

ランダム外乱を受ける偏平球殻の動座屈

その2 周期外乱を受ける偏平球殻の動座屈に与える静的荷重の影響

DYNAMIC BUCKLING BEHAVIORS OF SHALLOW SPHERICAL CAPS
SUBJECTED TO RANDOM LOADSPart II Effect of static loads on dynamic buckling behaviors of shallow spherical caps
subjected to cyclic pressure loads

村田 賢*, 佐藤俊樹**, 安江 博***

Masaru MURATA, Toshiki SATOH and Hiroshi YASUE

The purpose of this paper is to study the dynamic buckling behaviors under the influence of static pressure loads for shallow spherical caps subjected to cyclic pressure loads. The numerical research showed that the dynamic buckling mechanism is classified three categories concerning the minimum dynamic buckling loads in cyclic pressure loads with different frequency, and in three domains the minimum dynamic buckling loads decline almost linearly in proportion to the static loads. In the first domain the dynamic buckling loads indicate a gentle decrease and high values, and the buckling mechanism shows the sharp increase of the deformations without jump phenomena. In the second domain the buckling loads decline sharply and there are two dynamic buckling mechanisms, types of the jump and no jump phenomena. In the third domain, no capacity for resisting dynamic loads can be expected because of showing the low value of dynamic buckling loads, and the almost all buckling mechanism shows dynamic jump phenomena.

keywords : shallow spherical cap dynamic buckling nonconservative system
nonlinear vibration cyclic loading static load
偏平球殻 動座屈 非保存系 非線形振動 周期外乱 静的荷重

1. はじめに

殻構造物は大きな耐荷能力を有する反面, 大変形を生じ易く, 荷重が限界値を超えると不安定現象を起こし, 結果的に崩壊に至る可能性がある。しかも, 大スパンを覆うルーフシェルやオイルタンクなどの産業容器も, 時代の要請から大型化・軽量化が急速に進んでおり, これらの現象が容易に生じ易くなっている。

殻構造物は一般に静的解析に基づいて設計される場合が多いが, 現実には, 地震や風といった動的な外乱が作用する。ランダムな動的荷重を受ける偏平球殻の挙動については, 外乱の周波数特性と構造物の動特性との関連を調査し, 共振や座屈現象等を同時に考慮することによって, 理解がより深まる¹⁾。しかし, これらの研究はほとんど進んでおらず, まずは殻の周波数特性と座屈現象を含めた動特性に着目して研究を進めることになる。特に, 偏平球殻の動座屈現象は静的荷重に大きく左右されるため, 荷重を受けた後, 動的荷重に対し構造物の安全性がどの程度確保されているかを評価し, 明らかにしなければならない。

本論文の目的は, 周期外乱を受ける偏平球殻の座屈等の不安定現象を含めた動的挙動の全体解明を目指す研究^{9), 12), 16), 18)}の一貫として, 特に, 静的荷重が不安定現象のひとつである動座屈にどのように影響を与えるかについて分析し, 静的荷重と動座屈荷重との関連

を求めるものである。また, 静的荷重の大きさによって, 動座屈メカニズムを分類し, 静的荷重が動座屈荷重に与える影響を検討する。

球殻に関する研究は古くから行われており, 静的解析では1912年にH. Reissnerが薄い球形ドームの問題を解析した。1915年にはR. Zoellyが球形殻の座屈について論じ, そこで示した座屈荷重は古典座屈荷重と呼ばれている。その後, B. Budiansky²⁾は周辺固定の完全形状偏平球殻の軸対称静的座屈荷重を求め, また, N.C. Huang³⁾は非軸対称分岐座屈の発生について検討した。

一方, 殻構造物の動的解析では, 電子計算機の普及が進むにつれ, 多数の数値解析が行われ, 多くの研究が成された。偏平球殻の軸対称変形動座屈に関する研究はHumphreys & Bodner⁴⁾, Budiansky & Roth⁵⁾, Simitses⁶⁾, Archer & Lange⁷⁾, Huang⁸⁾, 加藤・村田と松岡⁹⁾らによって行われた。また非軸対称変形を含めた解析はKlosner & Longhitano¹⁰⁾, Stricklin & Martinez¹¹⁾, 加藤・村田と松岡¹²⁾らによって行われた。

地震や風等の非保存力を受けている球殻やラチスドームに関する動的解析は, 石川と加藤¹³⁾, 瀧と半谷¹⁴⁾, 諸岡と國枝¹⁵⁾, 村田と安江¹⁶⁾, 加藤・庄村と向山¹⁷⁾, 村田・武藤と中山¹⁸⁾らによって行われた。加藤らは上下地震動を受ける複層ラチスドームについて, 半谷らは偏平アーチについて動的解析を行った。また, 國枝らは水

本論文の一部は, 既に文献22)で発表されたものである。

* 名城大学理工学部建築学科 助教授・工博

** 中日本建設コンサルタント(株)技術本部 工修

*** 岐阜県立中津川工業高等学校建設工学科 工修

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Meijo Univ., Dr. Eng.

Dept. of Structural Design, Naka-Nihon Engineering Consultants Co., Ltd., M. Eng.

Dept. of Construction Engineering, Nakatugawa Technical High School, M. Eng.

平地震動を受ける球形ドームの応答解析を行った。村田と安江は周期外乱を受ける偏平アーチの解析を行い、非線形振動と動座屈の関係を調査した。村田・武藤と中山は周期外乱を受ける偏平球殻について解析を行い、動座屈のメカニズムを分析した。このように非保存力を受ける殻構造物の挙動は、少しずつ理解されるようになってきたが、座屈等の不安定現象を含めた動的挙動の全体解明にはほど遠く、さらに多くの研究と知見が必要となる。

2. 偏平球殻の形状と非線形振動

2.1 静的荷重を考慮した非線形振動方程式

回転殻の動的挙動を支配する非線形振動方程式を、モード重畳法と有限要素法の併用により求める。方程式を求める手法は文献18)と全く同じであり、ここでは基本的な仮定を以下に列挙するに留める。1) 殻は薄肉とし、Kirchhoff-Love 仮定が成立する。2) 殻は均質、かつ等弾性体とする。3) 歪は微小で、その非線形性は面内歪に限定する。4) 非線形性は法線方向変位によってのみ生じる。5) 荷重は法線方向に作用し、変形後も同様である。6) 接線方向の慣性力は無視する。

以上の仮定を基に、殻の歪エネルギー、外力仕事、運動エネルギーを評価し、これらにHamiltonの原理を適用して振動方程式を導く。回転殻の変形場 (u, v, w) は、周方向をフーリエ級数で仮定し、経線方向を有限要素法で求めた次式とする。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^n \alpha_i U_i \cos N_i \theta + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \sum_{k=0}^K U_{kij} \cos k \theta \\ v &= \sum_{i=1}^n \alpha_i V_i \sin N_i \theta + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \sum_{k=1}^K V_{kij} \sin k \theta \\ w &= \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i \cos N_i \theta \end{aligned} \right\} \quad K = 2 \cdot \max(N_i) \quad (1)$$

