版コンクリートが主桁間で単純支持であると仮定します。実際構造は連続床版ですので、幅員方向の主桁間のタワミ差が大きいと主桁位置で不等沈下並の強制変位を受けます。したがって、幅員方向の曲げ剛性を確保するには、床版コンクリートだけでは不十分であって、余分に、剛性の大きな横桁を、適当な間隔で配置します。簡易な格子計算は、主桁支間の中央に配置する一本の分配横桁に代表させますが、実際構造では適度な間隔で中間横桁または横繋ぎの対傾構を配置して幅員方向の局所的な曲げを抑えます。一般的に言えば、主桁本数を減らす方が全体として経済設計になります。しかし、主桁間隔を飛ばした鋼桁橋は床版コンクリートの疲労劣化が早めに顕在化する障害が多発し、後から主桁並の縦桁増設が多く行なわれました。

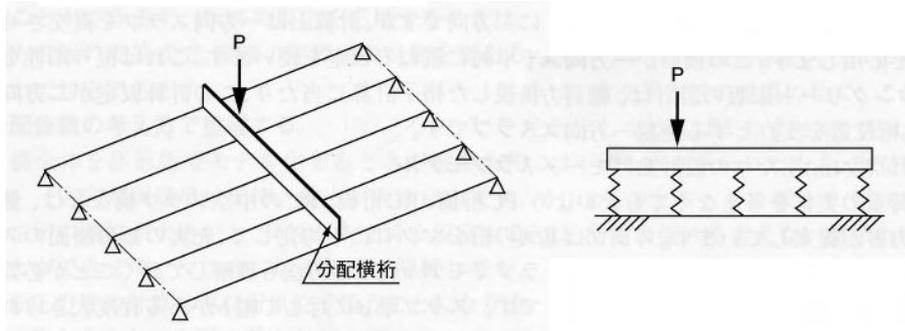


図 10.3 一本横桁格子桁モデル

#### 10.3.2 捩れ剛性を考えない格子桁構造

主桁本数の多い桁橋は、格子計算が応用されます。コンピュータ利用できなかった昭和47年(1972)以前では、主桁の捩れ剛性を考えないレオンハルト(Leonhardt)の格子桁理論が主に応用されました。横桁の曲げ剛性が十分に大きければ、主桁断面が撓んでも幅員方向には直線が保たれます。また実際構造の設計でも、相関剛比( $\alpha$ )を十分に大きくすることが要求され、結果的に横桁の剛性を無限大に仮定した場合との差が大きくなりません。この構造系は、横桁に注目すれば、主桁の位置をバネに置き換えた梁ですので、主桁からの反力を簡単に計算することができます。単位集中荷重を考えるとときの反力が**分配係数**です。構造力学的に見れば不静定ですが、横桁の曲げ変形が無ければ、平面保持の仮定を使う組み合わせ圧縮部材の断面計算と同じように、重心位置と慣性モーメントを計算して、主桁ごとの荷重負担分を計算することができます。数値的な性質を概観するために、表1に、計算式と耳桁についての分配係数の数値を示します。

表 1. 横桁の剛性が充分剛であるときの耳桁上の P=1 の荷重による分配係数

主桁数 n	$q_{11}$	$q_{12}$	$q_{13}$	$q_{14}$	$q_{15}$	$q_{16}$	$q_{17}$	$q_{18}$	$q_{19}$
2	1.0000	0.0000	--	--	--	--	--	--	--
3	0.8333	0.3333	-0.1666	--	--	--	--	--	--
4	0.7000	0.4000	0.1000	-0.2000	--	--	--	--	--
5	0.6000	0.4000	0.2000	0.0000	-0.2000	--	--	--	--
6	0.5238	0.3810	0.2381	0.0952	-0.0476	-0.1905	--	--	--
7	0.4643	0.3571	0.2500	0.1429	0.0357	-0.0714	-0.1786	--	--
8	0.4167	0.3333	0.2500	0.1667	0.0833	0.0000	-0.0833	-0.1667	--
9	0.3778	0.3111	0.2444	0.1778	0.1111	0.0444	-0.0222	-0.0889	-0.1556

$$q_{ij} = \frac{4n+2}{n(n-1)} - \frac{6(i+j)}{n(n-1)} + \frac{12ij}{n(n+1)(n-1)} \quad \dots(4) \text{ 分配係数計算式}$$

### 10.3.3 格子桁理論には得失があること

戦後の復興期の橋梁設計は、ドイツの技術を多く吸収しましたが、その一つが格子桁理論です。ドイツ技術に対しては一種の信仰心があって、その理論を応用すれば、より合理的な設計ができるとの先入観があったのですが、理論を消化して応用する段階になって、格子桁理論の得失が分かってきました。結論から言うと、格子桁は、重量車が橋の中央に載るような広い幅員構成の道路橋の構造に適しています。例えば、道路中央に電車の路線があり、車道の両側にも広い歩道幅を持つ構造です。幅員が広い場合、また、自動車専用道路のように歩道幅が狭く、大きな重量車が片側に偏心して載荷する場合には、耳桁に応力が集中し、反対側を浮き上がらせるような負の荷重分配になります。そうすると、自動車荷重が耳桁に対して最も危険になるような載荷方法を仮定して計算すると、格子計算によらない単純な(1.0)分配の計算値よりも大きくなります。この不都合な結果を解決するために、次項で説明する二つの方法が採用されます。

#### (1) 耳桁の剛性を大きくすること

等断面の主桁を並列すると、耳桁の応力が大きく、中間の主桁に応力の余裕が出ます。したがって、耳桁の断面を大きくし、中間主桁断面を小さくしますが、そうすると、最初の構造仮定と変わりますので、耳桁の剛性を大きくした格子構造から計算し直します。近年の都市高架橋は、幅員両端に防音壁を増設することが多く、これが結果的に耳桁部分の剛性を増しています。この過程を進めて行った極限は、二主桁橋です。コンクリート床版の変形を抑えるため、十分に大きな横桁と密な縦桁の床組構造が必要になります。

#### (2) 荷重体系で対応すること

主桁の活荷重最大設計応力の計算では、当該の主桁に対して最も不利となる載荷方法を仮定します。幅員方向では、横桁の分配作用の曲線を見て、負の反力が働く範囲には載荷させない計算をします。この設計用自動車荷重は、橋梁設計の計算を単純化する目的があって、自動車寸法を捨象したL荷重を利用します。この幅員方向の分布は、2車線幅に相当する5.5m幅では100%、残りの車線幅では50%に低減します。この低減の趣旨は、格子計算を使いながら計算結果が(1.0)分配の仮定よりも不利に出ることの救済の意義が含まれていました。また、重量車両の通行量が、当時は多くなかったこともあって、広い幅員に重量車が満載する確率が低いことを反映させるものでした。鉄道橋は疲労の影響を考えていましたが、道路橋では疲労の影響を考慮する考え方が未だ育っていませんでしたので、繰り返し回数が低い場合の対応として、荷重の方を下げました。二等橋の設計活荷重を一等橋の70%に規定したことも、同じ考えに基づいていました。主桁の捩れ剛性を考えた格子計算ができれば分配の効率が上がるのですが、捩れ剛性の大きさを合理的に提案できませんので、捩れ剛性を無視した計算は、実質的な耐荷力に余裕を持たせた安全設計になります。

