# 格子ボルツマン法による下水流れの可視化 - 手軽に流れを観察する -

中日本建設コンサルタント(株) 中根 進

#### 1. はじめに

流体は、川、水路、暗きょ、水槽などの構造物の形状、勾配やそれらの構成材料、障害物などの要素が絡まり、複雑な流れを持つ。流れの特徴を知るためには流れをよく観察することが基本となる。

流れを観察することが比較的容易な河川であっても河幅が広くなれば、その観察も容易でなくなる。ましてや水中の流れを観察することは非常に難しくなる。写真-1は、筆者の勤務する会社の近くを流れる感潮河川の水面の様子を橋の上から撮影したものである。橋の上から桜の花びらを観察し、時刻とともに記録することで、橋をタイムラインとして流速分布を知ることも可能である。



写真-1 河川水面の様子

しかし、下水道管路のような暗きょでは、マンホール内で流れの一部を観察できるだけであり、曲り、段差、落差があるので管路としての流れを観察することは容易でない。

ポンプ場, 処理場の沈砂池, 沈殿池, 反応槽には防臭蓋がかかっていることや下水中の砂などの固形物や夾雑物が含まれ, 濁り, 色などがあることから流れの観察も難しい。あらたな水理構造を持つ下水道施設については水理実験で流れを確かめることになる。水理実験での流れの模様は, 一般にトレーサ物質を流して流線,流跡,流脈, タイムラインの流速分布などの形

として可視化している。

水理実験では、フルードの相似則にのっとり、 対象とする施設の縮小模型を作り、データを収 集するが、かなりのコストが必要となる。一方、 コストをかけずに効率的にデータを得るために 数値流体解析<sup>1)</sup>を行い、流速、圧力分布などを 計算し、可視化することがある。

いずれにしても筆者は、下水流れを可視化するために後述する流体解析プログラムを自作してきた。それでも三次元で自由水面の変動が扱え、自由に利用できるプログラムを使って、流れを可視化(動画、静止画)したいと考えていた。

自由に利用できる解析ソフトには、リナックスベースで有限体積法を使うOpenFOAM、粒子法のSPHysicsなどあるが、筆者の技量で手軽に利用できる格子ボルツマン法を使ったFluidSimulator(以下「Fluid」と略記する)というソフトがある。

# 2. 数値流体解析法の種類

数値流体解析には、対象範囲を格子で分割し、 速度、圧力をその格子状に配置して微分方程式 を解く格子法と、格子を用いず、流体を有限個 の要素(粒子)で表し、その粒子の速度、圧力を 偏微分方程式に沿った粒子間の相互作用式で表 し、粒子の移動を計算する粒子法がある。

#### 2.1 格子法

## 2.1.1 差分法, 有限要素法

格子法は、質量保存と運動量保存の2つの法 則の偏微分方程式を格子間や要素間で数値的に 解くことによって解析する手法で差分法、有限 要素法などがある。

- ・連続(質量保存則)式:連続の式
- ・運動方程式:ナビエ・ストークスの方程式 筆者は差分法による二次元流体解析<sup>2)</sup>,三次 元流体解析および津波解析ができるエクセルの プログラムを開発している。その出力例を**図ー 1~3**に示す。

また、質量保存則とダルシーの法則を用い、

有限体積法で飽和土の浸透流解析プログラムを 開発した。その出力例を**図ー4**に示す。

図化には伊藤 徹のフリーソフト Graph-R Ver1.9.1 を使用している。

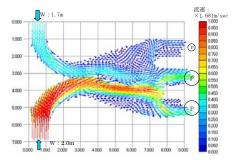


図-1 差分法によるポンプ場流入部の 二次元解析(流速分布)

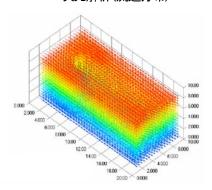


図-2.1 差分法による円柱周りの流 れの三次元解析(流速分布)

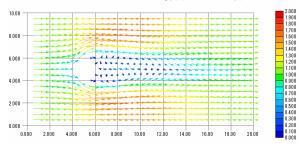


図-2.2 差分法による円柱周りの流れの三次元解析 (上図z=7.0位置の水平面の流速分布)

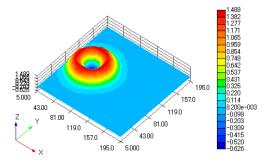


図-3 差分法による津波解析(波高分布)

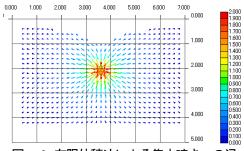


図-4 有限体積法による集水暗きょの浸 透流解析(流速分布)