ここで、 n はモード数であり、 α_i は一般化変位を表す。球殻に作用する荷重としては、最初に静的荷重を加え、静的釣合状態を得た後に同型の sine 型周期外乱を与える。釣合式は静的荷重を考慮した振動方程式に展開され、以下に示される。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n M_{ij} \ddot{\alpha}_j + \sum_{j=1}^n \left[D_{ij} + \sum_{k=1}^n \left\{ (D_{ikj} + D_{ijk}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{l=1}^n (D_{iljk} + D_{ijkl} + D_{ilkj}) \alpha_{l0} \right\} \alpha_{k0} \right] \alpha_j \\ & + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left[D_{ijk} + \sum_{l=1}^n (D_{iljk} + D_{iklj} + D_{ijkl}) \alpha_{l0} \right] \alpha_j \alpha_k \\ & + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n D_{ijkl} \alpha_j \alpha_k \alpha_l = C_S \bar{Q}_i + C_D \bar{Q}_i \sin 2\pi f t \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 M_{ij} は質量行列、 D_{ij} 、 D_{ijk} 等は回転殻の剛性係数を表す。また、 $\ddot{\alpha}_j$ は加速度を意味する。

無荷重時からの一般化変位 $\bar{\alpha}_i$ は次式で示すように、任意の静的荷重と釣合う一般化変位 α_{i0} とそれ以後の動的な一般化変位 α_i によって表される。

$$\bar{\alpha}_i = \alpha_{i0} + \alpha_i \quad (3)$$

振動方程式中の荷重項 \bar{Q}_i は単位荷重が作用したときの荷重係数であり、 C_S, C_D はそれぞれ静的荷重と動的荷重に関するパラメータである。また、 f は周期外乱の振動数を表す。球殻に作用する荷重は法線方向の等分布荷重とし、その表示は、Zoelly の古典座屈荷重 P_{cl} を用いて、 $P_S = C_S/P_{cl}$ と $P_D = C_D/P_{cl}$ の無次元量で示す。なお、各シェルパラメータ λ における殻厚と古典座屈荷重を表-1に示す。誘導法や記号及び採用モー

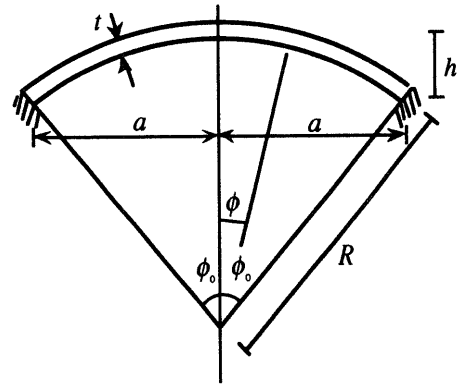


図-1 偏平球殻モデル

表-1 偏平球殻の形状、材料定数
殻厚、古典座屈荷重

$R = 50(\text{m}) \quad \phi_0 = 10(\text{deg}) \quad h = 0.76(\text{m})$ $a = 8.68(\text{m}) \quad \nu = 0.3$ $\rho = 2.4(\text{tf/m}^3) \quad E = 2.1 \times 10^6(\text{tf/m}^2)$		
λ	殻厚 $t(\text{m})$	古典座屈荷重 $P_{cl}(\text{tf/m}^2)$
5	0.2008	41.00
6	0.1395	19.77
7	0.1025	10.67
8	0.0784	6.26
9	0.0620	3.91
10	0.0500	2.56
$\lambda = 2 \cdot \sqrt{3(1-\nu^2)} \cdot \sqrt{h/t}$ $P_{cl} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2$		

ド等についての詳細は文献18), 19), 20) を参照されたい。

2.2 偏平球殻の形状・採用モード

解析に用いる偏平球殻の形状は図-1に示すように、周辺を固定支持し、一様殻厚 t 、半開角 $\phi_0 = 10^\circ$ 、半径 $R = 50\text{m}$ 、底面半径 $a = 8.68\text{m}$ ライズ $h = 0.76\text{m}$ である。また、材料定数は表-1に示される。球殻の種類はシェルパラメータ $\lambda = 5, 6, 7, 8, 9, 10$ の6種類とする。

数値解析で採用した変形場は、自由振動モードを用い、表-2に示すように、モード数は各シェルパラメータによって異なる。モード番号は周方向フーリエ展開次数 $N=0$ から順に、採用しているモードに通し番号を付ける。例えば、 $N=0-1$ は第1番モード、 $N=1-1$ は $N=1$ の一つ目のモードであり、第6番モードと表現する。

表-2 各シェルパラメータの採用モードの内訳

λ	n	N=0	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7
5	14	5	3	3	3	0	0	0	0
6	17	5	3	3	3	3	0	0	0
7	17	5	3	3	3	3	0	0	0
8	20	5	3	3	3	3	3	0	0
9	20	5	3	3	3	3	3	0	0
10	22	5	3	3	3	2	2	2	2

2.3 動的解析手法

数値解析はニューマークのβ法(β=1/6)を用い、増分時間Δtは0.001秒、解析時間は総て5秒とする。また、減衰はレーリー減衰とし、最も低い固有振動数から順次2つのモードを選択し、それぞれ1%になるように設定した。この1%の設定は、二次部材などのエネルギー消費が多く見込まれないことや、共振現象による動座屈をより多く出現させ、そのメカニズムを明らかにするためである。

ここでは、非軸対称変位モードが偏平球殻の動座屈に与える影響も検討するため、軸対称変位モードのみ考慮した場合と非軸対称変位モードを含めた場合の二通りの解析を6種の球殻モデル総てについて実行する。解析時間中、外乱の振動数と振幅を一定として計算を行う。振動数の範囲はf=0~30Hzとし、動荷重振幅P₀を零から徐々に増加させ、動座屈したと判定されるまで解析を行う。ここで判定された最低の荷重を動座屈荷重とする。解析に用いた振動数の増分は0.25Hzとし、振幅の増分は古典座屈荷重の0.01倍とする。また、軸対称変位モードのみ考慮した場合は周期外乱の最大振幅を古典座屈荷重の0.7倍までとし、非軸対称変位モードも含めた場合は0.5倍までを採用し、解析を行う。

解析上問題となるのは偏平球殻が動座屈を起こしているかどうかの判断である。ここでは「動荷重の微小増加によって偏平球殻が大きく変形し、しかも振動中心が移動して振動する」という本来的な動座屈の定義(後述のB型の動座屈)とともに、「振動中心が移動しなくても、変形が急激に大きくなれば動座屈である」²¹⁾(後述のA型の動座屈)という判断基準も適用する。後者の判断基準において、変形の大きさの閾値として、無次元化した平均変位W_{ave}/h=0.4の値を用いる。この値を用いた根拠は、次式(4)のW_{ave}/hが、動