## 10.4 版理論の概説

### 10.4.1 鉄筋コンクリート床版は典型的な版であること

一定の厚みのある均質な板状の弾性体には、版の字を当てます。カタカナ用語がスラブ(slab)です。このスラブ平面に垂直方向に作用する荷重に対して曲げ変形を扱う理論を総称で版理論と言います。プレートガーダーの腹板の解析では板面内の応力と歪みとを扱いますが、こちらは二次元弾性理論に分類します。もう一つ、貝殻状の曲面の応力と変形とを扱うときを、シェル(shell)と区別しますが、橋梁構造で扱うことは殆どありません。版の解析を論じると、それだけで一冊の参考書ほどの分量になりますので、この節では理論式の紹介を省き、定性的な説明に留めることにしました。橋梁設計でスラブを扱うのは、コンクリート床版が代表です。しかし、設計計算を明快に解決するため、幅の広い一方向梁の曲げ理論を応用します。この扱いが一方向スラブです。鉄筋コンクリート床版の設計は、幅員方向に梁を並べ、主桁位置を支点とする連続一方向スラブとします。単位幅(1m)当たりの設計曲げモーメントは、特に輪荷重の実体を考えなくてもよいように、計算式を示方書が提案しています。スラブは基本的に二方向ですが、計算上は一方向スラブを直交させて単純に重ねる仮定を使います。これは振り剛性を無視した格子計算に当たり、この計算仮定が二方向スラブです。

### 10.4.2 スラブモデル

P C桁橋、RC桁橋、RCの中空スラブ橋などは、個別の桁をマクロに平均化して、充実の矩形断面のスラブでモデル化する方法も理解しておくことが必要です。スラブ厚  $d$  に対して幅  $b$  がある程度大きければ薄肉モデルを仮定できますので、このスラブ全断面の断面定数も簡単な式で得られます。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{曲げ変形の断面二次モーメント} & J = \frac{bd^3}{12} \\ \text{単純振り剛性の二次モーメント} & K = \frac{bd^3}{3} \quad \dots\dots(5) \\ \text{曲げ捩れ計算の慣性モーメント} & C = \frac{b^3d^3}{144} \end{array} \right.$$

この(5)式の値を式(3)に代入すると、スラブ橋の幅員方向の荷重分配が捩れ剛性の寄与でどれだけ改善するかを目安が得られます。

$$\text{(単純捩れ分 : 曲げ捩れ分)} = 1 : \frac{E}{4G} \left( \frac{b}{L} \right)^2 \quad \dots(6)$$

### 10.4.3 橋全体構造を直交異方性版とする仮定

桁を並列させる桁橋は、桁の曲げ剛性を桁幅で平均化して、マクロに均質版と仮定することも行なわれます。そうすると、主桁方向と横桁方向とでは曲げ剛性が異なります。この版モデルを直交異方性版と言います。鉄筋コンクリートスラブは、縦横方向に鉄筋が入りますので、ミクロに見れば直交異方性ですが、鉄筋を粗骨材に見立てて、マクロには等方性版で扱います。等方性と異方性の違いは、縦横の曲げ剛性の相異で言いますが、もう一つ捩れの扱い方による区別があります。前節の格子桁理論では、主桁の捩れを考えない場合と考える場合があります。版にモデル化すると、捩れを考えることができます。等方性版は、理論的には捩れの影響を100%考えたモデルです。スタレ状の構造を二組直交させた構造は、捩れの影響が0%です。二方向版の計算がこの仮定です。橋断面全体をスラブにモデル化するときは、直交異方性の性質の他に、この捩れの寄与率を仮定しなければなりません。実は、このモデル化には不明な点が多いこともあって、実用計算では0%か100%のどちらかを採ります。0%を仮定するときは、前節の捩れを考えない格子桁モデルを使うことができます。100%の仮定を応用するときは、等方性版の理論式で、縦横の座標軸の尺度を変えることで対応できます。

#### 10.4.4 分配係数の考え方で整理する

橋全体を矩形版でモデル化するときの境界条件は、一方向が両端単純支持、他方が両端自由です。耳主桁の剛性が大きいと、弾性バネ支持を仮定することができます。マクロに版の仮定で解析しても、断面応力度の計算は再び桁単位で扱うことになります。そうすると、分配の考え方が必要です。コンクリート系の構造解析では、ギヨン・マソネ(Gyon-Massonet)の提案した分配係数の表がよく使われました。この分配は、格子桁の分配係数よりも分配効率がよく得られ、端に載荷しても反対側の浮き上がりが少ないことが分かります。表2は、端に載荷したときの分配の値を、矩形版の縦横比によってどう変るかが分かるように抜粋した資料です。幅が広がると分配の効率が下がることを読み取って下さい。

表2: ギヨン・マソネ・バレシュの横分配係数Kの抜粋

2b/L	幅員方向座標								
	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0.2	0.8305	0.8674	0.9058	0.9468	0.9912	1.0392	1.0906	1.1449	1.2009
0.4	0.5148	0.5903	0.6778	0.7862	0.9220	1.0893	1.2893	1.5188	1.7680
0.6	0.2627	0.3362	0.4349	0.5792	0.7878	1.0792	1.4686	1.9607	2.5312
0.8	0.1177	0.1659	0.2516	0.3923	0.6259	0.9971	1.5588	2.3534	3.3539
1.0	0.0484	0.0789	0.1363	0.2506	0.4688	0.8667	1.5557	2.6605	4.1892

・引用文献：「格子桁と直交異方性板の計算、成岡昌夫、国広哲男訳、共立出版、昭和44」  
 ・矩形版の単純支間L、幅2b  
 ・分配係数Kは、スラブ端(b)に載荷したときの幅方向の変位を計算した値を標準化したもの。  
 ・分配係数Kの平均値は1になるように整理されている。格子の分配係数と比較するときに注意する。  
 ・表1の格子分配係数との関連は9本桁の分配値と比較するとよい（ただし並びは逆順である）。