これらのプログラムは、流入、流出など境界 条件、初期条件を対象とする施設に合わせて書 き換えているため、社内で気軽に利用してもら う状況にない。

#### 2.1.2 格子ボルツマン法

格子法の中には前述の差分法,有限要素法のほかに格子ボルツマン法がある。流体を,格子上を移動する仮想な水粒子として近似し,その並進(移動)・衝突の時間による変化を格子ボルツマン方程式に基づいて計算し,マクロな流れ場の諸量(水位,流速等)を求める手法である。文献3)には,二次元の正方キャビティ流れであるが,この手法のFORTRANソースコードがある。格子ボルツマン法は,セル・オートマトンの一種で,流体のマクロ的な挙動をシミュレートしている。

筆者は、セル・オートマトン法を使って維持 管理要員が処理場管廊からの避難するルート、 時間をシミュレーション<sup>4)</sup> できるようにした。

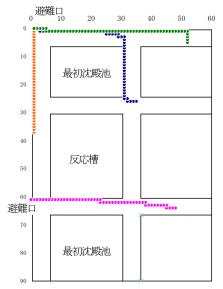


図-5 セル・オートマトン法による管理要 員4名の避難ミュレーション

図-5のシミュレーションは、管理要員4名 が避難口に移動する様子であり、圧力の高い位置(要員の初期位置)から低い位置(避難口)に粒子(管理要員)が移動するようにしたものであり、要員がぶつかるようなことがあれば回避するようにしたものである。

# 2.2 粒子法

粒子法は、格子を用いずに連続体を有限の粒子によって表し、連続体の挙動を粒子の運動によって計算する方法である。5)

筆者は、改良伏越し管内をフラッシュ流で清掃することを粒子法 (Moving Particle Semi-implicit: MPS) でシミュレーションし、図ー6の解析結果を発表<sup>6)</sup> した。

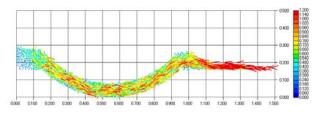


図-6 粒子法による円弧型伏越しの流速分布

この解析により円弧型伏越し管内の流速分布を求め、伏越し中央部の管底で流速が速いことを明らかにした。

## 3. 格子ボルツマン法による流体解析ソフト

先に示した OpenFOAM, SPHysics の流体解析ソフトでは、解析用の立体モデル(立体形状のデータ)を作成するために「Blender」という三次元モデリングソフトを利用している。この「Blender」は、三次元モデリングやレンダリングをおこなう商用、非商用を問わず自由に利用できる高機能なソフトである。

このフリーソフト「Blender (Ver. 2.66)」の中に標準で流体解析のできる「Fluid」,「Smoothed Particle Hydrodynamics: SPH」が付加されている。「Fluid」は、格子ボルツマン法を使っており、変動する自由水面を扱えることから、これを利用して手軽に下水流れのシミュレーションを試みた。以下にその解析事例を紹介していく。

# 4. 解析事例

# 4.1 ベンチマーク問題の解析例

数値流体解析でのベンチマークテストとして

使い、水理模型実験との検証がなされているモ デルを扱い解析する。

## 4.1.1 円柱周りの流れ

数値流体解析での計算例の多い**図-7**の円柱 周りの流れをシミュレーションする。

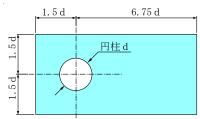


図-7 円柱周りの流れモデル

円柱に向けて水を流下させた解析例を**図-8** に示す。時間ステップの経過とともに下流に流れていく様子が表現されている。なお、この例では、空の水路に水を流した状態になっている。

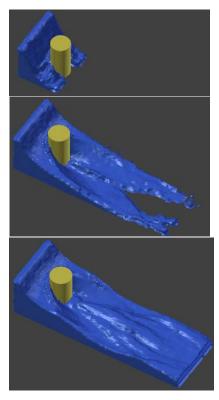


図-8 円柱周りの流れ解析結果

図-8は、津波が建物に押し寄せてくるようにも見える。津波は長波であり、波長が何kmにも及ぶので、津波の振幅を無視すれば、円柱周りの流れは、陸域部の津波の遡上を表している。円柱や直方体をたくさん並べて処理施設に見立てれば、下水処理場への津波シミュレーションが可能となる。

#### 4.1.2 水柱崩壊7)

次に参考とする解析事例は、**図-9**に示す寸 法を持つモデルで、水理模型実験との検証がで きている水柱崩壊のシミュレーションである。

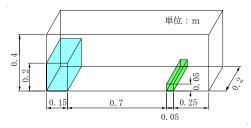


図-9 水柱崩壊の水理模型実験モデル7)