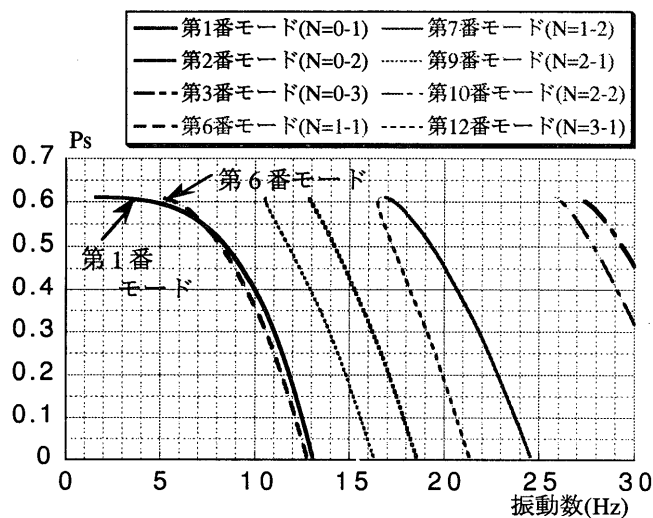


図-2 静的荷重による固有振動数の変化 (λ=5)

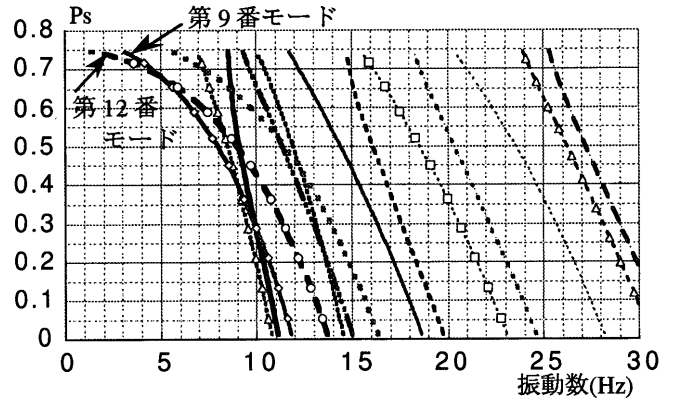
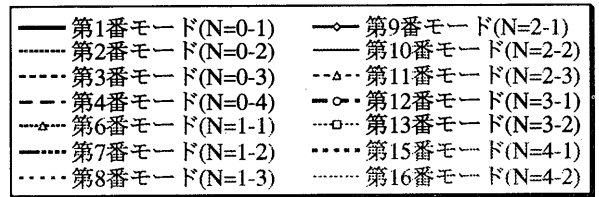


図-3 静的荷重による固有振動数の変化 (λ=7)

座屈前では、ほとんど0.2以下であることによる。なお、平均変位W_{ave}は、ドーム全体に生じる軸対称変位を積分し、その値をドーム表面積で割って得た値で、その瞬間の変位の平均値を示す。また、無次元化平均変位W_{ave}/hは、ドームの高さに対する平均変位の割合を表す。ただし、以下の説明で無次元量であるこの値を多く用いることから、以後は単に平均変位と呼ぶ。閾値である平均変位W_{ave}/h=0.4は、平均的な変位がドーム高さの40%であることを意味し、最大変位はさらに大きな変位となることから、この値以上になれば、ドームは工学的には十分座屈しているといえる。

$$W_{ave}/h = 2\pi R^2 \int_0^{\phi_0} \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i \sin \phi \cdot d\phi / (2lR^2(1 - \cos \phi_0)h) \quad (4)$$

3. 静的荷重と周期外乱を受ける偏平球殻の挙動

3.1 静的荷重による固有振動数への影響

図-2, 3は、λ=5, 7における静的荷重P₀を受けたときの球殻の固有振動数を示す。ただし、本論文で使用する静的荷重は、平均風圧力等のような外力として扱っており、付加質量としては考慮していない。同図より分かるように、狭い周波数帯に多くのモード振動数が密集しており、また、静的荷重が大きくなるに連れて、ほとんど総ての固有振動数が線形的に低くなっている。さらに、静的荷重が座屈値に近づくにしたがって、一部のモードの固有振動数が極端に低くなり、ゼロに接近することが理解できる。最初にゼロとなった荷重値が静的座屈荷重を表し、また、その変形モードが座屈モードとなることは良く知られている。

具体的には、静的荷重が座屈値に近づくにしたがって、λ=5では軸対称変位モードであるN=0の第1番モードと非軸対称変位モードであるN=1の第6番モードが大きく変化し、振動数が低くなっている。その他のモードは線形的に振動数が低下している(図-2)。また、λ=7では、軸対称変位モードはそれ程大きな変化はないが、非軸対称変位モードは変化の度合が大きく、特に無荷重時に10~15Hz付近にあったモード(第9, 12番モード)は急激に振動数を低くしている(図-3)。

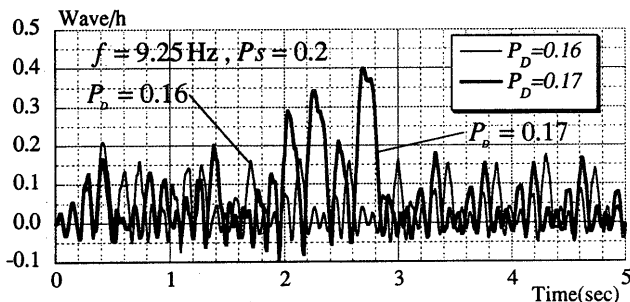
他のシェルパラメータ $\lambda = 6, 8, 9, 10$ でも、 $\lambda = 7$ と類似の傾向が見られ、しかも λ が大きくなるに連れて $10 \sim 15$ Hz に固有振動数が密集し、それらの範囲の非軸対称変位モードが大きく変化して振動数を低下させている。該当する振動モードは、 $\lambda = 6$ では第9番モード ($N=2$)、 $\lambda = 8$ では第12, 15番モード ($N=3, 4$)、 $\lambda = 9$ では第15, 18番モード ($N=4, 5$)、 $\lambda = 10$ では第17, 19番モード ($N=5, 6$) である (表-2 参照)。

3.2 3つの動座屈パターン

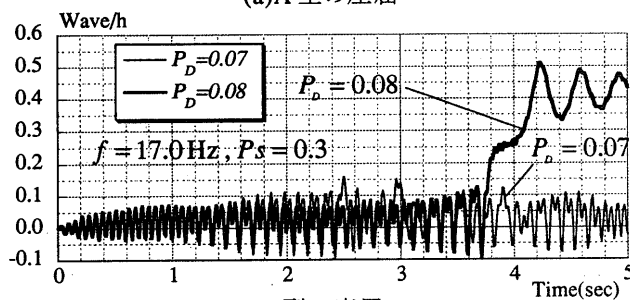
図-4, 5 は、 $\lambda = 5, 7$ における動座屈直前と動座屈を起こしたときの平均変位の時刻歴を表す。同図の横軸は時間、縦軸は平均変位を表し、また、 P_D は sine 型周期外乱の振幅、 P_S は静的荷重を示す。外乱振動数は、各シェルパラメータにおける軸対称動座屈荷重を示したときの値である。また、図中の動的荷重は座屈前と座屈後の値を表し、図-4(b), 5(b), (c) は、この動荷重の違いで座屈後の応答に、大きな違いが生じていることを示す。逆に、図-4(a), 5(a) では、大きな変位が現れるが、最終的には、似通った応答となることを示す。