#### 10.4.5 版理論が格子計算よりも分配が良くなる原理

矩形の等方性版を、種々の境界条件と荷重条件を考えて応力と変形を求める理論解は、3次式程度の単純な代数式で表すことができなくて、三角関数や指数関数を使うことになります。加えて、矩形の縦横の寸法比で解の性質も大きく変わります。橋梁構造をモデル化するときには、支間方向で単純支持、幅方向では両端自由（曲げモーメントと剪断力が0）の条件で解きます。単位の集中荷重が作用するときの扱いは、この集中荷重を支間方向に線状分布の正弦関数でフーリエ展開します。こうすると、橋の幅員方向の変形は、フーリエ係数ごとに式が求まります。実用的には、第一次のフーリエ線荷重の解を求めます。そうしておいて、幅員方向の応力と変形を解きます。この式の力学モデルは、格子桁モデルをマクロに平均化したような弾性床の上に支えられた梁になります。なおかつ、この梁に引張力が作用しているような条件になります。この引張力が、等方性版の振り剛性の寄与であって、これが梁の変形を抑えるように働き、結果として分配の効率が上がります。定性的に言えば、コンクリート系の版橋では、幅員端に載荷する荷重に対して、反対側が浮き上がる変形は出ません（表2参照）。支間に対して相対的に幅員が広いスラブ橋は、偏心載荷を曲げ捩れで受け、幅員が狭い方が単純捩れ剛性が効くようになります。

## 11. マスコンクリート

### 11.1 ダムとコンクリート

#### 11.1.1 貯水ダムは大量のコンクリートを使う

昭和 20 年(1945)の敗戦後、復興のための電力需要をまかなうため、水力発電所の建設は最重要の課題の一つでした。最も脚光を浴びた大ダムは、天竜川の中流に 1957 年に完成した高さ 150m の佐久間ダムです。この建設工事では、アメリカの建設技術に多くを学びましたが、特に、ダンプカーを始めとする大型建設機械の利用が注目されました。当時は日本の道路事情が貧弱でしたので、アメリカから持ってきた大型機材を不便な山の中まで陸路で輸送することができませんでした。鉄道輸送では、鉄道の建築限界に掛からないことが一つの条件でした。発電量は、現在の 100 万 KWH 級火力発電所の能力に較べると、僅か 34 万 KWH に過ぎませんが、石炭・石油などの資源を使わない経済性が重要であったのです。ダムは水を堰きとめますが、水圧に抵抗し、水密を保ち、転倒、沁り及び浮力に抵抗させるために重量が必要です。ダムの建設には、大量のコンクリートを必要とします。そこで使う大量のコンクリートをマスコンクリートとして管理することが研究されました。コンクリートダムは何年もかけてコンクリートを継ぎ足していきますので、年月の経過に拘わらず、最初から最後まで同じ品質のコンクリートを施工する品質管理が重要であって、その多くをアメリカに学びました。これらの技術開発と経験の積み重ねが、その後の大量のコンクリートを使う一般的な構造物の建設に応用されるようになりました。



図 11.1 佐久間ダム

#### 11.1.2 バッチ処理と流れ作業の融合

コンクリートは、セメント・細骨材・粗骨材などを水とともに練り上げる処理が必要です。これは、パン焼きの材料を鉢（モルタル）に入れてかき混ぜる処理単位との類似で、バッチ(batch)処理と言います。練り混ぜに使う装置がミキサーです。コンクリートは重量が大きいので、1バッチは、 $1\text{ m}^3$ を超えない容量が普通です。昔の単位では 1 立方尺を「才」と言い、ミキサーは 4 才～28 才の容量のものが良く使われました。大量の材料を能率的に扱うときは、連続処理または流れ作業を考えます。コンクリートは、練り混ぜから凝結が始まるまでの約一時間の間に、運搬から最終的な打込みまでの作業を段取りよく計画する工夫が必要です。この全体施設と装置などを総合して系統的に捉え、プラントとして構成します。都市周辺のコンクリート工場は、このシステムの完成度が高い施設ですので、コンクリートを実際に使う建設現場では、ピザの出前並に生コンクリートが利用できるようになりました。

### 11.1.3 コンクリートは発熱体であること

コンクリートは、セメントと水との化学反応で硬化する一種の接着剤です。その化学反応のときに熱が出ます。一般的に、化学反応は温度が高いほど速く進みます。水は 0°C で凍りますので、零下の状態では反応が止まります。また意図的に高熱養生をして早めに強度を上げるのがオートクレーブです。反応速度が速いと急激に発熱し、また熱の逃げ場がないと、かなりの温度上昇が起こります。それによる一時的な膨張が大きいと二次的な応力が発生し、冷えるときにひび割れを起こすことがあります。ダムのマスコングリート工事では、コンクリートの熱管理が最重要の課題の一つですので、ゆったりとした工期をとります。温度の急激な上昇を避けるために種々の注意を払いますが、その一つが低熱セメントの利用です。一般的なコンクリート工事では、工期の短縮を優先しますし、温度上昇をあまり気にしませんが、完成後まもないコンクリート構造物は暖かい感触を感じることができます。

### 11.1.4 アーチダムは一時のブームであったこと

水力ダムを重力式として設計すると、一体もの（マス）として重量を確保する分、大量のコンクリートが必要ですので、材料の節約になる力学的な構造形式が種々工夫されます。ダムの高さが低ければ、背面を控え壁で補剛した版構造にして水圧を持たせます。似た構造形式は土圧を支える擁壁でよく採用されます。水圧を受ける版の側をアーチ状にすると、版を曲げで設計するよりも肉厚の小さい断面で済み、支間を長くできる分、経済的になります。このことを積極的に利用する構造形式がアーチダムです。アーチダムの提案と、その建設に関しては、当時フランスが技術的に先行していて、1950年代は世界的にアーチダムの建設がブームになりました。日本でも、同時期に黒四ダムの建設にアーチダム形式が提案されました。しかし1959年12月2日夜半、南フランスのマルパセ・アーチダムが悲惨な崩壊事故を起こしたことで、アーチダムを賛美する時代は終わりました。

### 11.1.5 マルパセ・ダムの悲劇

フランスのアーチダムの設計と建設を主導したのは Andre Coyne 氏でした。マルパセ・ダムは、ダムの高さ 66.5m、堤頂長さ 260m、厚さは基礎部分で 6.9m、堤頂でわずか 1.5m でした。完成は 1954 年ですが、その 5 年後、左岸の基礎部分の岩盤が満水状態の水圧に耐えきれず破壊し、ダムの本体は無残に崩壊してしまいました。満水の水は 10km 下流のプレジユスの町を襲い、死者・行方不明者 500 人以上という大惨事になりました。Coyne 氏は、この事故の 2 年前に来日し、日本での講演会に筆者も聞きに行きました。そのときに手渡された日本語訳のパンフレットには、「繰り返すようですが、アーチダムは絶対に安全であります」と書いてありました（このパンフレットは私的に保存しておいたはずですが、残念ながらどこかで紛失してしまいました）。