この数値解析モデルは、粒子法(MPS)で解析したもので、水柱の下流にある矩形剛体が流れにより移動するが、「Fluid」では、筆者の技量で矩形剛体を押し流すことができないため、衝突までの解析例を図-10に示す。

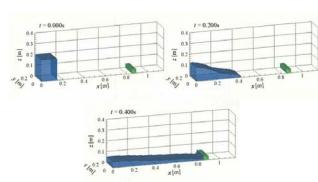


図-10 粒子法(MPS)による水柱崩壊の解析結果<sup>7)</sup>の一部

「Fluid」による解析結果は、図-11 の通りで水柱の状態から矩形剛体の中間あたりまで崩壊して流下している様子、矩形剛体と衝突したあたりまで示した。感覚的ではあるが、流水の縦断面形状は粒子法の結果(図-10)と一致している。

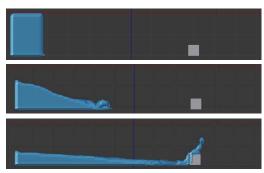


図-11 水柱崩壊の解析結果

#### 4.2 下水流れの解析例

#### 4.2.1 本管からの落水状況

解析モデルの初期条件として、流体の粘性など属性や勾配を持つ管きょの流速などの与え方を知るために、円形管からのキャビティ流出流れ(Cavity outflow)<sup>8)</sup>をシミュレーションする。

管 径 D:0.2 m 満管平均流速:1.0 m/sec

フルード数F:

 $F = v/(g D)^{1/2} = 0.7$ 

シミュレーション計算時のメッシュで計算結果を表示すると要素の線が多すぎて塊となってしまうので、粗いメッシュに落して図-12に示した。

図-13に示される水理実験の結果例<sup>8)</sup>ではフルード数F=0.7 のとき,満管の状態から自由水面流に遷移する点Sが再現されている。

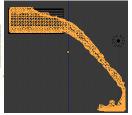
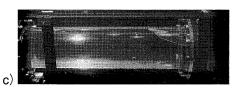




図-12 勾配を持つ流入きょの落水状況



c)フルード数=0.70

図-13 水理実験による水平円形管のキャビティ8)

#### 4.2.2 内部副管付人孔の流れ

下水道管路の人孔では、落差が大きい場合に 副管などの落差工を設け、人孔底面にも流れを 円滑にするインバートを設けている。ここでは、 人孔内に副管を有し、底面に流出する管の半断 面のインバートを持つ流れをシミュレーション する。図-14 に副管の流れを解析するモデルを 示す

解析モデルの諸元は以下の通りである。

人 孔 内 径:1.2 m 流入・流出管径:0.2 m 副 管 径 :0.15 m 落 差 :1.1 m

インバート:流出側本管の半断面

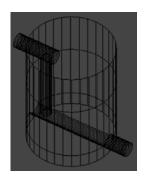
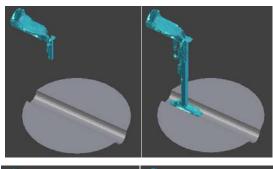


図-14 内部副管およびインバート 付人孔の流れ解析モデル

流入管の流速は,満管平均流速で 0.3 m/sec を与条件としたが,副管付近では、半断面の流れとなり、管内流速は 0.6 m/sec 程度になっている。

副管への落水からインバートを経て流下する 様子を図-15に示す。

図-15 では、副管から落水して流体が、インバート断面が流出側本管の半断面しかないこともあり、インバート面に溢水している。



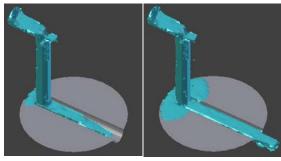
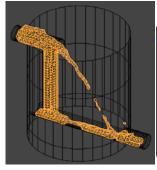


図-15 流入時流速[0.3(0.6)m/sec] 時の 落水状況

図-15 では本管部からの落水がないので、流 入側の流速を 1.0 m/sec に上げてシミュレーションしたところ、本管からの落水を生じ、**図**-16 の結果が得られた。



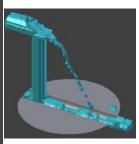


図-16 流入時流速(1.0 m/sec) 時の落水状況

## 4.2.3 管きょの常時浸入水(地下水)

地下水位以深に埋設された管きょにクラック があり、そこから地下水が浸入してくる状態を シミュレーションする。

管径 200mm, 円周方向のクラック長さ 20mm, 幅 4.2 mm に対して地下水位を管頂から上 0.1 m に設定した。

なお管路の劣化調査の診断基準<sup>9)</sup>では、シミュレーションする管きょの劣化状態は、bランクである。

管のクラック(円周方向のクラック)の診断「幅5mm以上: a ランク,幅2mm以上: b ランク,幅2mm未満: c ランク」

シミュレーション結果は**図-17** に示す。この 浸入水の様子を診断基準<sup>9)</sup> で判断すると,噴き 出ているので a ランクの浸入水ということにな る。