図-6 は、sin 型の動荷重に対する最大応答を示した図であり、横軸が外乱の振動数、縦軸は最大平均変位を示す。同図(a), (b) は、 $P_S = 0.1$ と 0.3 の周波数応答に対応し、この2つの図には大きな特性の違いが見られる。同図(a)は、外乱が大きくなるにしたがって、共振による応答値も大きくなり平均変位の最大値が 0.4 以上となるが、値はジャンプしていないことを示す。一方、同図(b)に見られるように、 $P_D = 0.04$ 、共振振動数 $f = 17$ Hz で応答値が突然大きくなり、それより小さい動荷重に比較すると、応答値にジャンプが生じている。

以下に、図-4, 5, 6 を用いて、動座屈のメカニズムの分類とその特徴について述べる。座屈パターンは静的荷重によって大きく異なることが図-4, 5 より理解できる。静的荷重が比較的小さいときは、動座屈を起こす前の荷重時から、平均変位は少しずつ乱れ始め、増減を繰り返し、しかも、かなり大きな振幅になる場合もある。さらに、外乱振幅を少し増加させると、図-4(a), 5(a) から理解できるように、増減を繰り返していた平均変位が閾値の 0.4 を超え、動座屈

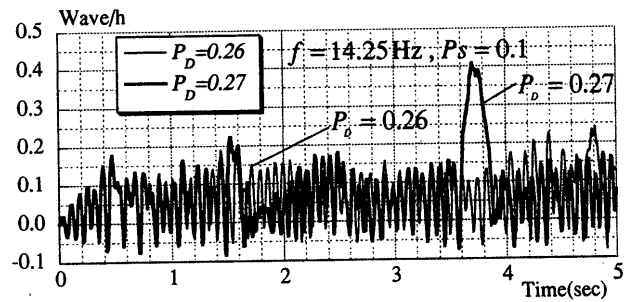


(a) A型の座屈

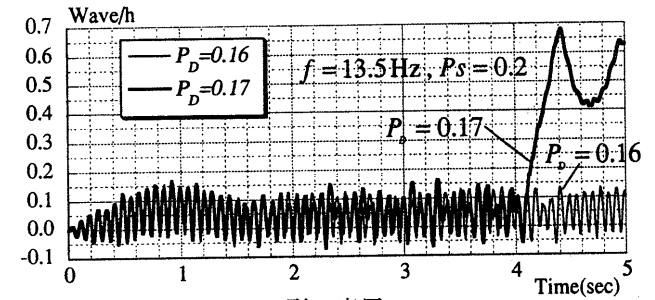


(b) B型の座屈

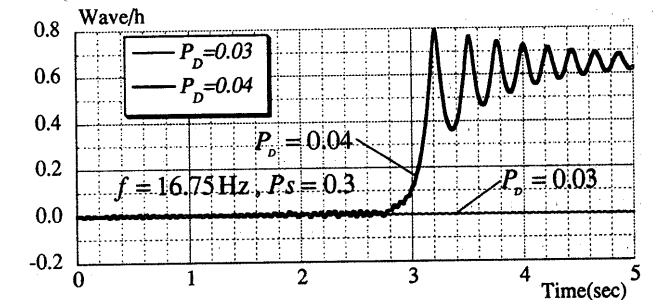
図-4 平均変位の時刻歴 (軸対称, $\lambda = 5$)



(a) A型の座屈

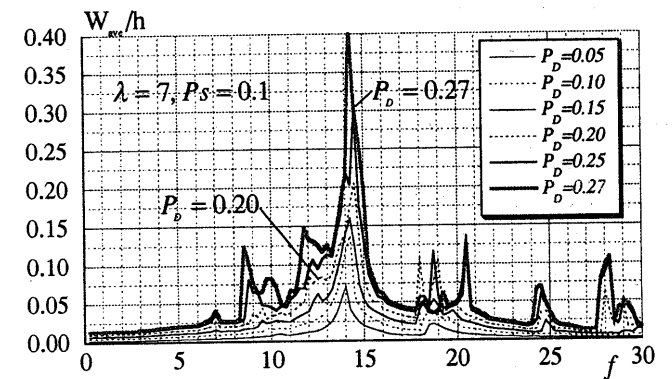


(b) C型の座屈

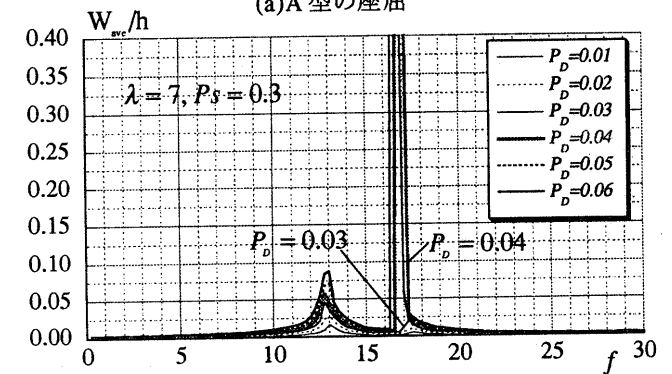


(c) B型の座屈

図-5 平均変位の時刻歴 (軸対称, $\lambda = 7$)



(a) A型の座屈



(b) B型の座屈

図-6 sin 荷重に対する最大応答 (軸対称, $\lambda = 7$)

したと判定される。このような動座屈パターンを、ここではA型の動座屈と呼ぶ。このA型の特徴は、座屈と評価された後も振動中心が移動しないことと、動荷重と最大変位との関係に不連続が生じないことである。不連続が生じないために、動座屈荷重の決定に平均変位の閾値を設定したわけである。この閾値の選択によって座屈荷重が大きく変化しないかという疑問が生じるが、変形が大きくなる時点では、動荷重に対する最大変位の増加率が大きく、多少の閾値の変化では、動座屈荷重は大きく増減しない。これは、図-6(a)の主共振域である $f=14.0\text{Hz}$ の最大変位に見られるように、 $P_D=0.25$ から 0.27 では、応答値がかなり大きくなることからいえる。ただし、図-6(b)の $f=17.0\text{Hz}$ のように、応答のジャンプ現象は見られない。

一方、比較的静的荷重が大きい場合 ($P_s=0.3$ 以上) は、外乱振幅の微小増分により突然振動中心が移動し、大きく振動して動座屈に至っている (図-4(b), 5(c))。この場合の動座屈をB型と呼ぶ。このB型の特徴は、動荷重と最大変位との関係に大きな不連続が生じることと、座屈時の動荷重が非常に小さいことにある。図-6(b)は、外乱振動数 f で動荷重を受けたときの球殻の最大応答を図示したものである。同図から分かるように、 $f=17.0\text{Hz}$ で、 $P_D=0.04$ 付近において、平均変位は大きくジャンプし、動座屈を生じている。

上記2つの座屈型に加え、中間的なパターンが存在する。これをC型と呼ぶ。このC型は、図-5(b)に示すように、振動当初はA型と同様にかかなり大きな振幅で振動するが、最終的にはB型と同じく振動中心が移動して動座屈を起こしている。このような座屈パターンが何故生じるのかについては、次節で分析する。