### 11.1.6 安全性に対する反対の論争もあったこと

アーチダムの安全性を主張する Coyne 氏の主張に信を置く側に対して、当時、奥村敏恵東大教授を始め、一部の構造力学研究者は、境界条件が不確かなままでのアーチダムの解析を、覚めた眼で批判していました。アーチダムの設計がブームであった頃は、まだコンピュータが利用できませんでしたので、すべては手計算で構造形状の試行錯誤をしなければなりません。アーチダムは三次元的な曲面を持たせますので、水圧を受けるシェル状の版に曲げ応力が作用しないように幾何学的な形状を提案しなければなりません。曲げ応力を最小に抑えることができれば、肉圧の薄いシェル構造が提案できます。この構造設計では、シェルを支持する境界条件を仮定しなければなりません。アーチダム本体は人工的な材料のコンクリートですので、一応、力学的な性質の仮定は実際と大きく異なることはありません。しかし、ダム本体を支える岩盤側は、表面はともかく、やや内部まで考えると未知の力学材料です。アーチダムの境界条件、つまり、岩盤が理論に忠実で強固であるときに限ってアーチの理論が適用できます。安全の主張と、それに疑問を投げかける論とは、対立するように見えますが、どちらも危険の存在を仮定しています。「安全である」と言うことは、「危険もある」と言うことの一種のレトリックです。どちらも、未だ事故が現実になっていない状態での論です。このときの主張の論拠は、総べて仮説であって、自分に都合のよい方を主張します。この種の論争は大いにすべきですが、個人的な感情を入れるべきではありません。安全も危険も頭の中になく、平和と言うか、無防備と言うか、無知であると軽蔑してお終いにします。より以上の進歩がありません。技術の問題は、結果として失敗するエラーも少なくありません。野球を始め、スポーツも一種の技術ですので、有名選手といえどもエラーを起こします。エラーを起こした選手を個人的に責め、社会的制裁を要求する態度は、安価なヒロイズムであって、技術の進歩にとってマイナスです。この切り分けは、かなり大人の判断が必要です。

### 11.1.7 地盤・岩盤力学の発祥

マルパセ・ダム**の崩壊事故は、ダムの研究者や建設関係者に与えた衝撃は想像を絶するものがありました。当時建設中の黒四ダムの設計も大幅に見直され、アーチダムであると表現する文言を前面に使わなくなりました。尤も、黒四ダムは地震国日本の実情も勘案していましたが、マルパセ・ダムほどに華奢な構造ではなかったのが幸いでした。アーチダムにとって、アーチの反力を支える岩盤が弱いことは致命的です。そして、岩盤が弱くなるのは、種々の原因があるにせよ、水の浸透が直接間接に大きな作用を及ぼします。マルパセ・ダムの崩壊事故を一つの契機として、ダムを始め巨大構造物の計画においては、眼に見える人工の構造物の力学特性だけでなく、地質・地盤・岩盤を含む全体の力学特性を検討する時代へと移ってきました。**

### 11.1.8 擁壁は土を堰きとめるダムであること

急峻な河川では、土砂の流下による二次的な災害を防ぐ目的に砂防ダムが建設されます。通常、土や砂は流動性が無いので、流体とは見ませんが、流体並にダムで土の流れを抑える力学的な構造を擁壁 (retaining wall) と言います。日本の城郭建設では石垣が使われますが、これも、原理的に見れば土の移動を抑えるダムと見ることができます。石垣に代え、擁壁を鉄筋コンクリート構造で施工するのが一般的になりました。この設計施工の需要は多いので、鉄筋コンクリート工学の参考書では必ず紹介されています。設計原理は、重力ダムの場合と同じように、土の重量を加算し、迂りと転倒の安全を確かめ、高さ方向は片持ち版として水平方向の土圧を受けるように計算します。擁壁は水を貯めることが目的ではありませんし、なるべく水はけをよくするようにしますので、貯水ダムとは考え方が違います。水はけが詰まると、迂り・転倒・曲げ破壊に繋がります。石積みの城壁は、そのまま隙間がありますので排水がよく、見かけは粗雑に見えても、めったに崩壊しない耐久性があります。

## 11.2 橋梁構造で使われるマスコンクリート

### 11.2.1 吊橋のアンカーブロックは重さで持たせる

明石海峡大橋の神戸側は、吊橋のメインケーブルを固定するための巨大なアンカーブロックを身近に観察することができる便利な場所にあります。メインケーブルは、このアンカーブロックに固定され、ケーブルの反力はアンカーブロックの全重量と、基礎との摩擦力で持たせるマスコンクリートで施工され、反力は、結局、地球に分散させます。そのこともあって、このアンカーブロックは、地面から下の見えない部分を含めた全体が巨大なコンクリートの塊です。地盤の悪い箇所では安全なアンカーブロックの建設が困難になるか、施工に費用が掛かり過ぎることがありますので、あまり大支間の吊橋の建設には向きません。東京の隅田川にかかる清洲橋は、自碇式吊橋と言ひ、チェーン式ケーブルが橋端で主桁とつながっていて、内部的に水平反力を釣合わせています。同じように、アンカーブロックを使わない吊橋に代わるのが斜張橋です。塔から左右にケーブルを張る形式は、水平反力分が桁部分で吸収されます。しかし、ケーブルの反力を橋の外側に伸ばしてアンカーブロックで固定する形式の斜張橋もあります。小中の吊橋や斜張橋では、地球にケーブル反力を伝える構造のところで施工に苦勞することがあります。橋の架設をケーブルエレクションで計画するときも、ケーブルのアンカーに注意します。不注意なアースアンカーの施工をして、引き抜けて事故になる例があります。

### 11.2.2 橋の橋台は擁壁の性格もある

橋の外見上の構造は、橋全長の両端に橋台 (アバットメント) があり、ここで主に地震時などで生じる橋軸方向の水平力を受けます。したがって、橋台本体は上部構の重さを支えると同時に、何がしかの水平力で設計するマスコンクリート構造体です。橋台は、同時にその裏側からの土圧を受ける擁壁の性格もあります。したがって、擁壁と同じように迂りと転倒に対して安全性を持たせるのが設計施工の本流です。しかし、基礎地盤が必ずしも強固でない場所では、杭基礎などの上に支えられた、言わば、頭の重い倒立振り子 (ロッカー) の性質を持ちます。地震時に生じる橋梁被害に大部分は、橋台本体が橋本体側の倒れこむような移動をして橋本体を圧壊する被害を与えます。小支間の橋梁では、橋台自体の寸法が小さいこともあって、通過交通による橋台の振動を観測できることがあります。振動レベルが小さければ、この橋台は、基礎を含めて健全な環境にあると判断できます。しかし、数ある測定例の中には、卓越振動が観察される橋台も見つかっています。これが、現状でどのような意義を持つかは何ともいえないので、他の橋台の多くの測定例を参考にできる機会を多く持ちたいと思っています。