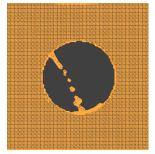


図-17 管きょのクラックによる浸入水

# 4.2.4 完全越流の全幅堰の流れ

処理場の放流流量の計測に使われる堰での落 水状況をシミュレーションする。

> 堰幅:2.0 m 流量:3.0 m³/sec

フランシスの近似式などで越流水深を計算し

て,境界条件として堰上流側にこの越流水深を 持った通水断面を設定する。

越流堰頂形状が矩形の解析結果を図-18 に示す。

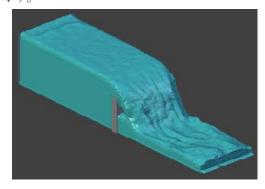


図-18 全幅堰の解析結果

落水した流れが水路底に当り堰側に戻っている様子が、図-19 の水理模型実験(刃形堰)<sup>8)</sup> の結果とよく似ている。

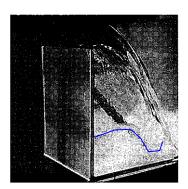


図-19 全幅堰の水理模型実験8)

#### 5. 課 題

筆者の技量(acquired skill)の範囲での課題は多い。「Blender」で三次元の形状を描いたり、穴をあけたりする操作が、慣れないために難しい。

工学的に利用する場合に、シミュレーション 結果を数値として出力する必要がある。任意面 での速度、圧力などの諸値を出力する方法が不 明である。

「Fluid」の内部演算は別とし、動画・静止画の出力としては、流体表面のxyz 座標値を三角形要素の線または面で示しているだけであり、流体表面の座標値の出力はできそうであるが、流体の内部の諸値(速度、圧力)の出力方法が不明ということである。

水理計算では、粗度係数を構造物の表面毎に

異なる壁面条件として与えるが、現状では同一 値しか設定できない。

以上はあくまで筆者の技量の範囲における課題であり、「Blender」に付属している「Fluid」のプログラムに課題があるわけではないことを付記する。

また、事例に示したモデルの大きさ、境界条件(流速、流量)をFluidに与えても事例に示した解析結果にはならない。

計算前に計算範囲の分割数(解像度),流体の 動粘係数などを設定する必要があり、この設定 条件を事例ごとに提示してないからである。

解析結果と水理実験などの結果とすり合わせ を行い、設定条件を決定することが重要である。

#### 6. まとめ

数例の解析例を示しただけであるが、下水道 技術者の視覚に訴える画像を提供できたのでは ないかと思っている。

下水道に関わる読者が本文に興味を持ち、水 理的な課題をFluidで解析し、役立たせること ができたなら、手軽で有益なツールを得たこと が実感できると思われる。また、その解析結果 を紙面などで開示していただけたなら幸いです。

## <参考文献>

- 1) 矢川 元基: 『パソコンで見る流れの科学— 数値流体力学入門』, pp. 5~6, (株) 山海 堂, 2004. 4. 22,
- 2) 河村 哲也: 『エクセル・シミュレーション 入門』, pp. 5~6, 山海堂, 2004. 4. 22
- 3) 蔦原道久, 高田尚樹: 『格子気体法・格子 ボルツマン法ー新しい数値流体力学の手法 ー』, p. 137, (株) コロナ社, 2005, 9, 20
- 4) 深尾 俊示,中根 進:「避難シミュレーションの開発」,第49回下水道研究発表会S -7-1-5,2012年度
- 5) 越塚 誠一: 『粒子法, 丸善(株), 平成 19 年 4 月 15 日第 5 刷
- 6) 石井 康浩, 中根 進:「粒子法を用いた伏 越し内の流速分布解析の試み」,第21回技 術研究発表会,全国上下水道コンサルタン ト協会
- 7) 土木学会 海岸工学委員会 数值波動水槽研

究小委員会:『数値波動水槽ー砕波波浪計 算の深化と耐波設計の革新を目指してー』, p. 119, H24. 7. 20, p. 170

- 8) Willi H. Hager:『下水道水理学-理論と実務-(日本語版)』, pp. 277-280, p. 249, (株)公共投資ジャーナル, 2008. 9. 15
- 9) 国土交通省都市・地域整備局下水道部:『下 水道長寿命化支援制度に関する手引き(案) 平成21年度版』,平成21年6月