3.3 静的釣合状態と動座屈パターンとの関係

図-7は $\lambda=7$ の完全形状偏平球殻の軸対称静的釣合曲線と動座屈パターンを模擬した図であり、横軸は平均変位、縦軸は静的荷重である。静的荷重が 0.3 以下では、位相空間中¹⁾に安定釣合点は1つのみで他に釣合点は存在しない。逆に、静的荷重が 0.3 以上では、位相空間中に2つの安定釣合点と軸対称 ($N=0$) の不安定釣合点があり、この不安定釣合点が動座屈のメカニズムに影響を及ぼす。2つの安定釣合点の中で、一つは動座屈前の振動中心であり、他の一つは動座屈後の振動中心となる。

保存系では、ステップ荷重の場合、運動エネルギーと歪エネルギーの和である全エネルギーは常に一定となり、荷重の大きさと位相空間の形によってその挙動が決定される¹⁾。周期外乱は非保存系の荷重であるため、必ずしも上記にあてはまることはないが、周期外乱の振幅が小さい場合は、位相空間の形によって挙動がほとんど支配

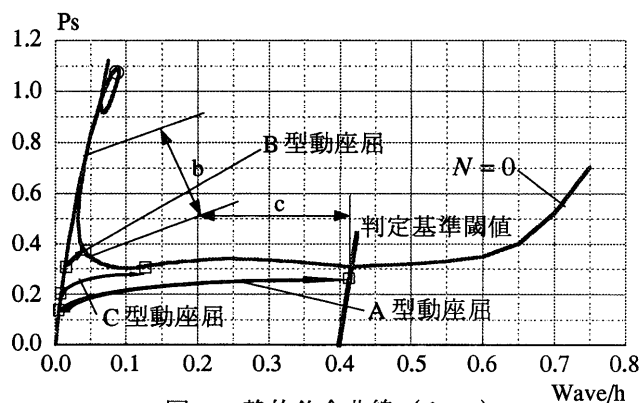
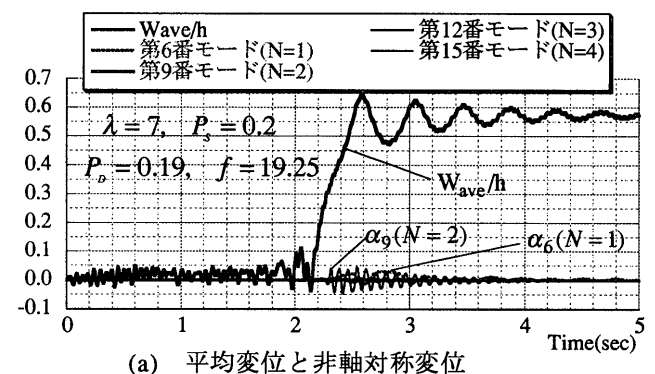


図-7 静的釣合曲線 ($\lambda=7$)

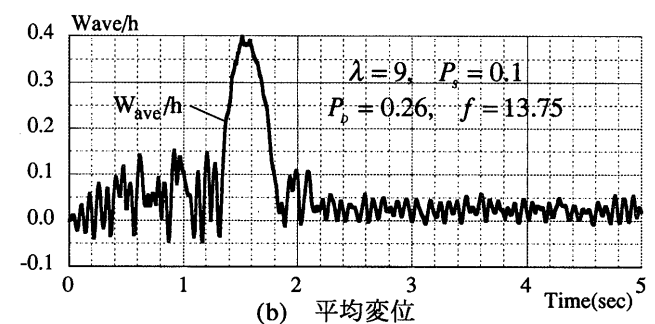
されるといって良い。まず、図-7を用いて、3つの動座屈メカニズムを説明する。動座屈は、平均変位が座屈後の釣合曲線の近傍に近づいたとき生じ、その座屈後の釣合曲線は、図に示すように、b線とc線の2つに分けられる。B型の座屈は、b線の近傍で変位がジャンプして動座屈を起こし、同じく、C型の動座屈はc線の近傍で起こす。また、A型は、この2つの曲線にぶつかることがないため、変位のジャンプ現象は現れない。しかし、この動座屈パターンは、動荷重が大きくなるにしたがって変位が大きくなるが、明確な動座屈の判定基準が適用できないため、工学的判断により平均変位に閾値を用いて動座屈と判定される。

具体的に、 $\lambda=7$ について述べる。静的荷重が 0.3 以上では、B型の動座屈型を生じる可能性が高い。また、軸対称の不安定釣合点が安定釣合点に近接しているため、小さな外乱振幅で動座屈することが予想される。

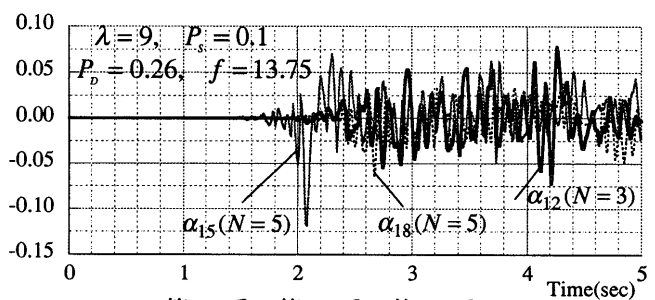
静的荷重が 0.3 以下では、保存系の挙動から類推して、A型の動座屈となることが予想されるが、実際は、ある静的荷重の範囲で、振動中心が移動する動座屈となる。しかも、B型の動座屈とは異なり、座屈時の動荷重は比較的大きい。保存系でステップ荷重の場合、この領域では振動中心が移動する動座屈パターンは出現しない。しかし、周期外乱は非保存系であるため全エネルギーは振動し、値が大きくなる場合がある。位相空間中、全エネルギーが大きくなり、振



(a) 平均変位と非軸対称変位



(b) 平均変位



(c) 第12番、第15番、第18番モード

図-8 平均変位と非軸対称変位の時刻歴

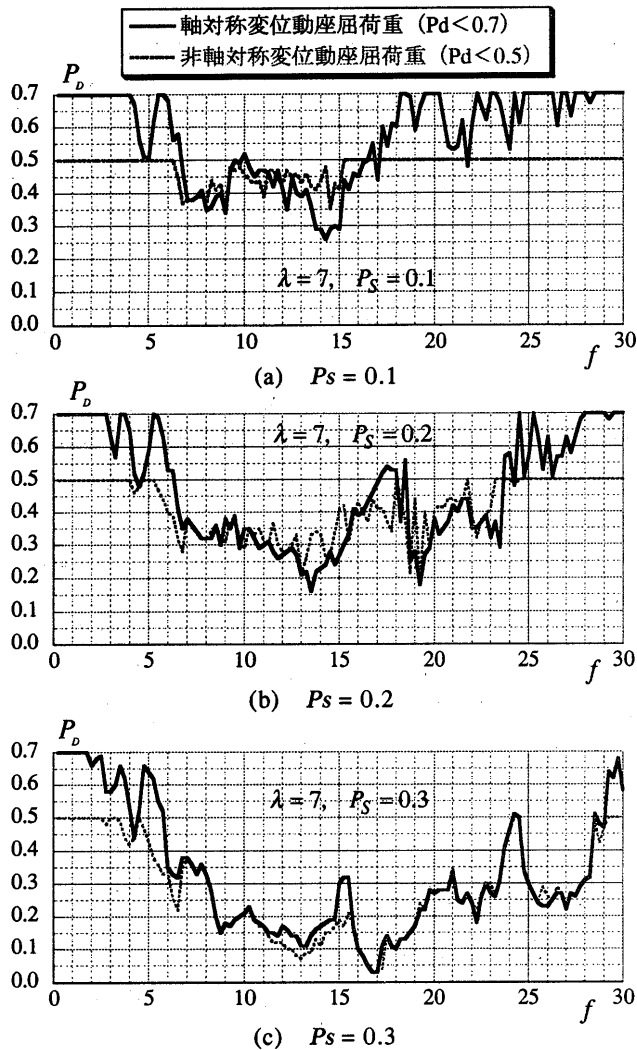


図-9 軸対称変位による解析と非軸対称変位を含めた解析の動座屈荷重の比較 ($\lambda = 7$)