図 11.2 明石海峡吊橋の神戸側アンカーブロック（工事中の写真）

### 11.2.3 橋脚は基礎を介したマスコンクリートである

橋の橋脚は、原則として上下方向の荷重を主荷重として設計します。水平方向には、鉄道橋では制動荷重を考えます。道路橋では本体と上部構造の水平地震動を考えます。都市の高架橋の需要が増え、また、大橋梁では桁下空間を確保する必要上、高さの高い橋脚や橋台の建設が多くなりました。そうすると、マス構造と見るよりは、力学的には曲げを受ける部材の性質が勝ってきます。この設計では震度法が便利なのですが、考え方が単純すぎて、有難味が薄いと思われ、地震時の振動応答解析の方を評価する傾向があるようです。震度法は、地震時の応力の大きさを静的に見積もる計算ですので、迂りと転倒の安全計算に便利です。動的な応答解析は振動に伴う動的な慣性力を求めます。これは、力学的な振動系を仮定しますし、場所的にも、また時間的にも慣性力の出方が異なりますので、仮定を変えれば大きくも小さくもなり、統計的な傾向を知ることができません。つまり経験的な知識の積み上げを生かすことが困難ですので、ケース・バイ・ケース的にコンピュータで計算しなければなりません。一般の人は、コンピュータで計算したと言うと頭から信用してくれますが、常識的な基準値がなく、それとの比較ができませんので、悪口を言えば、専門家の自己満足的に応用されます。地震によって被害が出たとき、計算上の仮定よりも大きな地震が来たからだの説明することは、ブラックユーモアを演出していることになり、みっともない話です。小さな中小河川橋梁のコンクリート製橋脚本体は、マスコンクリートの性格が強く、これがやや弾力的な基礎または地盤で支えられている状態が多いようです。この振動はロッキングを示します。これは基礎部分を捏ねるような動きになりますので、それと接する地盤の横波となって地表を伝播し、かなり離れた場所でも公害振動として苦情を受ける例があります。

## 11.3 鉄筋コンクリート造の中層階ビル

### 11.3.1 横倒しになっても壊れないビル

戦後の住宅建設では、住宅公団型の鉄筋コンクリートビルが多く建設されました。外見的には、4階建て、2DKを単位とした6ないし10棟の、言わば鉄筋コンクリート造の長屋です。部屋単位が小さいので、この全体は比重の小さなマスコンクリートの性格があって、地震のときに、形がそのまま転倒や不等沈下の被害も見られます。この象徴的な被害が新潟地震のときのアパートであって、流砂現象(quick sand)とセットになって知られるようになりました。このアパート建物は、構造的な被害が軽微でしたので、元の位置に復元して再利用できました。一般的な鉄筋コンクリートの中低層のビルは、部屋割りを細かくした構造で建設することが多いので、形状変形を伴う地震時破壊は部分的に現われます。多くの場合、間口を広くし、壁構造を省く一階部分が構造的な弱点となって、そこに被害が集中する傾向があります。この構造形式のまま4階以上の鉄筋コンクリート構造にすると、地震時に曲げ変形や剪断変形の影響が大きくなりますので、構造計算が重要になります。



図 11.3 新潟地震時の流砂現象で傾いたアパート群 (西日本新聞)

### 11.3.2 学校建物は空間を広くした構造であること

小学校から大学まで、学校建物は教室単位の、比較的広い空間を多数作る構造です。一般的な事務所用ビルも同じです。木造で二階ないし四階建てで広い空間を各階に建設する技術は、明治以降、欧米に習いましたが、同じ構造を鉄筋コンクリートで建設することは、さらに多くの技術の習得が必要でした。学校建築は、デザイン的に凝ることの前に、力学的な検討と施工の経験の積み上げが必要でしたので、見掛けは、鉄筋コンクリート長屋と同じように、直方体の積木のような構造単位で建設されました。空間を広くしたいとなると柱の本数が減り、建物全体として水平方向の剪断変形が大きくなりますので、柱と梁の組み合わせであるラーメンの計算が重要な課題になります。剪断変形が起こると、鉄筋コンクリートの柱も梁も亀裂が出て、元の形状に復元することができませんし、強度も無くなっていますので、その構造物の生命は終わりです。柱が圧壊すると、その階がペシャンコになりますので、人命の安全のためにも深刻な問題です。

### 11.3.3 旧丸ビルはマスコンクリートの性格があったこと

関東大震災以後の鉄筋コンクリートビルの建設は、東京駅前の旧丸ビルに象徴されるように、耐震性を考慮して、高さが100尺(30m)、8階建て程度に制限されていました。この付近の地盤条件はあまり良好とは言えませんが、基礎構造に松材を大量に使用したことが、現在の時点で見ると、巧みな免震構造になっていました。上部構造は全体として一体(マス)と見ることができて、全重量を平均化して地盤に伝えることができます。敷地面積が広いのですが、地下水位がビル本体に及ぼす浮力の影響を均します。不等沈下が起き難く、不都合な局部応力の発生を考えなくて済みます。地盤が軟弱な場所であっても、地盤に合わせる設計であれば大きなビルが実用的に建設できるということを証明したのが旧丸ビルであったのです。



図 11.4 東京駅前の旧丸ビル(インターネットで検索して採図)

### 11.3.4 日本では浮力の影響が重要であること

一般に、生活環境は水の供給と利用に便利な場所に発達します。日本の場合、河川が造成した沖積地が稲作と共に居住環境に多く利用されています。水道が普及していなかった頃、やや小高い丘陵地は、深い井戸を掘らなければなりません。また水道(みずみち)から外れていると良質の用水が得られません。したがって、日本では、居住環境の地下水位が地表から深くないのが普通ですので、地下室を作る習慣がありませんでした。水道管・下水管・暗渠など、地中に埋設する構造体は、全体を一体化した塊(マス)と見ることができますので、地下水位次第では浮力の影響を受けます。地震時に流砂現象が起ると、地盤は、水を含んだ土材料全体の比重を持った流体の性質に変わり、結果としてマスに大きな浮力が作用します。軟弱地盤の箇所、下水管のマンホールが上に飛び出す被害が観察されるのは、この浮力が原因です。近代的なビル建設では、基礎をやや硬い地層で支えるようにするためと、地下空間の有効利用を兼ねて、地上階の他に複数階の地階を建設することが増えました。この地階は、注意深い防水工で建設しないと、直ぐ浸水して使いものになりません。ダムやプールのように、中に水を貯めるときの防水とは向きが逆であって、考え方としてはコンクリート製の船のような趣になります。ビル全体は居住空間を確保する関係で、外形全体を均質な連続体と考えると、比重が約0.25程度のマスの性質になります。地下水位以下に入るビル容積分の浮力が、ビル全体の重量よりも大きくなるようでは、基礎杭を強固な地層まで下げる努力をしても、重量が下まで達しませんので意味がありません。

## 11.4 背の高い構造物

### 11.4.1 超高層ビルは鋼構造であること

震ヶ関ビルに始まる超高層ビルは、強固な基礎を前提とした鉄骨構造であって、中低層の鉄筋コンクリートビルとは対照的な性格を持っています。ビルに及ぼす外力は、地震時の岩盤からの水平振動か、風による水平方向の攪乱力です。ビルの主構造が鉄骨ですので、振動の性質を説明する動力的なモデルは、多少の仮定と修正を加えれば、実際の動的挙動をかなり正確に説明することができます。これは中低層の一般的なビルとは大きく異なる性質ですので、理論研究者の興味を刺激しました。しかし、上下方向の地震力の及ぼす影響については、ほとんど考えてはいませんでした。このことは、阪神淡路地震で直下型地震による上下方向の振動によると思われる被害が指摘されるようになって、耐震の考え方の見直しが始まりました。上下方向の地震動は、地下深くの岩盤から垂直に上がってくる成分です。最近施工技術が進歩してきましたので、強固な岩盤まで支持杭を下げることができるようになりました。従来は硬い岩盤の上の軟らかな地盤を介して間接的に上下動を受けていましたので、言わばクッションを介して振動が弱められていたのですが、それが生の形で構造物を直撃するようになりました。安全設計を意図して丁寧な基礎工事をしたことが裏目に出ることは予想外でした。中低層の構造物では、ゴム支承などを介する対策が場当たりの行われますが、根本的な考え方は地質・岩盤・地盤に合わせた合理的な基礎構造を工夫することにあると思います。



図 11.5 震ヶ関ビル

#### 11.4.2 塔状の構造物の転倒

地震の震度を判定するときのデータに、墓石の転倒事例が良く紹介されます。墓石の立場から言えば、地震動が足払いの技を掛けて転がされることです。つまり、地震時の水平振動の作用は、加速度よりも振幅の方が重要です。振動の周波数が高いと加速度が高くても振幅は小さいので、平らな面の上では踊って位置の移動があっても転倒しないことが観察されています。また、高さと同底幅が相似な寸法の墓石では、小さな寸法の方が多く倒れます。中規模の地震で、建物の被害がなくても、室内の壇などの小物が転倒する被害がでます。地震時の転倒の安全を計算するとき、マス状の構造物は、震度法を利用するのが便利ですが、この方法では寸法の大小の相違を考えません。ロッキング振動 (rocking; 首振り) では、寸法の大きさと振動周期とが比例しますので、小さな物体の方が転倒し易くなります。水平方向に弾性的な振動の性質を持つ塔状の構造物は、地震動がランダムな性質であっても、構造物の固有振動数と共振する成分を拾って振幅の大きな振動で応答する傾向があります。これは転倒に対する安全とは性格が異なり、変形による構造部材の強度を検討する問題に変わります。超高層ビルの設計では、柱や梁の応力が大きくなることを検証するのですが、居住者や家具・調度・設備などが受ける水平方向の変位応答に関しては、あまり注目されていませんでした。超高層ビルが、遠くの地震の影響で生じた長周期振動成分に共振して大きく振動する現象は、加速度レベルでは小さいにも拘わらず振幅が大きくなるのが特徴です。

#### 11.4.3 橋梁における塔状の構造物

吊橋や斜張橋は、塔が景観のランドマークです。外から見れば大きな塊ですが、中は小単位ながらも空間のある、いわば蜂の巣構造になっています。曲げ変形や転倒に注意した力学計算で設計しますが、居住空間を考える必要がありませんので、超高層ビルと比較すれば、高さに較べて幅の狭いスマートな外形になります。全体重量が大きいので、静的な転倒に対してはかなりの余裕があります。しかし、震度法で静的な安定を計算すると、幅と高さの比を(1:5)以下にしなければなりません。したがって、高さを高くするには別の方法で転倒に対する安定計算を提案しなければなりません。これが振動を考えた動的解析です。この計算をすると、基礎部分で水平地震力の大きさが震度法よりも低くなります。海上に架設されている吊橋や斜張橋は、眼に見える塔の高さに加えて、海面下までかなりの高さの橋脚が繋がっていますので、全体高さが高い塔状の構造になっています。基礎部分でロッキング振動をするようでは危険ですので、見えない部分の施工に細心の注意が払われています。一般的な橋梁の橋脚や橋台は高さが幅に較べて相対的に低いので、ロッキング振動らしい現象が測定に掛かることがあります。脚の長さが不揃いのテーブルは不安定にガタガタしますが、ゴムを挟むと一応安定はします。しかし、この状態ではロッキング振動は止まりません。橋脚・橋台の不等沈下や迂りは、基礎下面の反力分布が不均一になっていることの結果と考えることができます。

## 12. 型枠の話

### 12.1 雄型と雌型

#### 12.1.1 はじめに

童話の「かちかち山」は、狸に殺されたおばあさんに代わって、兎が狸に復讐をする話です。尤も、現在の視点で見れば、残酷なイジメの物語ですので、書店で見つけることができなくなりました。この中に、狸を土の舟に乗せて浸水沈没させる企みがあります。土では舟を作れないと思うのは先入観であって、粘土を使えば狸が乗るくらいの小さな船が、できなくはありません。乾燥させ、さらに焼き物にでもすれば充分水に浮きます。コンクリートを使えば、ずっと実用になる船を製作することができます。コンクリート材料が普及するまでは、土が建設材料として種々使われていました。日本住宅の土壁は、粘土を主材とし、左官屋さんが日数を掛けて何層にも塗り重ねて仕上げていきます。垂直な壁面に仕上げるには、粘りのある特別配合の材料に調合します。現在では、大部分がセメントモルタルの使用に代わりました。ここで言いたいのは、生コンクリートのような、どろどろの流体を型に流し込んで、垂直な壁面に造成する建設工法は、コンクリートの利用が始まってからだ、と言うことです。それに伴って、固まる前の流動体を流しこむ臨時の型枠が必要になりました。学術的なコンクリート工学では、型枠を取り上げることが殆どありませんが、これと関連する他の専門技術の話題と合わせて解説します。

#### 12.1.2 同じ形のものを作るときの原形を準備する

同じ種類の形状の物を幾つも作る場合、元を使う形に「型」の字を使います。大量生産される工業製品は、種々の型を利用しますが、それ以外の多くの場面でも型が利用されています。例えば、お菓子の鯛焼き・今川焼き・ビスケットなどは、型を使います。また衣料や染色などの型紙があります。型の種類を機能の面で分けると、雌型と雄型があります。雄型の方は、雌型を作るときに使う目的があって、この作業には「型を取る」のような言い方をします。複数の製品をつくることを目的としない石膏像・銅像・梵鐘などは、最初に芸術的な原形作成があって、それから型を取ります。大阪万博の象徴的な構造物である岡本太郎の太陽の塔・各地に建設されている高いコンクリート製の観音像などは、原形が室内に納まる程度の寸法であって、それを元に幾何学的に拡大した雌型を準備して実際構造を施工したものです。古くは、奈良の大仏や鎌倉の長谷の大仏などがそうです。これらは、銅像などのように、作業場で完成品として製作して、輸送、建立するのではなく、建設現場で作業します。