動の軌跡が軸対称あるいは非軸対称の不安定釣合点の近傍を通過するとき、変位振幅がジャンプして動座屈が生じる (図-7, C型動座屈)。座屈時の平均変位が大きいのは、座屈点に至るまでの距離が、B型の動座屈に比較して遠いのが原因である。

静的荷重が $P_s = 0.3$ から 0.2 では、全エネルギーが大きくなって不安定釣合点の近傍に達せず、判定基準の閾値によってA型の動座屈となる場合もある。そのため静的荷重が 0.3 から 0.2 ではA型とC型が共存することになる。しかし、静的荷重が 0.2 以下では、A型の動座屈がほとんど支配的となる。

3.4 非軸対称変位による動的挙動への影響

前述の分析は軸対称変位のみを用いたものであり、ここでは、非軸対称変位が動的挙動あるいは動座屈荷重にどのような影響を及ぼすかを検討する。図-8(a), (b)は $\lambda = 7, 9$ で、動座屈時における平均変位と非軸対称モードの時刻歴を各々表す。図-8(a)は、 $\lambda = 7$ で、静的荷重が 0.2 の場合、 $N = 1-1$ の第6番モードの非軸対称変位が最初に励起し、それに呼応して平均変位が大きくなり、ジャンプすることを示す。このように静的荷重が比較的大きい場合でB型の動座屈では、非軸対称変位による分岐型動座屈を起こす。しかし後述するように、分岐型動座屈荷重は軸対称変位による屈服型のそれと比較すると、多少低い程度で、その値はほとんど同じとなる。

図-8(b), (c)に示されるように、動座屈がA型の場合 ($\lambda = 9, P_s = 0.1$)、最初に $N = 4-1$ の第15番モードが励起されるとともに平均変位が増大し、判定基準を超え、座屈と判定される。しかし、軸対称変位のみ解析でも、動座屈と判定されており、非軸対称変位の出現が引き金となって座屈しているわけではない。むしろ、非軸対称変位が生じることによって、平均変位は小さくなり、その結果、動座屈荷重は高くなる。この現象は、後述する図-11(b)の静的荷重が 0.15 以下に多く見られる。

ここで用いたモデルの中で唯一静的な軸対称屈服座屈を起こすモデルである $\lambda = 5$ の場合、非軸対称変位はほとんど励起しない。B型の動座屈では、一部非軸対称変位が励起される場合もあるが、ほとんど座屈後に生じており、屈服型の動座屈を起こすと行って良い。また、A型の動座屈では、非軸対称変位が励起されると、他のモデルと同様、動座屈荷重をわずかに高めている。

4. 静的荷重による動座屈への影響

4.1 周波数応答への静的荷重の影響

図-9(a), (b), (c)は、 $\lambda = 7$ 、静的荷重 $P_s = 0.1, 0.2, 0.3$ に対する周期外乱と動座屈荷重の関係を各々示す。図中、実線は軸対称変位のみ採用した解析の動座屈荷重、破線は非軸対称変位も含めた解析の動座屈荷重を表す。両者の動座屈荷重が、多くの外乱振動数領域で異なることから、非軸対称変位が何らかの形で動座屈メカニズムに影響を与えていることがわかる。静的荷重 $P_s = 0.1$ の場合 (図-