#### 12.1.3 雄型には木材が良く利用される

やや複雑な形状の物の原形をデザインするとき、デッサン的な図形ではよく分からない構造を検討するため、実体形状のモデルを作ることがあります。大きさは原寸が最善でしょうが、縮尺・倍尺モデルも使います。その材料は、形状加工に便利な粘土や木材を良く使います。鋳物で工業製品を作るときは、幾何学的に正確な寸法を持たせた木型を製作します。鋳物は、この木型外形を囲う雌型を、高熱に耐える砂型で作成して、融けた鋳物を流し込みます。砂型に木型を閉じ込めたままでは流し込みができませんので、砂型は形が崩れないように分解して型取りに使った木型を外し、再び組み上げて空洞部分を整形する工夫がされます。青銅の大仏の建設は、現場で型を設計通りに組み上げます。材料の無駄を省くように内側が空洞になるような薄肉構造に打ち込みます。木材を使うと燃えてしまいますので、どうやって内型と外型を準備したかの技術に興味があるのです。

#### 12.1.4 図面はモデルを作図したもの

小寸法の品物を製作するときは、適当な尺度で実体モデルを作って、分かり易く説明することができます。大きな構造物の計画では、実体が未だ存在していませんし、ソリッドモデルを作っても実体製作には役立ちません。したがって、設計段階では、立体構造物の形状を頭の中で仮想し、それを、製図法に則った図面で表現します。この図に描くものはモデル、正確に言えば**幾何モデル**です。工場で作製されるコンクリート成品や現場のコンクリート部材の図面は、雄型を図に描いた性格を持ちますので、この図面を元に、雌型、つまり型枠の計画・設計・施工が行われます。構造物の完成後、実物を写真に写し、それをトレースしても、結果として同じ図面が得られますが、図面を利用する性格に違いがありません。後者の方は、管理の目的が強くなります。型枠の図面は施工図の方に分類しますので、形状設計段階で眼にする機会は殆どありません。

## 12.2 金型

### 12.2.1 CADは金型の製作に多く応用されている

家庭内の電化製品や自動車には多くのプラスチック部品が使われています。これらは、言わば鯛焼き同様に、プラスチック材料を雌型に流しこんで成形します。鯛焼きの型は上下二つに分かれ、焼けた中身が簡単に取り出せるようになっていきます。自動車の外形デザインは優美な曲面を構成しています。これを鉄板から曲面に加工するとき、雄型・雌型をセットとしたプレスを使います。これらの目的に使う型を金型（かながた）と言います。精度のよい形状寸法の金型を製作するときは、コンピュータ制御の工作機械で作りますので、必ずしも雄型を製作しません。それに代わるのが、コンピュータで仮想的に作る幾何モデルです。どのような形状にするかのアイデアをデザイナーが考え、それをコンピュータグラフィックスで表示して、実体の観察に換えます。そもそも、設計作業とは、対象物の形と寸法などを図面に描くことです。コンピュータを設計作業に応用するときは、製図の自動化が最初に研究されましたが、これをCAD(computer aided drafting)と言います。すぐに分かったことは、図面作成用の形状データを、そのままコンピュータ制御の工作機械に送れば、図面作成を省くことができますし、別の表現を考えることができることです。そこで、製作の方をCAM(computer aided manufacturing)と使い、**CAD**の方は、computer aided designの頭字語とし、CAD/CAMのセットで呼ばれるようになりました。デザイン段階の時に扱うコンピュータ内部の形状は実体がありませんが、あたかも実物があるかのようにコンピュータグラフィックスで観察できます。このことを表す英語を **virtual reality** と言い、日本語に訳すときは**仮想現実**を当てています。

### 12.2.2 雌型を分解して中身を取り出すこと

鯛焼き並に、蓋を開ければ中身を取り出せるような構造ではなく、やや複雑な形状は、凹凸が引っ掛からないような単位で部品を成作して組み立てる方法を使います。鋳物製品、コンクリート部材などは、言わば、雌型の方を分解して取り去り、中身を残します。そうすると、雌型の再利用ができないか、何がしかの制限を伴います。小寸法単位のコンクリート半成品は、標準化・カタログ化された材料として工場で作ることができますので、鋳鋼などを使った強度の大きい型枠、つまり雌型を工夫します。コンクリートの強度試験には種々の形状寸法の供試体を使いますが、その打ち込みに使う型枠が一つの例です。一般的な建設作業では、現場ごとにコンクリートの部材形状が異なりますので、木製の型枠を使えば自由な形状に対応できます。しかし、木製型枠は傷が付き易く、型枠を外して別の場所に転用することが難しいので、資源の無駄使いに繋がります。そのため、再利用のできる強度の大きい鋼製型枠単位と、その組み立て方法が研究されます。この鋼製型枠を実用に載せるときは、部材側の形状の標準化と規格化とを一緒に考えなければなりません。

### 12.2.3 剥がれ易くする工夫も必要であること

鯛焼きや今川焼きを作るとき、中身がきれいに外れるように、型の方に油を引きます。金型とプラスチックとは接着原理的には相性が悪いとはいえ、金型表面の仕上がりが滑らかでないと、中身が簡単には外れません。セメントペーストは、一種の接着材ですので、コンクリートと接する型枠表面に特殊な剥離材を塗布します。油性の剥離材は、コンクリートを打ち継ぐときや表面仕上げの障害になります。鋼製型枠は、成るべく滑らかな表面になるように製作します。そうすると、型枠を外したコンクリート表面も滑らかな地肌になりますので、改めて表面仕上げに左官屋さんの手を借りなくても済みます。これが「打ちっぱなしコンクリート」です。この施工方法では、全体構造を通して型枠の正確な位置決めを管理しないと、みっともない仕上がりになります。打ちっぱなしコンクリートの表面は、完工後しばらくは良い外観を見せますが、風雨に曝される箇所は次第に表面が汚れていきますので、最近の建築構造物では、以前ほど持てはやすことはなくなりました。建築分野は、材料の標準化・規格化が早くから研究されてきたこともあって、プレキャストコンクリートのような工業製品化した部材の組み立て工法が多くなりました。土木構造物の場合は条件を単純化し難い面があります。コンクリート構造物は、現場で型枠そのものを組み立てることから始めなければコンクリートを使うことができません。現場は、同じ条件で統一した作業環境を実現できるような機械化・自動化がいつも適用できるとは限りませんので、どうしても手作業的な段取りが多くなります。手を汚す作業は、外からは近代的と見ない偏見もありますので、建設産業全体は、世間的にはやや不人気な面があります。しかし、内部から見れば、機械化・自動化の課題が非常に多い、興味の尽きない産業分野です。コンクリートの型枠の問題も、CAD/CAMの研究と密接に関係を持つことを再認識するべきです。

## 12.3 コンクリート型枠の特徴

### 12.3.1 生コンクリートは重い流動体であること

単にコンクリートと言うときは、硬化したコンクリートを指します。「未だ固まらないコンクリート」の呼び方は、英語の fresh concrete に吉田徳次郎が当てた専門用語です。通称は「生コンクリート」です。コンクリートの作業現場では、英語の素養が低い労働者が多く働きますが、耳で聞いて分かる日本語の用語を使う吉田の指導は、実務の環境では非常に高い評価がされていました。帯鉄筋は、ネクタイでも使う英語の tie の訳ですが、和服を着る機会が多かった時代では「おびてっきん」と呼ぶことで、素直に理解されていました。これらの言い方は、やや長過ぎることと、世俗的過ぎて権威が無いと思うのか、日本語の説明用語を考えるよりも、英語の用語をカタカナ読みで使うことが多くなりました。未だ固まらないコンクリートは、水に較べると比重が約 2.5 倍もある重い流動体です。型枠は、水漏れを起こさないように組み立てます。木材を使えば自由なコンクリート形状に対応できますが、型枠の製作と組み立ては、経験を積んだ型枠大工さんの特殊技能に頼るのが普通です。日曜大工的な素人判断では強度的に持たないことが起こります。

### 12.3.2 一回の打ち込み高さを制限すること

コンクリートの施工では、何バッチかをまとめて打ち込むとしても、一単位の打ち込み高さが高くならないように管理します。理由は二つあります。一つは、型枠の隅までコンクリートが行き渡らなくて隙間ができ易く、材料の分離が起こること、二つめは底部での横圧力が大きくなって型枠が変形する危険があることです。バイブレータを掛けると、クイックサンド現象と同じようにコンクリートの流動性が上がります。バイブレータが使えない場合には、突き棒で締め固めます。建築構造物の柱や壁は、一階の高さ約 4 m を一単位の高さとして施工します。この場合には外から型枠の方を振動させて締め固めます。型枠を保持する全体強度が不足すると、ぶざまなことになります。

### 12.3.3 中空パイプに成形するための工夫

構造材料では、様々な寸法の中空構造が使われます。小さな自然物では麦わらや竹があります。マカロニは言わば穴あきうどんですが、押し出し成形で作られます。同じ方法は、塑性材料を使ったプラスチック製品やアルミ製品などにあります。直径が大きいと、やや特別な方法でないと工業製品化ができません。企業名の「日本鋼管」の出自は、鋼パイプ材製作の専門メーカーです。水道管・導水管に使われる鉄筋コンクリート製のパイプは、発明者 Hume の名前をとってヒューム管と呼ばれています。この型枠は、半円形単位の鋼製の丈夫な型枠を円筒状に組み立て、鉄筋を内部に組み上げ、両側は材料が流れ出ないように、パイプの厚み分を残した穴明きの蓋を付けます。この鋼製型枠の円筒を横向きにし、対にしたローラの上で回転させます。この筒の中に生コンクリートを入れると、材料が遠心力で円筒内側に押しつけられ、余分な水分が抜けて良く締め固まります。コンクリートの強度は未だありませんが、回転を止めても材料が剥がれませんので、そのまましばらく養生期間において、型枠から脱形すればヒューム管として成品が仕上がります。非常に面白いアイデアですし、特殊な型枠として紹介します。



回転台上のヒューム管型枠（松阪興産提供）

#### 12.3.4 組み立てでパイプ構造に仕上げる

簡単な導水路や人の通行などを目的とした管状の埋設構造をカルバート(culvert)と言います。鉄筋コンクリートを使えば自由な成形ができますが、工場製作で使う型枠の利用効率を上げることと、製品輸送時の寸法・重量の制限とからカタログ化された寸法で製作されます。形状としては、扱い易さを考えて、箱型断面(box culvert)が多く製造されています。その単位は、短い長さ単位の管状か二つ以上に縦割り分割し、現場で組み立てます。道路トンネルのような大寸法のコンクリート構造も力学原理的には円形パイプが合理的ですので、現場近くの工場で精度のよい円周部品として製作したプレキャスト部材が使われます。RC、PC の橋梁でも、桁断面に箱形断面が多く採用されています。小支間の中空スラブ橋は内部空間を埋め殺しの型枠で成形しますので、内側の型枠を後から取り外すことができません。ある程度の寸法の箱形断面桁は、ボックスカルバートの製作と同じように、架設現場近くに臨時のコンクリート工場を建設し、短い長さ単位の桁部材を製作する工法が採用されています。これらの工法では、部材の繋ぎ目の構造に工夫が必要です。木造建築では部材の組み立てにホゾを切り、嵌め込みに独特の技術が使われています。コンクリート部材でも同じようなアイデアがありますが、寸法精度を上げるため、適度な鋼材の併用も工夫されています。

#### 12.3.5 鉄筋コンクリート建築構造物ではダクトに苦勞する

欧米では暖炉と煙突のセットは住宅構造でごく普通の設備です。クリスマスではサンタクロースの通路でお馴染みですが、日本ではピンときません。煙突部分は狭い空間ですし、中に入って人が作業することができませんので、保守管理の職業的な煙突屋さんがいます。煙突は、住宅建設のときにあらかじめ、外側からレンガなどを使って構成します。住宅が火災で焼けても、暖炉と煙突が焼け跡に残っている写真をよく眼にします。日本では、向きが逆ですが、井戸掘りは内張りを石で積み上げます。欧米風のややモダンな高層ホテルやビルでは、古くは、郵便ポスト用のシャフト・エアシュート・電話代わりの伝声管・真空掃除機用パイプ・冷暖房用水の配管などのダクト(配管)が見られました。これらの構造は、垂直に使うと言う点でやや特殊です。日本でも鉄筋コンクリートの建築構造が増えてきて、電気・水道などのパイプ配管が必要になりました。しかし、上下方向のパイプ類をまとめて納める空間を、ダクトとしてあらかじめ準備する考え方が一般的ではなかったことと、排気用・煙突用に別のシャフトを設けておくことも、生活習慣にありませんでした。鉄筋コンクリートの建物は、密閉度が高くなりますので、室内換気用のパイプが必要になります。高層だけでなく低層の建築構造物でもエレベータ設備を設けることが多くなりましたので、エレベータ用シャフトを設けることも多くなりました。木造建築の感覚では、必要に応じて増設などの対応に自由度がありましたが、鉄筋コンクリート主体の建築物ではそれが簡単ではありませんので、建設後の種々の問題を抱えることが多くなりました。狭い空間のシャフト構造をコンクリートで造成するとき、内側の形状確保に型枠を使うと、それを後でどうやって取り外すかの苦勞と、内側の点検と補修が簡単にできない、不便さが残ります。

---

#### あとがき

「易しくないコンクリート工学」は、この 12 章で連載の一つの区切りとします。参考のため、種々の型枠のイラストを載せました。これらは、講義用資料として幾つかの参考書から抜粋し、昭和 40 年代に名古屋大学技官であった小川庄一郎君にトレース作図してもらったものです。どこから資料を引用したかの出典を控えてありませんので、お気付きでしたらご注意を下さい。次回からの解説記事は、「易しくない計算幾何学」とします。第 12.1 節の最後の項で幾何モデルについて、第 12.2 節の始めに CAD について簡単に触れました。この詳細を説明することが次回からの連載の話題の一つです。