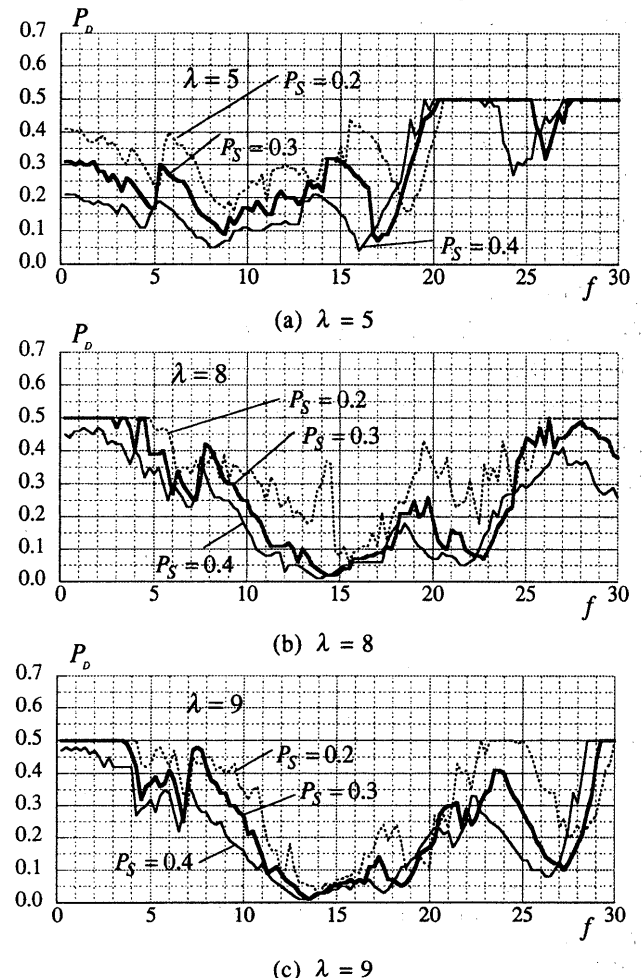


図-10 周期外乱に対する非軸対称動座屈荷重

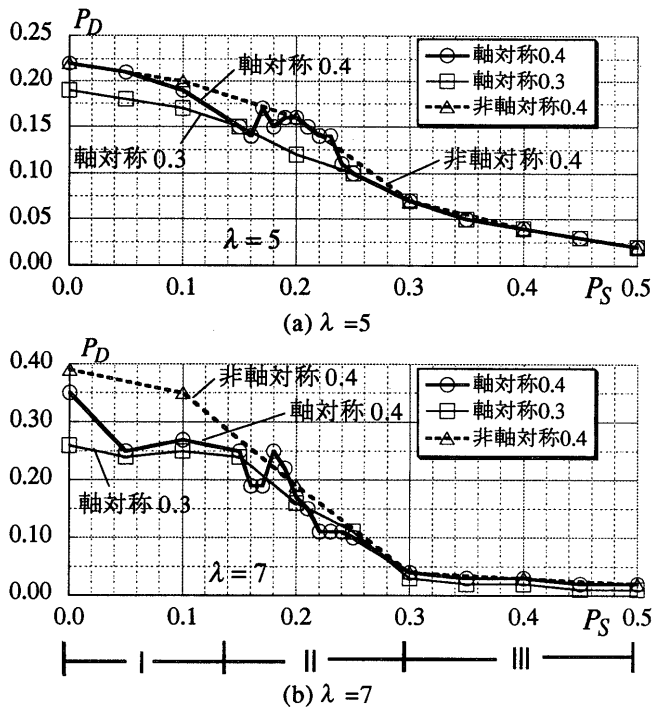


図-11 最小動座屈荷重と静的荷重の関係

9(a), 静的荷重が比較的小さいため、ほとんどがA型の動座屈を生じ、軸対称動座屈荷重に比較して非軸対称動座屈荷重が高い値を示す。この現象は、前述したように非軸対称変位にエネルギーが移動することにより、軸対称変位は小さくなり、その結果、判定基準に達する動荷重が高くなるためである。

静的荷重 $P_S = 0.3$ の場合では (図-9(c)), 非軸対称変位の出現が引き金となる分岐型の動座屈を起こす領域が増える。そのため、多くの領域では非軸対称動座屈荷重が軸対称に比較して低くなるが、そ

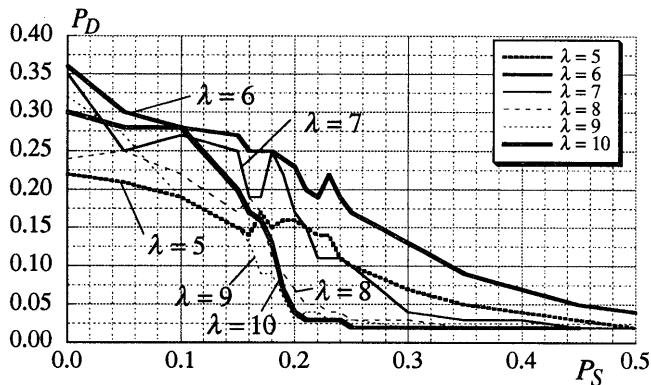


図-12 軸対称最小動座屈荷重と静的荷重の関係

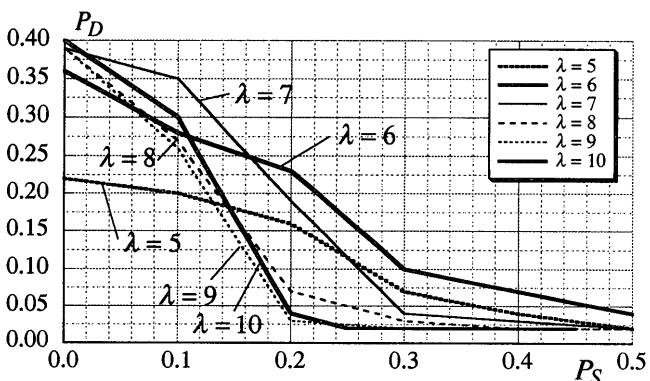


図-13 非軸対称最小動座屈荷重と静的荷重の関係

の差はあまり大きくはない。さらに静的荷重が大きくなると、ほとんどの領域で分岐型の動座屈となる。

図-10(a), (b)では、 $\lambda=5, 8, 9$ に対する周期外乱と非軸対称動座屈荷重の関係を各々示す。図から理解できるように、静的荷重が大きくなるにしたがって、最小動座屈荷重は低下し、しかも、その振動数領域は広がっている。つまり、静的荷重が0.2程度では、最小動座屈荷重の近傍値を示す振動数領域は小さく突出しているが、静的荷重0.3以上では、その領域は広く平たくなっている。これは広い領域の外乱振動数に対し動座屈する可能性があることを示す。

4.2 静的荷重と動座屈荷重の関係

図-11(a)及び(b)は、周期外乱に対する最小動座屈荷重と静的荷重の関係を $\lambda=5, 7$ について、各々示す。同図は、横軸が静的荷重、縦軸が最小動座屈荷重である。最小動座屈荷重とは、静的荷重一定で、全振動数域で動座屈解析を行い、得られた動座屈荷重の中の最低値である。つまり、図-10(c)の動座屈荷重の中の最低値を表す。また、図-11は判定基準の閾値の変動による最小動座屈荷重への影響を示す。閾値は平均変位0.3と0.4とし、軸対称最小動座屈荷重の場合についてに示す。全領域中、差が見られるのは、判定基準によって座屈荷重が左右されるA型動座屈が支配する領域Iである。特に静的荷重が小さくなるほど、その差は広がる傾向を示す。また、静的荷重が0.2近傍において定性的な差異が見られるが、これはC型とA型の動座屈メカニズムが共存している領域であることと、計算した個数の差による。図中丸印等が計算した位置である。

図-11(b)に示すように、 $\lambda=7$ では、静的荷重 $P_S = 0.15$ と0.3を境として、最小動座屈荷重の領域が3つに分類される。第1はA型の動座屈メカニズムが支配的な領域で、静的荷重に対し緩やかな低下を示す (領域I)。第2はC型とA型の動座屈メカニズムが共存している領域で、動座屈荷重は急激に低下する (領域II)。領域IIIでは、B型の動座屈が支配的で、荷重の低下率は大きくないが、動座屈荷重の値がかなり小さい。

静的座屈が屈服型である $\lambda=5$ では、静的荷重に対し最小動座屈荷重値は、ほぼ線形的に低下している (図-11(a))。また、非軸対称分岐座屈を示す $\lambda=7$ と同様に、最小動座屈荷重は3つの領域に分類される。しかし、その境界は、あまり明確ではなく、0.1と0.35程度である。

図-12は、外乱周期に対する軸対称最小動座屈荷重と静的荷重との関係を、図-13は、外乱周期に対する非軸対称最小動座屈荷重と静的荷重との関係を、それぞれ $\lambda=5, 6, 7, 8, 9, 10$ について示す。 $\lambda=5$ を除いて、他のシェルパラメータに関する動座屈メカニズムは、前述した $\lambda=7$ と類似しており、3つの領域に分類される。領域の境界は、シェルパラメータによって異なり、 λ が大きくなるにしたがって、2つの境界値は小さくなる。例えば、 $\lambda=7$ のとき、0.15と0.3の値が、 $\lambda=9, 10$ では、0.1と0.2程度となる。従って、領域IIでは、 λ が大きくなるにしたがって、勾配が急となる。領域IとIIIでは、各 λ とも勾配はほぼ同じであり、領域IIIでは、動座屈荷重は全体に小さいが、 λ が大きくなるにしたがって、より小さくなる傾向が見られる。

軸対称最小動座屈荷重と非軸対称のそれとを比較すると、全体を通して、 $\lambda=7$ と同じ傾向を示す。領域Iでは、軸対称動座屈荷重がやや低く、領域IIでも、非軸対称最小動座屈荷重がやや大きい。一

部軸対称最小動座屈荷重が大きくなる。また、領域IIIでは、非軸対称分岐型の動座屈が支配的となるが、両者の値はほとんど同じとなっている。

図-12, 13における最小動座屈荷重の値は、この動荷重になると必ず動座屈するということを意味するわけではない。領域Iでは、この値を超えると、球殻の主共振域でのみ動座屈することを意味し、総ての外乱周期で座屈を引き起こすということではない。また、領域IIでは、この値を超えると、かなりの振動数領域で動座屈する可能性を示す。最後に、領域IIIでは、この値を超えた途端に、ほとんどの振動数領域で動座屈を起こし、しかも、この値自身は静的荷重に比較してかなり小さい。

5. まとめ

本論文では、周期外乱を受ける偏平球殻に関して、静的荷重が動座屈に与える影響について検討し、各静的荷重下における動座屈荷重を、軸対称変位のみ解析と非軸対称変位を含めた解析の二通りから求めた。その結果、以下の結論が得られた。

- 1) 偏平球殻の動的挙動を分析し、動座屈の種類を3つの座屈パターン (A, B, C型) に分類した。
- 2) 最小動座屈荷重は、その座屈挙動によって、静的荷重が比較的小さい領域Iと大きい領域III及びその中間の領域IIの3つに分類される。
- 3) その境界値は、 $\lambda=7$ では静的荷重0.15と0.3(古典座屈荷重の30%)、 $\lambda=9, 10$ では静的荷重0.1と0.2となり、シェルパラメータが大きくなるにしたがって小さくなる傾向が見られる。
- 4) 領域Iでは、徐々に振幅が大きくなり、平均変位が動座屈判定の閾値0.4の値を超えて動座屈を起こす座屈パターンが支配的である(A型の動座屈)。この領域では、静的荷重の影響によって、最小動座屈荷重は比較的緩やかに低下する。
- 5) 領域IIでは、平均変位の振幅がかなり大きく、しかも動的ジャンプ現象を起こすパターン(C型の動座屈)とA型の動座屈パターンが混在する。この領域の最小動座屈荷重は、静的荷重が大きくなるにしたがって急激に低下する。
- 6) 領域IIIでは、振動中心が移動し、動的ジャンプ現象を起こす座屈パターンが支配的である(B型の動座屈)。動座屈時の外乱振幅は静的荷重に比較してかなり小さい。

謝辞

本研究に関し、貴重なご助言を頂きました名城大学日置興一郎教授、豊橋技術科学大学加藤史郎教授、中日本建設コンサルタント(株)久保田領一郎氏に心より謝意を表します。また、研究に協力頂いた名城大学大学院生小菅将文氏に深く感謝致します。

参考文献

- 1) 日本建築学会編、「シェル・単層ラチス構造の振動解析—地震、風応答と動的安定—」, 日本建築学会, 1993年。
- 2) Budiansky, B., "Buckling of Clamped Shallow Shells", IUTAM, 1959.
- 3) Huang, N.C., "Unsymmetrical Buckling of Thin Shallow Spherical Shells", Journal of the American Society of Mechanical Engineers, Vol.86, Se-

ries E, Sept. 1964, pp.447-457.

- 4) Humphreys, J.S. and Bodner, S.R., "Dynamic Buckling of Shallow Shells under Impulsive Loads, J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, 1962, pp.17-36.
- 5) Budiansky, B. and Roth, R.S., "Axisymmetric Dynamic Buckling of Clamped Shallow Spherical Shells", NASA, TN, D-1510, 1962, pp.597-606.
- 6) Simitzes, G.J., "Dynamic Snap-Through Buckling of Shallow Spherical Caps", AIAA, ASME, Seventh Structures and Materials Conference, CoCoa Beach, Florida, April 1966, pp.112-114.
- 7) Archer, R.R. and Lange, C.G., "Nonlinear Dynamic Behavior of Shallow Spherical Shells", AIAA Journal, 1965, pp.2313-2317.
- 8) Huang, N.C., "Axisymmetric Dynamic Snap-Through of Elastic Clamped Shallow Spherical Shells", AIAA Journal, 1969, pp.215-220.
- 9) 加藤史郎, 村田賢, 松岡理, 「有限要素・モード重畳法による回転殻の動的非線形解析, [その2: 浅い周辺固定球殻の動的座屈解析]」, 日本建築学会論文報告集, 第228号, 1975年2月, pp.25-30.
- 10) Klosner, J.M. and Longhitano, R., "Nonlinear Dynamics of Hemispherical Shells", AIAA Journal, Vol.11, No.8, Aug. 1973, pp.1117-1122.
- 11) Stricklin, J.A. and Martinez, J.E., "Dynamic Buckling of Clamped Spherical Caps under Step Pressure Loadings", AIAA Journal Vol.7, No.6, June 1969, pp.1212-1213.
- 12) 加藤史郎, 村田賢, 松岡理, 「有限要素・モード重畳法による回転殻の動的非線形解析[その4: 扁平固定球殻の非対称変形動的座屈解析]」, 日本建築学会論文報告集, 第226号, 1975年10月, pp.27-33.
- 13) 石川浩一郎, 加藤史郎, 「上下地震動を受ける複層ラチスドームの耐震解析」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1992年, pp.1711-1712.
- 14) 瀧論, 半谷裕彦, 「上下動を受ける偏平アーチの動的座屈解析」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1993年, pp.1443-1444.
- 15) 諸岡繁洋, 國枝治郎, 「水平地震動を受ける球形ドームの応答解析」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1993年, pp.1497-1498.
- 16) 村田賢, 安江博, 「周期外乱を受ける偏平アーチの動座屈」, 日本建築学会構造系論文集, 第469号, 1995年3月, pp.71-80.
- 17) 加藤史郎, 庄村昌明, 向山洋一, 「水平と鉛直地震動を受ける大スパン単層ラチスドームの応答性状と崩壊加速度に関する研究」, 日本建築学会構造系論文集, 第477号, 1995年11月, pp.87-96.
- 18) 村田賢, 武藤厚, 中山幸二, 「ランダム外乱を受ける偏平球殻の動座屈—一周期外乱を受ける偏平球殻の動特性—」, 日本建築学会構造系論文集, 第478号, 1995年12月, pp.125-132.
- 19) 加藤史郎, 村田賢, 松岡理, 「有限要素・モード重畳法による回転殻の動的非線形解析, [その1]」, 日本建築学会論文報告集, 第236号, 1975年1月, pp.47-55.
- 20) 村田賢, 武藤厚, 岡孝之, 「偏平球殻の統計的安定挙動に関する基礎的研究」, 日本建築学会構造系論文集, 第465号, 1994年11月, pp.89-96.
- 21) 砂川恵, 「球形殻の座屈に関する最近の研究動向」, 航空宇宙学会誌, 第16巻, 第174号, 1968年7月, pp.236-252.
- 22) 小菅将文, 村田賢, 佐藤俊樹, 伊藤弘志, 「周期外乱を受ける偏平球殻の動座屈に与える静的荷重の影響—その1, その2—」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造1, 1996年, pp.999-1002.

(1996年10月10日原稿受理, 1997年5月26日採用決定)